

SESSION DE 1990

AGRÉGATION

SCIENCES PHYSIQUES. – Option : PHYSIQUE

Épreuve A

COMPOSITION DE PHYSIQUE

DURÉE : 5 heures

Calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

VIBRATIONS ET ONDES ÉLASTIQUES

1. Oscillateurs à un degré de liberté.

1.1. Oscillateur harmonique non amorti.

1.1.1. Fournir sa définition analytique et l'illustrer sur deux exemples simples choisis dans des domaines différents de la physique.

1.1.2. Rappeler la définition du régime d'oscillations libres.

Déterminer la pulsation propre ω_0 de l'oscillateur.

- 1.1.3. Effectuer sur l'exemple du dispositif de Hooke (masse m , astreinte à se mouvoir en translation rectiligne sur un axe galiléen Ox et soumise à la seule action d'un ressort de raideur α) l'analyse énergétique du régime d'oscillations libres.

Préciser en particulier les notions de conversion et de conservation énergétiques.

Déterminer la relation entre énergie mécanique E_m et amplitude A de l'oscillation.

- 1.1.4. Exercice : vibrations longitudinales de la molécule de monoxyde de carbone CO .

La molécule de monoxyde de carbone CO , supposée isolée, est modélisée selon le schéma de la figure 1. La force exercée par l'atome de carbone, de masse m , sur celui d'oxygène, de masse M , est supposée élastique de constante de Hooke α .

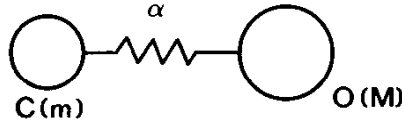


Figure 1

Rappeler, sans démonstration, la réduction canonique, en mécanique classique, du problème à deux corps.

On notera μ la masse réduite du système.

En déduire la fréquence propre de vibration longitudinale de la molécule CO , soit ν_0 .

Application numérique.

On lit dans une table de données que le nombre d'ondes σ_0 (correspondant à ν_0) de $^{12}C^{16}O$ vaut 2170 cm^{-1} . En déduire la constante de force α .

On donne le nombre d'Avogadro $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ et la célérité de la lumière dans le vide $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

1.2. Oscillateur avec frottement de type fluide visqueux.

- 1.2.1. Établir à propos de l'exemple du dispositif de Hooke, soumis de plus à une force de frottement $F = -f dx/dt$, de type fluide visqueux, l'équation du régime d'oscillations libres, en utilisant la pulsation propre ω_0 et le coefficient d'amortissement $\gamma = \frac{f}{2m\omega_0}$.

- 1.2.2. Définir en fonction de l'amortissement γ , les trois types analytiques de régime d'oscillations libres.

Donner l'expression de τ , temps de relaxation pour l'élongation.

Préciser alors dans quelle condition on peut parler de régime transitoire et de régime permanent dans l'étude d'un oscillateur forcé.

- 1.2.3. Qu'appelle-t-on réponse permanente sinusoïdale d'un oscillateur « forcé » harmoniquement ?

Calculer, en fonction de l'amortissement, la réponse fréquentielle en amplitude d'élongation.

- 1.2.4. Rappeler les caractéristiques essentielles de la réponse fréquentielle en vitesse (amplitude et déphasage par rapport à l'élongation).

Intérêt pratique ?

- 1.2.5. Calculer la puissance moyenne temporelle en régime sinusoïdal permanent $\langle P \rangle(\omega)$ fournie par l'excitateur à l'oscillateur.

En déduire la condition de résonance de l'oscillateur.

- 1.2.6. Considérant le cas d'un oscillateur très peu amorti (notion à préciser par une inégalité forte), effectuer l'analyse énergétique des oscillations libres sur une durée intermédiaire entre le temps de relaxation τ et la pseudo-période T .

Préciser alors quantitativement l'évolution temporelle de l'énergie mécanique $E_m(t)$.

Définir le facteur de qualité énergétique Q et le calculer en fonction de γ .

On n'oubliera pas de fournir les différents types d'énergie mis en jeu sur l'exemple d'illustration choisi.

- 1.2.7. Exercice : étude d'un séismographe élémentaire.

