

SESSION DE 1988

SCIENCES PHYSIQUES. — Option : PHYSIQUE

Épreuve A

## COMPOSITION DE PHYSIQUE

DURÉE : 5 heures

*Calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.*

## NOTATIONS ET FORMULAIRE

La transformée de Fourier directe d'une fonction  $f(x)$  de la variable réelle  $x$  est définie et notée par :

$$\text{TF} \{ f(x) \} = \hat{f}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(-i 2 \pi u x) dx$$

et la transformée de Fourier inverse par :

$$\text{TF}^{-1} \{ \hat{f}(u) \} = f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} \hat{f}(u) \exp(+i 2 \pi u x) du.$$

La transformée de Fourier d'un produit de convolution est donnée par :

$$\text{TF} \left\{ \int_{-\infty}^{+\infty} f(x') g(x - x') dx' \right\} = \hat{f}(u) \hat{g}(u).$$

Quelques transformées de Fourier particulières :

$$f(x) = \begin{cases} 1 & \text{pour } |x| < 0,5 \\ 0 & \text{pour } |x| > 0,5 \end{cases} \iff \hat{f}(u) = \frac{\sin \pi u}{\pi u}$$

$$f(x) = \frac{2}{1 + 4 \pi^2 x^2} \iff \hat{f}(u) = e^{-|u|}.$$

*Les trois parties de l'épreuve sont dans une large mesure indépendantes et le candidat a une certaine liberté dans l'ampleur du développement de chacune d'elles; il doit veiller cependant à ne pas déséquilibrer certaines au détriment des autres.*

Tournez la page S. V. P.

PREMIÈRE PARTIE

OPTIQUE GÉOMÉTRIQUE

1. *Fondements de l'optique géométrique lumineuse.*

- 1.1. Principe de Fermat; en déduire les lois de Snell-Descartes pour la réflexion et la réfraction.
- 1.2. Présenter l'approximation de Gauss à partir de l'exemple du dioptré sphérique. Vergence et longueurs focales d'un dioptré sphérique.
- 1.3. *Exercice.* Déterminer la longueur focale et les positions des foyers d'une lentille-boule, de rayon  $r$  et d'indice  $n$  par rapport à l'air.

2. *Lentilles.*

- 2.1. Définition et caractéristiques des lentilles minces (vergence, longueur focale). Préciser les conditions pour qu'une lentille réelle puisse être assimilée à une lentille mince.
- 2.2. *Exercice.* Pour raccorder deux fibres optiques entre elles, on utilise un système constitué de deux lentilles-boules identiques à celle étudiée en 1.3.

Quelle doit être la distance entre leurs centres pour que l'ensemble soit afocal?

*Application numérique :*  $r = 2$  mm et  $n = 1,85$ .

3. *Miroirs.*

- 3.1. Caractéristiques des miroirs sphériques (vergence, longueur focale, positions des foyers). Formules de conjugaison (on précisera soigneusement la convention d'orientation adoptée).
- 3.2. *Application.* On considère une cavité optique constituée de deux miroirs concaves identiques  $M_1$  et  $M_2$  en regard. La distance  $d$  qui sépare les miroirs est égale à la valeur absolue du rayon des miroirs. Trouver l'image d'un objet plan situé contre  $M_2$  après deux aller et retour de la lumière; construction géométrique.

DEUXIÈME PARTIE

DIFFRACTION EN OPTIQUE

1. *Théorie de la diffraction.*

1.1. Principe de Huygens-Fresnel.

On adoptera l'écriture suivante de l'amplitude complexe d'une onde monochromatique scalaire en un point P :

$$\Psi(P) = C \iint_S \Psi_0(M) \frac{\exp(ikr)}{r} dS$$

où  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $\lambda$  étant la longueur d'onde dans le milieu,  $r$  est la distance MP au point P d'un point M de la surface S, et  $\Psi_0(M)$  est l'amplitude de l'onde incidente en M. On justifiera cette expression en précisant les hypothèses simplificatrices qui en permettent l'utilisation. Donner la dimension de la constante C.

