

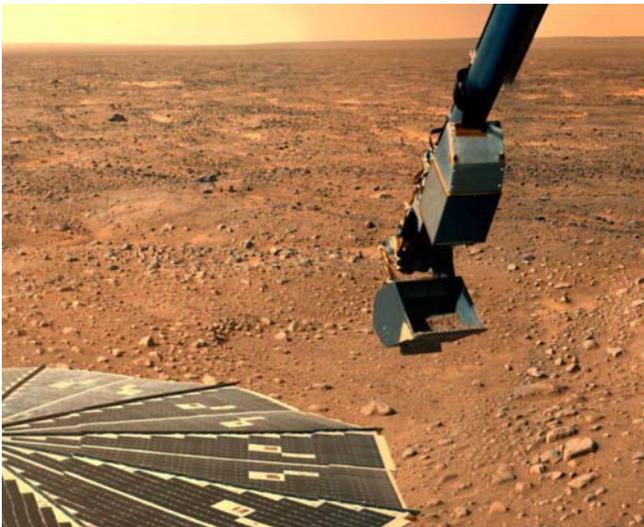
## Examen du 12 décembre 2008 Mécanique des matériaux et de structures

Durée 40 mn

Documents et calculatrices non autorisés.

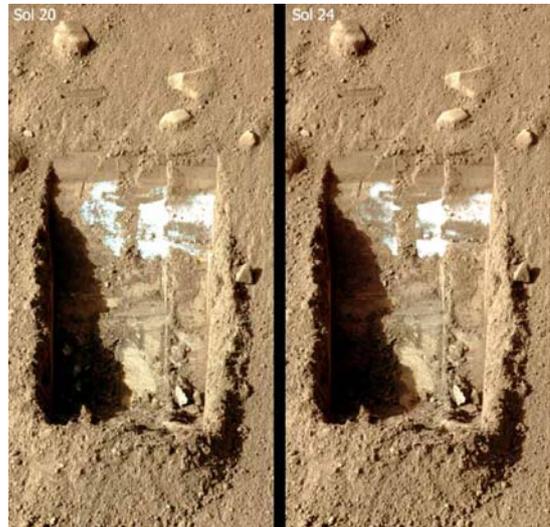
Deux robots mobiles jumeaux nommés Spirit et Opportunity – d'une durée de vie initialement prévue de 3 mois (sic!) – explorent deux régions différentes de la planète Mars depuis Janvier 2004. Par ailleurs, un grand robot fixe nommé Phoenix s'est posé près du pôle Nord de la même planète le 26 mai 2008. Il s'est définitivement tu le 11 novembre 2008, comme prévu initialement, faute d'énergie solaire suffisante pour recharger ses batteries – dans cette région à cette époque de l'hiver.

Ces trois robots sont équipés d'un bras manipulateur permettant d'effectuer des prélèvements et analyses qui ont (enfin) apporté récemment une preuve matérielle de la présence de glace d'eau sur la planète Mars (cf. les photographies ci-dessous).



Crédit: NASA/JPL/UA/Texas A&M/James Canvin

Godet à l'extrémité du bras de Phoenix qui a permis de creuser plusieurs tranchées dans le sol martien.



NASA/JPL-Caltech/University of Arizona/Thomas Appéré  
Image du fond de la même tranchée à 4 jours (4 "sols") d'intervalle: le matériau blanc est de la glace d'eau – partiellement sublimée entre les deux observations.

Le bras robotisé de Phoenix possède 4 degrés de liberté grâce à 3 articulations dites "épaule" en **A**, "coude" en **B** et "poignet" en **C**. L'articulation de l'épaule permet une rotation dans le plan horizontal ( $\vec{x}, \vec{z}$ ) et une rotation dans le plan vertical ( $\vec{x}, \vec{y}$ ). La rotation permise par l'articulation du coude permet de plier-déplier le bras. L'articulation du poignet permet une rotation dans le plan vertical ( $\vec{x}, \vec{y}$ ).