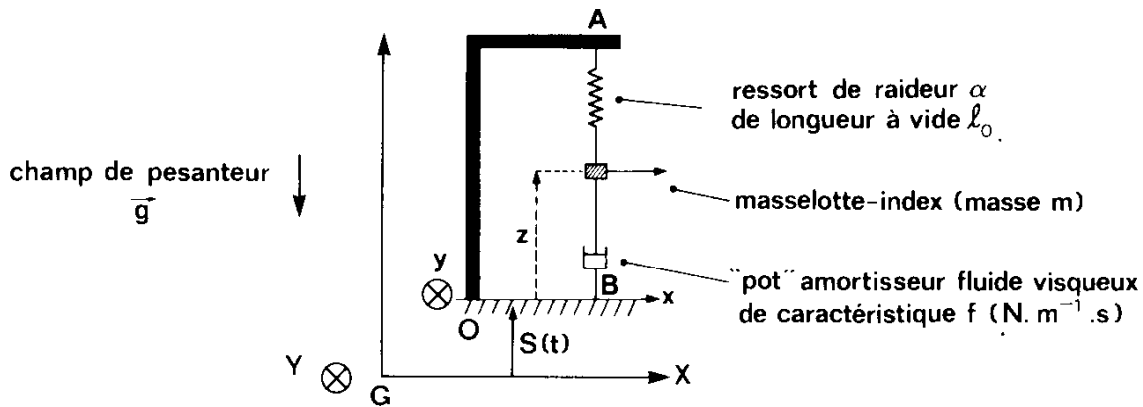


Figure 2

Le bâti rigide d'un séismographe est soudé en O au sol horizontal Oxy.

La masselotte dotée de son index, de masse m , est accrochée à un ressort sans masse de raideur α , de longueur à vide l_0 .

Le ressort est fixé en A au bâti. ($AB = h > l_0$).

On note $z(t)$ l'altitude du centre d'inertie de la masselotte-index au-dessus du sol Oxy.

On suppose la masselotte astreinte à un mouvement de translation verticale.

Le tout est amorti de façon « fluide visqueux » (d'où la présence du pot amortisseur).

Le champ de pesanteur d'intensité g est supposé uniforme et constant.

Le mouvement de « tremblement » du sol est idéalisé par une vibration sinusoïdale : $S(t) = S_0 \cos \omega t$ avec $S_0 \geq 0$, $\omega \geq 0$, et où $S(t)$ représente la cote du sol Oxy, à la date t , au-dessus du plan galiléen GXY.

On notera $Z = z - z_0$, où z_0 représente l'altitude (par rapport au sol Oxy) d'équilibre de la masselotte-index en l'absence de tremblement du sol.

Déterminer l'amplitude complexe $\underline{Z}$ de Z en régime sinusoïdal permanent en fonction de S_0 , de $x = \omega / \omega_0$ (où ω_0 est la pulsation propre de l'oscillateur non amorti) et de Q le facteur de qualité de l'oscillateur amorti.

Tracer le graphe de $|\underline{Z}| / S_0$ en fonction de x pour $Q = 1$.

Comment choisit-on ω_0 en pratique ?

2. Système oscillant à deux degrés de liberté, non amorti.

- 2.1. Donner deux exemples d'oscillateur à deux degrés de liberté, choisis dans des domaines différents de la physique.

- 2.2. Rappeler la définition des modes et pulsations propres de vibration.

2.3. Exercice : vibrations longitudinales de la molécule de dioxyde de carbone CO_2 .

On considère une molécule de CO_2 isolée, modélisée selon le schéma de la figure 3.

Les deux liaisons, identiques, C—O sont caractérisées par la même constante de Hooke α .

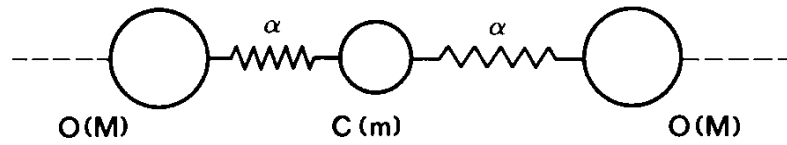


Figure 3

On note u_1, u_2, u_3 les écarts algébriques (comptés suivant l'axe de vibration) des positions actuelles des atomes O (masse M), C (masse m), O, respectivement par rapport à leurs positions d'équilibre.

- Écrire dans le référentiel barycentrique de la molécule, le lagrangien L du système, en fonction de u_1, u_2 et des dérivées temporelles correspondantes.
- Calculer analytiquement pulsations et modes propres.
- Donner la forme la plus générale des vibrations longitudinales de CO_2 .

3. Système oscillant à N degrés de liberté, non amorti.

3.1. Cas d'un cristal monoatomique unidimensionnel infini.

On considère une chaîne linéaire infinie d'atomes identiques, de masse m , qui au repos se trouvent sur l'axe des ξ à l'abscisse $\xi_{p,0} = p a$ (p entier relatif et $a > 0$).