1.2. Diffraction par un écran plan (fig. 1).

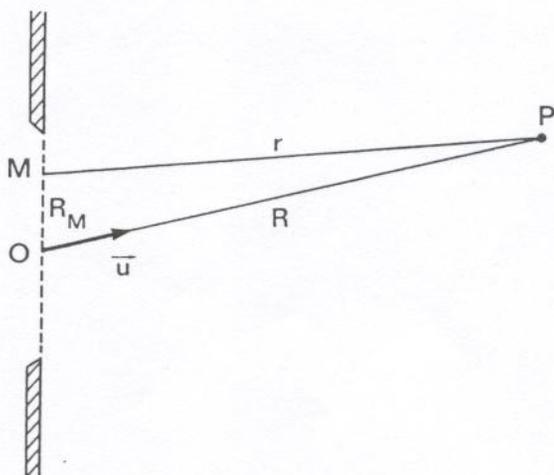


Figure 1.

a. Approximation de Fresnel (diffraction à distance finie).

Exprimer  $\Psi(P)$  en faisant apparaître  $R = OP$ ,  $\vec{u} = \vec{OP}/R$ ,  $R_M = OM$ ,  $\vec{u}_M = \vec{OM}/R_M$  et en supposant  $R_M \ll R$  et  $(\vec{u}_M \cdot \vec{u}) \ll 1$ .

Citer un exemple de situation où la diffraction de Fresnel peut être mise en évidence.

b. Approximation de Fraunhofer (diffraction à l'infini).

Quelle est la relation entre  $\Psi(P)$  et  $\Psi_o(M)$  dans cette approximation ?

Justifier l'intérêt de cette approximation en considérant la formation de l'image, à l'aide d'une lentille, d'un point lumineux situé sur son axe.

c. Soit une onde lumineuse plane arrivant sous incidence normale sur une fente rectangulaire. Évaluer la distance à laquelle on doit placer un écran pour observer la figure de diffraction de Fraunhofer; on prendra successivement une largeur de 10 mm et de 0,1 mm.

2. Fonction de transfert cohérente.

On réalise le montage «  $4f$  » (fig. 2) constitué de deux lentilles minces convergentes  $L_1$  et  $L_2$ , de même longueur focale  $f$ . L'objet est situé dans le plan focal objet de  $L_1$ . On place, dans le plan focal image de  $L_1$ , un diaphragme  $D$  percé d'une fente rectangulaire dont les axes sont parallèles respectivement à  $Fx$  et  $Fy$ , tous deux perpendiculaires à l'axe optique et ayant pour origine le foyer principal image  $F$ . On désigne par  $a$  la largeur selon  $Fx$  de la fente et on néglige l'influence de sa grande longueur selon  $Fy$ .

On notera le choix des orientations relatives des axes de coordonnées dans les plans  $A_0x_0y_0$  et  $A_ix_iy_i$ .

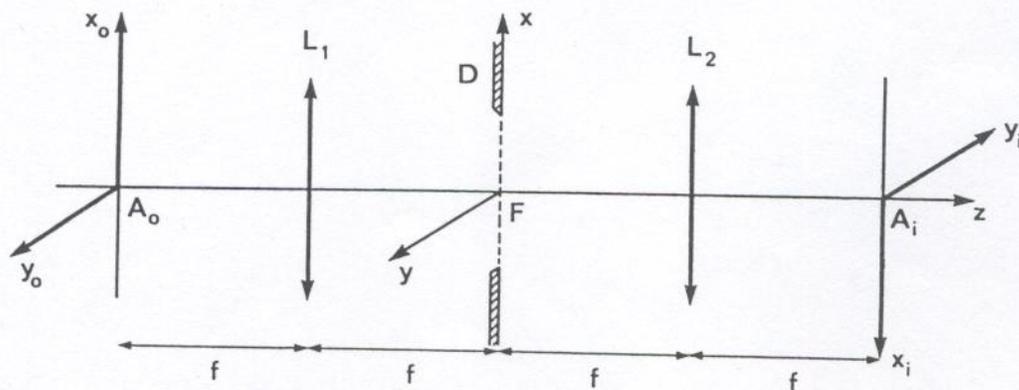


Figure 2.