Dans la suite de ce problème on ne considèrera que les rotations d'axe  $\vec{z}$  permises par l'épaule **A**, le coude **B** et le poignet **C** – et donc que les mouvements **dans le plan** vertical  $(\vec{x}, \vec{y})$ . L'action du godet est modélisée par deux forces appliquées en **C**, horizontale  $\vec{F}_h$  et verticale  $\vec{F}_v$ .

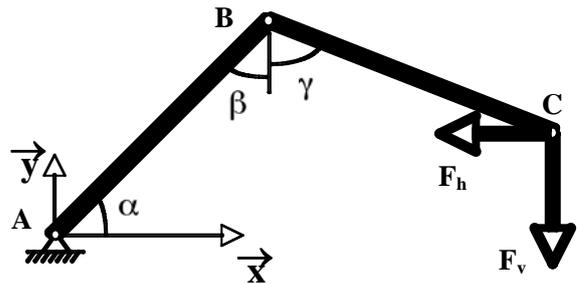


Fig. 1. Schéma du bras partiellement plié.

Les questions **4** et **5** sont **indépendantes**.

En première approximation le poids propre des deux poutres **AB** et **BC** est supposé négligeable devant les forces exercées par le godet.

### 1. Géométrie

Chacune des deux poutres **AB** et **BC** est de longueur **L**.

On considère la configuration donnée en Figure 1 avec les valeurs suivantes des angles

$$\alpha = \pi / 4 \quad \text{et} \quad \gamma = \pi / 3$$

#### 1.1.

Établir les expressions des coordonnées du point **B** dans le repère  $(A, \vec{x}, \vec{y})$ , tout d'abord en fonction de **L** et d'une fonction trigonométrique de  $\alpha$ , puis, en fonction de **L** seulement.

#### 1.2.

Établir les expressions des coordonnées du point **C** dans le repère  $(A, \vec{x}, \vec{y})$ , tout d'abord en fonction de **L** et de fonctions trigonométriques de  $\alpha$  et  $\gamma$ , puis, en fonction de **L** seulement.

### 2. Modélisation des liaisons : torseurs cinématique et statique

#### 2.1.

Dans un premier temps on assimile les articulations à des liaisons pivot d'axe  $\vec{z}$ .

Quelle est l'expression (ou quels sont les termes non nuls dans l'expression), écrite dans le repère  $R = (A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , du torseur cinématique – ou torseur des degrés de liberté – correspondant à une liaison pivot d'axe  $\vec{z}$  en **M** ? Modifier le torseur ci-dessous pour qu'il représente une liaison pivot d'axe  $\vec{z}$  en **M**.

$$T_{cM} = \left[ \begin{array}{l} \vec{\Omega} = \begin{pmatrix} \Omega_x \\ \Omega_y \\ \Omega_z \end{pmatrix}_R \quad \vec{U}_M = \begin{pmatrix} U_x \\ U_y \\ U_z \end{pmatrix}_R \end{array} \right]$$

#### 2.2.

En pratique, les articulations en **A**, **B** et **C** sont des moteurs électriques d'axe  $\vec{z}$  qui se comportent à l'arrêt comme des encastrement.

Quelle est l'expression (ou quels sont les termes non nuls dans l'expression), écrite dans le repère  $R = (A, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ , du torseur statique – ou torseur des efforts équivalents (transmissibles) – à cette liaison "encastrement" en **A** ? Modifier le torseur ci-dessous pour qu'il représente une liaison encastrement en **A**.

$$T_{sA} = \left[ \begin{array}{l} \vec{F} = \begin{pmatrix} F_x \\ F_y \\ F_z \end{pmatrix}_R \quad \vec{M}_A = \begin{pmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{pmatrix}_R \end{array} \right]$$

### 3. Application du Principe Fondamental de la Statique

L'articulation en **B** étant bloquée, on isole l'ensemble des deux poutres **ABC**, encastré en **A** et soumis en **C** aux forces exercées par le godet.