On suppose que l'atome de numéro p est lié seulement à ses deux plus proches voisins par des forces de liaison, identiques, de Hooke, de raideur α .

On note x_p le déplacement longitudinal algébrique, par rapport à la position de repos, de l'atome de numéro p , soit $x_p = \xi_p(t) - \xi_{p,0}$.

3.1.1. Établir, dans le cadre de la mécanique classique, l'équation du mouvement vibrationnel longitudinal de l'atome de rang p .

3.1.2. Établir la relation de dispersion des ondes longitudinales de type :

$$x_p = A \exp [i(\omega t - k p a)]$$

qui peuvent se propager le long de la chaîne d'atomes.

3.1.3. Étudier la fonction $\omega(k)$, réduite à la première zone de Brillouin ($k \in [-\pi/a, \pi/a]$).

Tracer le graphe de la courbe de dispersion.

Signification physique de la parité de la fonction $\omega(k)$?

3.1.4. Expliquer le qualificatif de « filtre » de fréquences temporelles accordé à la chaîne.

Que se passe-t-il physiquement si on excite initialement la chaîne au point d'abscisse au repos $\xi_{p,0}$ avec une fréquence supérieure à la fréquence de coupure (dont on précisera la valeur littérale ν_0).

3.1.5. Définir et donner le contenu physique de la notion de vitesse de phase des ondes élastiques définies en 3.1.2.

Qu'appelle-t-on vitesse des ondes acoustiques dans la chaîne ?

3.1.6. Que devient l'équation de la question 3.1.1. dans le cadre de l'approximation de milieu continu pour la chaîne d'atomes (variations de x_p en fonction de ξ suffisamment lentes) ?

Quelle est la vitesse de propagation des ondes élastiques dans ce milieu continu ?

3.2. Cas d'un cristal monoatomique unidimensionnel fini à N atomes.

La chaîne de la question 3.1. est supposée, toutes choses égales par ailleurs, ne contenir que N atomes, numérotés de 1 à N .

3.2.1. Avec les notations de la question 3.1. écrire les équations différentielles auxquelles satisfont

$$x_1(t), x_p(t), x_N(t) \quad \text{avec } 2 \leq p \leq N-1.$$

On ne cherchera pas à intégrer ces équations différentielles.

3.2.2. Born et Von Kármán ont montré en 1912 qu'on pouvait, sans affecter la distribution des fréquences de vibration longitudinale (pour peu que $N \gg 1$), rajouter virtuellement deux atomes, *fixes*, à gauche et à droite de la file, aux abscisses respectives (comptées le long de $O\xi$) 0 et $(N+1)a$.

Ces atomes de numéros 0 et $N+1$ sont supposés liés à ceux de numéro 1 et N respectivement par des forces de Hooke de « raideur » α .

Montrer, dans les conditions de Born et Von Kármán, que des ondes stationnaires de la forme

$$x_p = A \exp[i(\omega t - kpa)] + B \exp[i(\omega t + kpa)]$$

peuvent s'établir le long de la chaîne.

Déterminer les pulsations propres $\omega_r = 2\pi\nu_r$, ($r \in \mathbb{N}$) de cette chaîne linéaire de N atomes en fonction de α et m .

3.2.3. Énoncer l'autre hypothèse émise par Born et Von Kármán, dite « condition cyclique », pour déterminer le spectre des pulsations propres (elle conduit au même résultat que celui de la question 3.2.2.).

3.3. Loi de Dulong et Petit pour un cristal monoatomique unidimensionnel.

3.3.1. Rappeler le cadre de « l'approximation classique » de la thermodynamique statistique.

Énoncer dans ce cadre le théorème d'équipartition de l'énergie.

3.3.2. En déduire E , l'énergie vibrationnelle longitudinale, à la température d'équilibre thermodynamique T , du cristal monoatomique à N atomes ci-dessus, ainsi que sa capacité calorifique molaire C .

3.3.3. Ce modèle de cristal excité thermiquement permet-il d'expliquer le phénomène de dilatation ?

4. Aspect quantique de l'oscillateur harmonique.

4.1. Spectre énergétique de l'oscillateur harmonique non amorti.

4.1.1. Soit un oscillateur mécanique, de masse m , à une dimension, conservatif, de pulsation propre ω_0 .

Écrire la forme de son hamiltonien H (on notera h la constante de Planck).

Écrire l'équation de Schrödinger et rappeler sans démonstration les énergies propres E_n des états stationnaires.

Quelle est la valeur littérale de l'énergie fondamentale vibrationnelle, notée E_0 ?