2.1. L'objet est un point lumineux situé en  $A_0$ .

a. Décrire l'aspect du plan  $A_i x_i y_i$  conjugué du plan  $A_0 x_0 y_0$ .

Quelle est la répartition de l'amplitude complexe  $\Psi_i(x_i)$  de l'onde dans ce plan ? Que se passe-t-il si on fait subir au point objet une petite translation unidimensionnelle de  $x_0$  ?

b. L'objet étant ramené en  $A_0$ , que devient la répartition de l'amplitude complexe  $\Psi_i(x_i)$  si on fait subir au diaphragme une faible translation suivant  $Fx$  ?

c. Le diaphragme est percé de  $N$  ( $\gg 1$ ) fentes identiques placées parallèlement entre elles, leur grande longueur selon  $Fy$ . Quel est l'aspect du plan image si ces fentes sont réparties de façon aléatoire ? Même question si elles sont réparties régulièrement avec une période spatiale  $p$  le long de  $Fx$ .

2.2. L'objet est caractérisé par une amplitude  $\Psi_0(x_0)$ .

a. Montrer que la relation entre  $\Psi_0(x_0)$  et l'amplitude complexe  $\Psi_i(x_i)$  de l'onde dans le plan image peut se mettre sous la forme :

$$\Psi_i(x_i) = \int \Psi_0(x_0) K(x_i - x_0) dx_0$$

$K(x_i)$  étant une fonction que l'on explicitera.

b. On appelle  $K(x_i)$  la réponse impulsionnelle cohérente du système, et sa transformée de Fourier  $\hat{K}(u)$  la fonction de transfert. Justifier ces deux noms et calculer  $\hat{K}(u)$  dans le cas considéré.

On posera  $u_c = \frac{a}{2 \lambda f}$ .

c. L'objet est un réseau d'amplitude, de période spatiale  $p$  et de largeur totale  $L$ . Qu'observe-t-on dans le plan image au fur et à mesure que l'on diminue l'ouverture de la fente ? Donner l'expression de la répartition de l'éclairement lorsque  $\frac{u_c}{2} < \frac{1}{p} < u_c$  et lorsque  $u_c < \frac{1}{p}$ .

d. On se propose de former l'image d'un objet de phase faible que l'on peut caractériser par la fonction :

$$\Psi_0(x_0) = \exp [i \varphi(x_0)] \text{ pour } |x_0| < \frac{L}{2}$$

avec  $\varphi(x_0) = \varphi_0 \cos(2 \pi x_0/p)$ ,  $\varphi_0$  étant une constante très inférieure à 1 radian.

Quel est l'intérêt d'occulter le centre du plan focal de  $L_1$  ? Trouver dans ce cas la répartition de l'intensité de l'onde dans le plan image. Quel est l'intérêt de placer au centre du plan focal de  $L_1$  une lame de phase non absorbante introduisant un déphasage de  $\frac{\pi}{2}$  ? Trouver dans ce cas la répartition de l'intensité de l'onde dans le plan image.

*Application numérique.* Le minimum de contraste perceptible à l'œil est de 0,02. Quelle valeur limite de  $\varphi_0$  pourra-t-on mettre en évidence par cette technique ? Pour un verre d'indice  $n = 1,5$ , à quelle épaisseur d'irrégularité de surface cela correspond-il ?

### TROISIÈME PARTIE

#### INTERFÉRENCE ET COHÉRENCE

1. Interférence de deux ondes monochromatiques, planes, de vecteurs d'ondes  $\vec{k}_1$  et  $\vec{k}_2$ ; interfrange dans le plan parallèle au vecteur  $\vec{K} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$ . Définition du facteur de visibilité des franges.

2. *Cohérence temporelle.*

2.1. Notion de cohérence temporelle. Durée de cohérence, longueur de cohérence temporelle pour une radiation de largeur spectrale  $\Delta\nu$ .

Relation entre l'intensité spectrale  $I_\nu(\nu)$  d'une source et le facteur de visibilité des franges d'interférence données par un interféromètre de Michelson éclairé par cette source.