**3.1.** Réécrire le torseur  $\mathbf{T}_{\mathcal{A}}$  dans le cas d'un problème plan contenu dans le plan  $(\vec{x}, \vec{y})$ .

**3.2.**

En considérant que le problème est **dans le plan**  $(\vec{x}, \vec{y})$ , faire le Bilan des Actions Mécaniques Extérieures sur le système isolé **ABC**.

**3.3.**

Écrire le Principe Fondamental de la Statique et en déduire l'expression des efforts dans la liaison encastrement en **A**, en fonction de **L**, **F<sub>h</sub>** et **F<sub>v</sub>**.

#### 4. Gravité

L'accélération de la pesanteur sur la planète Mars est égale à  $\mathbf{g}_{\text{Mars}} = 3 \text{ m s}^{-2}$  – différente de  $\mathbf{g}_{\text{Terre}}$ .

##### 4.1.

On considère le cas où la force  $\mathbf{F}_{\text{vMars}}$  correspond à la masse  $\mathbf{M}$  du godet plein de roches prélevées. Lors d'essais sur Terre avant la mission, on se place dans la même configuration (même masse  $\mathbf{M}$ ). Quelle la valeur de la force  $\mathbf{F}_{\text{vTerre}}$  comparée à la valeur de  $\mathbf{F}_{\text{vMars}}$  ? Faire l'Application Numérique.

#### 5. Thermoélasticité

On considère la configuration donnée en Figure 2, viz. le bras complètement déplié.



Fig. 1. Schéma du bras complètement déplié.

Le bras est constitué d'un alliage de titane et d'aluminium dont le comportement est thermoélastique pour le chargement considéré, dont le module d'élasticité – ou module d'Young – est noté  $\mathbf{E}$  et dont le coefficient de dilatation linéaire est noté  $\alpha$ .

On rappelle que chacune des deux poutres  $\mathbf{AB}$  et  $\mathbf{BC}$  est de longueur  $\mathbf{L}$ .

##### 5.1.

On considère le cas où le bras complètement déplié est soumis à un chargement de traction pure imposé par la force  $\mathbf{F}_h$  en conditions isothermes.

En première approximation on considère que le bras a une section constante égale à  $\mathbf{S}$ .

Quelle est la valeur de l'allongement  $\mathbf{U}_m$  du bras dû à la sollicitation mécanique  $\mathbf{F}_h$  ?

##### 5.2.

On considère le cas où le bras complètement déplié est soumis à un chargement purement thermique correspondant à un refroidissement  $\Delta\mathbf{T}$ .

Quelle est la valeur de l'allongement  $\mathbf{U}_{th}$  du bras dû à la sollicitation thermique  $\Delta\mathbf{T}$  ?

A.N.

Le coefficient de dilatation linéaire du matériau est égal à  $9 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ .

On considère le saut de température  $\Delta\mathbf{T}$  correspondant au passage du jour, à environ  $+15^\circ\text{C}$ , à la nuit, à environ  $-95^\circ\text{C}$ .

Quelle est la valeur de l'allongement  $\mathbf{U}_{th}$  du bras dû à la sollicitation thermique  $\Delta\mathbf{T}$  ?

##### 5.3.

On considère le cas où le bras complètement déplié est soumis en même temps au chargement mécanique  $\mathbf{F}_h$  et au refroidissement  $\Delta\mathbf{T}$ .

Quelle est la valeur de l'allongement total  $\mathbf{U}$  du bras dû à la superposition des deux chargements (mécanique et thermique) ?

A.N.

Le module d'Young du matériau est égal à  $\mathbf{E} = 110 \text{ 000MPa}$ .

La section "moyenne" du bras est égale à  $\mathbf{S} = 180 \text{ mm}^2$

Quelle est la valeur de l'effort  $\mathbf{F}_h$  qui correspondrait à un allongement total nul ?

Bon courage.