Expliquer pourquoi, quantiquement, l'oscillateur ne peut être au repos.

- 4.1.2. En utilisant la loi de Boltzmann, déterminer la probabilité de trouver l'oscillateur dans son niveau d'énergie E_n à la température T .

On notera k_B la constante de Boltzmann et $\beta = \frac{1}{k_B T}$.

Définir et calculer la fonction de partition Z_1 de l'oscillateur.

- 4.1.3. Quelle est l'énergie moyenne statistique $\langle E_1 \rangle$ de cet oscillateur à un degré de liberté ?

4.2. Cas de l'oscillateur à N degrés de liberté.

- 4.2.1. On considère la chaîne de N atomes étudiée à la question 3.2.2.

On *admet* que l'hamiltonien de la chaîne est équivalent à celui de N oscillateurs indépendants de pulsations propres $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_N$ (celles trouvées en 3.2.2.).

Quelles sont, dans cette hypothèse, les valeurs possibles de l'énergie E_R du réseau cristallin des N atomes ci-dessus ?

- 4.2.2. En déduire la fonction de partition Z_N de la chaîne et l'énergie moyenne $\langle E_R \rangle$ du réseau cristallin unidimensionnel.

Montrer que les résultats précédents peuvent s'interpréter à partir d'un ensemble de bosons occupant les niveaux d'énergie $h\nu_r$.

- 4.2.3. Que devient $\langle E_R \rangle$ si $h\nu_r \ll k_B T (\forall r)$?

En déduire la capacité calorifique molaire C de la chaîne d'atomes. Quel résultat retrouve-t-on ?

- 4.2.4. Comment varie $C(T)$ aux basses températures pour $T \ll \frac{h\nu_N}{k_B}$?

5. Ondes élastiques dans les milieux continus isotropes.

5.1. Approximation acoustique.

- 5.1.1. On considère un fluide, isotrope, non visqueux, (dont l'équation d'état thermodynamique est supposée connue), qui, au repos dans un référentiel galiléen, est caractérisé par les champs uniformes ci-dessous :

- le champ vectoriel des vitesses macroscopiques des « particules » fluides, nul au repos, soit $\vec{v}_0 = \vec{0}$;
- les champs scalaires de pression, de masse volumique, de température, notés respectivement P_0, μ_0, T_0 .

Lors de la perturbation acoustique, on notera

$$\vec{v}(\vec{r}, t), \quad P(\vec{r}, t), \quad \mu(\vec{r}, t), \quad T(\vec{r}, t)$$

les champs variables spatio-temporellement. De plus :

- lors de la perturbation acoustique, seules les forces de pression interviennent, à l'exclusion de toutes autres ;
- la perturbation est thermodynamiquement assimilable à une transformation isentropique, avec un coefficient de compressibilité χ .

Écrire l'équation d'Euler, la relation de continuité (conservation de la masse) et la relation de définition de χ .

- 5.1.2. Procéder à la linéarisation des équations précédentes dans le cadre de « l'approximation acoustique », celui des petits mouvements au voisinage du repos.

On posera :

$$\vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{v}_1, \quad P = P_0 + p_1, \quad \mu = \mu_0 + \mu_1.$$

En déduire les équations différentielles fournissant $\vec{v}_1(\vec{r}, t)$, $p_1(\vec{r}, t)$, $\mu_1(\vec{r}, t)$.

Exprimer la vitesse du son dans le fluide en fonction des données.

- 5.1.3. Exercice : *vitesse du son dans l'air*.

L'air est assimilé à un gaz parfait diatomique de rapport γ indépendant de T , de masse molaire M .

La constante des gaz parfaits est notée R .

Fournir l'expression littérale de la vitesse c_0 du son dans l'air à la température T_0 .

Application numérique.

Calculer c_0 à 0 °C (les autres valeurs numériques sont supposées connues des candidats).

5.2. Ondes acoustiques planes.

- 5.2.1. Soit une onde acoustique plane indépendante de y et z .

Démontrer qu'elle est longitudinale.

Écrire la forme générale de $p_1(\vec{r}, t)$.

En déduire $\vec{v}_1(\vec{r}, t)$, et $\mu_1(\vec{r}, t)$.

- 5.2.2. Exercice : *aspect énergétique de l'onde acoustique plane progressive harmonique ω . Niveau sonore et « conversation ».*

Rappeler les expressions de l'énergie cinétique volumique e_c , attachée à l'onde acoustique, plane, progressive, harmonique ω , ainsi que l'énergie potentielle élastique volumique, e_p , liée à la surpression vibratoire acoustique.