2.2. Une source ponctuelle éclaire un interféromètre de Michelson réglé de telle sorte que l'un des miroirs  $M_1$  soit fixe et l'autre  $M_2$  puisse se déplacer parallèlement à lui-même, à partir de sa position initiale correspondant à une différence de phase nulle. Un détecteur situé sur l'axe du faisceau émergent donne un signal électrique proportionnel à l'intensité  $I$  du faisceau qu'il reçoit.

- a. Exprimer  $I$  en fonction de la fréquence  $\nu_0$  de la radiation monochromatique utilisée et de la quantité  $\tau = \frac{2x}{c}$ ,  $x$  étant le déplacement de  $M_2$ ,  $c$  la vitesse de propagation de la lumière dans le vide.
- b. La source émet en réalité une radiation dont l'intensité spectrale est donnée par :

$$I_\nu(\nu) = I_0 \frac{2\Gamma}{\Gamma^2 + 4\pi^2(\nu - \nu_0)^2}$$

Trouver l'expression de l'intensité  $I$  détectée. En déduire le facteur de visibilité  $\mathcal{V}(\tau) = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$ ,  $I_M$  et  $I_m$  étant les intensités maximale et minimale détectées dans le voisinage d'une valeur de  $\tau$ .

- c. Pour quelle valeur  $x_0$  de  $x$ ,  $\mathcal{V}(\tau)$  devient-il inférieur à 0,05 ?  
Calculer  $x_0$  pour  $\Gamma = 10^9 \text{ rad.s}^{-1}$ .

### 3. Cohérence spatiale.

3.1. Notion de cohérence spatiale. Relation entre la répartition spatiale de l'intensité d'une source et le facteur de visibilité des franges d'interférences données par un interféromètre d'Young éclairé par cette source.

3.2. *Application.* En vue de déterminer la distance angulaire  $\theta$  de deux étoiles, on forme leur image à l'aide d'un système optique dont l'objectif, de longueur focale  $f$ , est diaphragmé par un écran percé de deux trous très petits  $T_1$  et  $T_2$  distants de  $a$  (fig. 3).

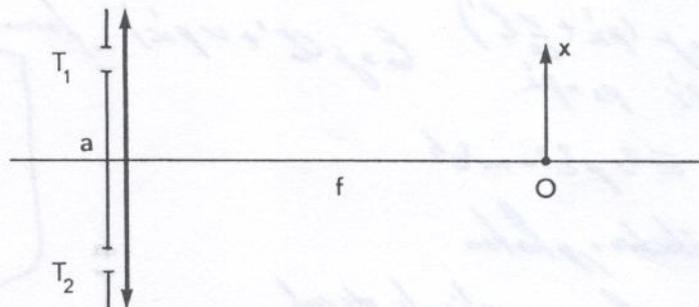


Figure 3.

- a. Trouver, en fonction de  $\theta$ ,  $a$  et de la coordonnée  $x$  dans le plan focal suivant une direction parallèle à  $T_2T_1$ , la répartition de l'éclairement dans ce plan, pour la longueur d'onde  $\lambda$ , en prenant égales les intensités des ondes émises par les étoiles.
- b. En déduire, en fonction de  $a$  et  $\theta$ , l'expression du facteur de visibilité  $\mathcal{V}$  des franges d'interférences. Quelle signification physique donner à la grandeur  $\frac{\lambda}{\theta}$  ?
- c. On fait varier  $a$  à partir d'une valeur très faible. Pour quelle première valeur  $a_0$  de  $a$ ,  $\mathcal{V}$  s'annule-t-il ? Montrer que l'on peut en déduire  $\theta$ . Calculer  $\theta$  en secondes d'arc sachant que  $a_0 = 0,2 \text{ m}$ ,  $f = 1 \text{ m}$  et pour  $\lambda = 0,55 \mu\text{m}$ .

### 4. Lasers.

Principe du fonctionnement du laser à gaz hélium-néon qui fournit un faisceau lumineux rouge continu à 632,8 nm; émission stimulée, amplification, rôle de la cavité optique. Propriétés de cohérence du faisceau émis.