Rappeler la définition de l'intensité sonore I de l'onde acoustique (mesurée en $\text{W} \cdot \text{m}^{-2}$).

Le niveau sonore est défini en *décibels* (dB) par :

$$N = 10 \log_{10} (I / I_0) \quad \text{avec } I_0 = 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}.$$

Quelle est l'amplitude de la surpression acoustique d'une telle onde au niveau du tympan d'une oreille qui perçoit un son de « hauteur » 2 kHz dans une conversation de 50 dB de niveau ?

On donne $\mu_0 = 1,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et $c_0 = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Calculer enfin, numériquement, l'amplitude ξ_{1m} du déplacement acoustique.

Commentez les résultats obtenus.

SESSION DE 1990

AGRÉGATION

SCIENCES PHYSIQUES. - Option : PHYSIQUE

Épreuve B**COMPOSITION DE CHIMIE**

DURÉE : 4 heures

L'usage de calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, est autorisé conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Les différentes parties de cette épreuve sont indépendantes. Il est demandé aux candidats de bien rappeler le numéro des questions traitées.

PARTIE I**Interactions soluté-solvant en solution aqueuse****A. Dissolution de quelques composés dans l'eau****A.1. Chlorure de sodium.**

- Décrire par un schéma l'arrangement des ions dans le cristal de chlorure de sodium.
- Définir l'énergie réticulaire $\Delta_g^{\text{cr}}H^\circ$, qui pour le chlorure de sodium vaut $-776 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.
- L'enthalpie standard de dissolution du chlorure de sodium dans l'eau à 25°C est $\Delta_{\text{sol}}H^\circ = -3,9 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$. Que représente la somme $\Delta_g^{\text{cr}}H^\circ + \Delta_{\text{sol}}H^\circ$?
Schématiser les étapes de la dissolution du chlorure de sodium dans l'eau. Quelles sont les caractéristiques du solvant qui interviennent dans chacune d'elle ?
- Préciser la nature des interactions entre le solvant et les ions Na^+ et Cl^- ; représenter l'orientation des molécules d'eau. Quelle interaction supplémentaire faut-il envisager dans le cas du chlorure d'ammonium ?

A.2. Méthanol et chlorure d'hydrogène.

- Le méthanol est miscible à l'eau en toutes proportions. Quelle est la nature des interactions solvant-soluté ?
- Le chlorure d'hydrogène, gazeux, est très soluble dans l'eau. Quels sont les phénomènes qui accompagnent sa dissolution ?

A.3. Dioxygène et dichlore.

- Le dioxygène est légèrement soluble dans l'eau ($1,2 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ à 25°C , sous 10^5 Pa). Quelle est la nature des interactions du dioxygène avec l'eau ?
- Le dichlore est nettement plus soluble ($9,0 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ dans les mêmes conditions). Le pH de la solution saturée est acide : $\text{pH} = 1,7$.
Pourquoi le milieu est-il devenu acide ?
Que se passe-t-il quand on dissout le dichlore dans l'eau ?
- Calculer la concentration des molécules de dichlore présentes dans la solution saturée. La comparer à la solubilité du dioxygène et suggérer une explication à la différence observée.
La solubilité du dichlore est-elle principalement due à sa transformation partielle dans l'eau ?

B. Grandeurs thermodynamiques de dissolution

- On donne les grandeurs suivantes relatives à la dissolution du chlorure de potassium dans l'eau, à 25°C :
 - solubilité : $s = 4,8 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$;
 - enthalpie libre standard : $\Delta_{\text{sol}}G^\circ = -5,4 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$;
 - enthalpie standard : $\Delta_{\text{sol}}H^\circ = 17,2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.
 - Calculer la solubilité à partir de $\Delta_{\text{sol}}G^\circ$. Expliquer l'écart observé avec la valeur expérimentale. Quelle grandeur permet de quantifier cet écart ?
 - Quelle est la signification physique de $\Delta_{\text{sol}}H^\circ$? Comment varie la solubilité du chlorure de potassium quand on augmente la température ?
 - Calculer l'entropie standard de dissolution $\Delta_{\text{sol}}S^\circ$ du chlorure de potassium. Quelle est sa signification physique ?
 - Peut-on dire que la solubilité du chlorure de potassium est essentiellement régie par la force des interactions entre les ions et le solvant ? Étayer votre opinion.
- On a pu calculer les grandeurs thermodynamiques de dissolution du méthane dans l'eau, à 25°C :
 - $\Delta_{\text{sol}}H^\circ = -14,2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$;
 - $\Delta_{\text{sol}}S^\circ = -102 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.
 - Montrer que ces valeurs permettent de justifier que le méthane est pratiquement insoluble dans l'eau.
 - Lequel des facteurs énergétiques précédents gouverne cet effet hydrophobe ?
 - Proposer une explication au signe de l'entropie de dissolution.
- Un sel de sodium d'acide carboxylique à longue chaîne (acide gras) est un amphiphile. Qu'entend-on par là ?
 - Quelle structure particulière donne ce composé dans l'eau, au-dessus d'une certaine concentration (faible) ? Y a-t-il dissociation totale entre anions et cations ? Pourquoi ?

PARTIE II

Ions du cuivre en solution aqueuse ; oxydoréduction

1. a. Le sulfate de cuivre (II) anhydre se présente sous forme de poudre blanche et est très soluble dans l'eau. Expliquer pourquoi sa solution est bleue et préciser les interactions entre le solvant et les ions (Cu^{2+} ; SO_4^{2-}).
- b. En évaporant la solution à sec, on obtient des cristaux bleus. Interpréter.
Comment prépare-t-on le sulfate de cuivre (II) anhydre ?
- c. Expliquer pourquoi les solutions de chlorure de cuivre (II) sont vertes et non bleues.

2. On définit les enthalpies libres standard suivantes :

$\Delta_{\text{at}}G^\circ$ pour l'atomisation du métal solide ;

$\Delta_{\text{ion}}G^\circ$ pour l'ionisation du métal monoatomique ;

$\Delta_{\text{hyd}}G^\circ$ pour l'hydratation de l'ion métallique.

- a. Démontrer que le potentiel standard d'oxydoréduction du couple M^{n+}/M , à 25 °C, s'écrit :

$$E^\circ = -4,44 + (96,48 \cdot n)^{-1} (\Delta_{\text{at}}G^\circ + \Delta_{\text{ion}}G^\circ + \Delta_{\text{hyd}}G^\circ)$$

où E° est exprimé en volts et ΔG° en $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

Que représentent les coefficients numériques de cette équation ?

- b. Calculer $E^\circ (\text{Cu}^{n+}/\text{Cu})$ pour $n = 1, 2$ et 3 en utilisant les données :

ΔG° en $\text{kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$	$\Delta_{\text{at}}G^\circ$	$\Delta_{\text{ion}}G^\circ$	$\Delta_{\text{hyd}}G^\circ$
Cu^+	299	740	- 568
Cu^{2+}	299	2704	- 2077
Cu^{3+}	299	6270	- 4500

$\Delta_{\text{hyd}}G^\circ (\text{Cu}^{3+})$ a été extrapolée à partir des valeurs relatives à des ions trivalents de rayon voisin.

3. a. Calculer $E^\circ (\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}^+)$ en utilisant les valeurs de la littérature :
 $E^\circ (\text{Cu}^{2+}/\text{Cu}) = 0,34 \text{ V}$ et $E^\circ (\text{Cu}^+/\text{Cu}) = 0,52 \text{ V}$.
- b. Les ions Cu^+ sont-ils stables en solution aqueuse ? Justifier.
- c. Calculer la concentration de ces ions dans une solution telle que $[\text{Cu}^+]_0 = 0,1 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$, en supposant l'équilibre thermodynamique réalisé à 25 °C.
4. a. Les ions Cu^{3+} hydratés n'existent pas en solution aqueuse. Proposer une explication, en considérant que le solvant peut être impliqué dans deux processus redox, caractérisés par les potentiels standard $E^\circ (\text{H}^+/\text{H}_2) = 0 \text{ V}$ et $E^\circ (\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}) = 1,23 \text{ V}$.
- b. Écrire l'équation de l'hypothétique réaction de l'eau avec Cu^{3+} .
5. a. Le cuivre (I) est stabilisé en solution ammoniacale. Expliquer la raison de cette stabilisation.
- b. Une solution ammoniacale de cuivre (I) est incolore, mais on peut observer un bleuissement avec le temps. Pourquoi ?
- c. Citer une réaction classique de chimie organique utilisant une telle solution ; décrire l'expérience et écrire l'équation-bilan.

PARTIE III

Propriétés acido-basiques des solvants

A. Solutions aqueuses

L'acide acétique est miscible à l'eau en toutes proportions. Le pH mesuré d'une solution à $10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ est égal à 3,35.

- A.1. Écrire l'équation-bilan de l'action de l'eau sur l'acide acétique.
- A.2. Quel est le taux de dissociation de l'acide acétique ?
- A.3. Comment expliquer la grande solubilité de l'acide acétique dans l'eau ?
- A.4. Quel est le pH d'une solution à $10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ d'acétate de sodium ?

B. Solutions dans l'acide acétique

- B.1. Écrire l'équation d'autoprotolyse de l'acide acétique, dont la constante d'équilibre est $K_s = 10^{-14.5}$ à 25 °C.
Définir le pH dans l'acide acétique.

- B.2. Dans l'acide acétique, l'ion acétate est-il une base forte ou faible ? En conséquence, quel pH peut-on prévoir pour une solution de $10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ d'acétate de sodium ?

- B.3. a. Le pH effectivement mesuré pour la solution précédente est égal à 10,2 du fait d'un équilibre d'association des ions en paires, dont on calculera la constante

$$K_{\text{ass}} = \frac{[\text{CH}_3\text{CO}_2^- \text{Na}^+]}{[\text{CH}_3\text{CO}_2^-] [\text{Na}^+]}$$

- b. Commenter l'existence d'un tel équilibre, sachant que la constante diélectrique de l'acide acétique est égale à 6.

- B.4. L'acide perchlorique est un acide fort, entièrement ionisé, en solution dans l'acide acétique. La constante d'association des ions majoritaires est $K_{\text{ass}} = 10^{4.8}$.

- a. Sans tenir compte des associations en paires d'ions, quel serait le pH d'une solution de $10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ de perchlorate de sodium ?
- b. En utilisant les données précédentes, peut-on prévoir, sans calcul, si le pH de cette solution sera acide, basique ou neutre ?

PARTIE IV

Solutions magnésiennes

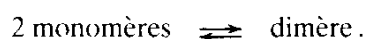
La réaction du magnésium avec un équivalent de bromobenzène, dans l'éther diéthylique anhydre, permet d'obtenir une solution de bromure de phénylmagnésium.

1. L'étude aux rayons X du solide obtenu par évaporation du solvant a permis d'identifier une entité monomérique de formule $\text{MgBr}(\text{C}_6\text{H}_5)[\text{O}(\text{C}_2\text{H}_5)_2]_2$.

Donner une formule semi-développée de ce composé en précisant les liaisons échangées avec le magnésium, les doublets libres et les charges formelles.

2. En solution, le magnésien existe sous forme monomérique, mais aussi sous des formes plus condensées. Proposer une formule développée raisonnable pour le dimère $\text{Mg}_2\text{Br}_2(\text{C}_6\text{H}_5)_2[\text{O}(\text{C}_2\text{H}_5)_2]_2$, analogue à celle de Al_2Cl_6 .

3. Considérons l'équilibre :



- a. Dans quel sens cet équilibre est-il déplacé quand on dilue la solution magnésienne par de l'éther ? Justifier la réponse.
- b. Le monomère est nettement favorisé quand on remplace l'éther diéthylique par le tétrahydrofuranne (THF) ou le diméthoxyéthane (DME).

Classer les basicités de ces solvants, dont on écrira la formule, par rapport à celle de l'éther.

4. Lorsqu'à une solution étherée l'on ajoute du 1,4-dioxanne, on observe un précipité blanc de bromure de magnésium solvate renfermant pratiquement tout le brome du système.

- a. Proposer une formule pour le composé organomagnésien restant en solution (en faisant abstraction du solvant lié).
- b. Ce fait expérimental permet de postuler un équilibre (confirmé par ailleurs), dit de Schlenk, entre dérivés monomériques du magnésium. Écrire l'équation de cet équilibre.

Par la suite on ne considérera que le dérivé organomagnésien mixte monomère.

5. a. Indiquer et justifier la polarisation de la liaison C-Mg dans la molécule de magnésien. En déduire les types de réaction que l'on est en droit d'envisager pour les magnésiens.
- b. Une écriture utilisée dans certains traités représente les magnésiens par R^-MgBr^+ . Semble-t-elle correcte ? Pourquoi ?

6. a. Le bromure de phénylmagnésium réagit rapidement sur la butanone.

Quel est le produit obtenu ? À quelle famille de composés appartient-il ?

Proposer un mécanisme réactionnel logique pour cette réaction.

- b. Le mélange réactionnel est ensuite hydrolysé par une solution de chlorure d'ammonium. Nommer le produit obtenu. Sa solution dans l'éthanol, placée dans la cuve d'un polarimètre, fait-elle tourner le plan de polarisation de la lumière ? Pourquoi ?
- Pourquoi l'hydrolyse est-elle réalisée avec une solution de chlorure d'ammonium de préférence à une solution d'acide sulfurique ?
7. La réaction précédente a été effectuée dans un solvant mixte, mélange de benzène et de 2R,3R-diméthoxybutane. Le produit obtenu après hydrolyse est optiquement actif ; il s'agit d'un mélange de 41,5 % et 58,5 % d'énantiomères de configuration S et R respectivement.
- a. Représenter selon Newman une des conformations du 2R,3R-diméthoxybutane.
- b. Expliquer, sans représenter l'état activé, pourquoi l'on obtient un produit optiquement actif.
8. Une solution de bromure de (phénylméthyl) magnésium dans l'éther diéthylique est incolore.
- Si on lui ajoute de l'hexaméthylphosphotriamide (HMPT), solvant très basique, de forte constante diélectrique ($\epsilon_r = 30$), la solution devient rouge et sa conductance passe d'une valeur négligeable à un niveau important.
- À quelle espèce peut-on attribuer cette couleur rouge ? Pourquoi cette espèce absorbe-t-elle dans le visible ? La représenter en utilisant la théorie de la mésomérie.

SESSION DE 1990

AGRÉGATION

SCIENCES PHYSIQUES. - Option : PHYSIQUE

ÉPREUVE C

PROBLÈME DE PHYSIQUE

DURÉE : 6 heures

L'usage de calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alpha-numérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, est autorisé conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

FORCES RADIATIVES ATOMIQUES

Un atome, placé dans un faisceau lumineux, subit de la part de ce dernier des forces appelées « forces radiatives ». L'objet du problème est d'en analyser l'origine, d'étudier leurs propriétés essentielles et d'illustrer leur utilisation expérimentale récente pour le ralentissement, le refroidissement et le piégeage d'atomes neutres.

La première partie est consacrée à l'étude des effets mécaniques associés à l'absorption et l'émission de photons par un atome. Dans la deuxième partie, on analyse les forces radiatives agissant sur un dipôle électrique oscillant qui sert de modèle classique pour un atome. Enfin la troisième partie propose, afin de remédier aux défauts du modèle classique, un modèle quantique qui, malgré sa simplicité, permet d'obtenir l'essentiel des caractéristiques de ces forces radiatives.

DONNÉES NUMÉRIQUES

Constantes fondamentales.

Vitesse de la lumière dans le vide	$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Charge élémentaire	$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Constante de Planck réduite	$\hbar = h / 2 \pi = 1,05 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Constante de Boltzmann	$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
Unité de masse atomique (u.m.a.)	$u = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ $= 931 \text{ MeV} / c^2$.

Données sur l'atome de sodium.

Masse atomique (en u.m.a.)	$M(\text{Na}) = 23,0 \text{ u}$
Longueur d'onde de résonance optique	$\lambda_0 = \frac{2 \pi c}{\omega_0} = 0,589 \mu\text{m}$
Probabilité d'émission spontanée par seconde	$\Gamma = 2 \pi \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$.

I

On considère, dans cette partie, l'absorption et l'émission de photons par les atomes d'un gaz monoatomique. On suppose que ces atomes ne subissent aucune autre interaction que celle exercée par le rayonnement.

On note E_a l'énergie propre de l'atome, c'est-à-dire son énergie dans son référentiel barycentrique.

I.1. On étudie l'absorption d'un photon d'énergie $\hbar\omega$ par un atome de masse M . Soit $\vec{k} = k \vec{u}_x$ le vecteur d'onde associé à la propagation du photon.

Avant l'absorption, l'atome est dans l'état fondamental d'énergie E_{a1} et est animé de la vitesse $\vec{v}$; après l'absorption, il est dans l'état excité d'énergie E_{a2} . On pose :

$$\Delta E_a = E_{a2} - E_{a1}.$$

a. À l'aide des lois de conservation de la mécanique non relativiste, établir la relation entre E , ΔE_a , $\vec{k}$, $\vec{v}$ et M .

Cette relation est appelée par la suite « condition de résonance »; pourquoi ?

b. Interpréter les différents termes de cette relation dans le référentiel barycentrique de l'atome avant absorption. On indiquera en particulier la signification de $\omega' = \omega - \vec{k} \cdot \vec{v}$ et on identifiera le terme correspondant à l'énergie de recul E_r de l'atome.

- c. On introduit la probabilité par unité de temps Γ de désexcitation de l'atome par émission spontanée, telle que Γdt représente la probabilité pour que l'atome se désexcite par ce mécanisme entre les instants t et $t + dt$.

Donner la signification physique de $\tau = \frac{1}{\Gamma}$.

Pour un atome de sodium, comparer $\hbar\Gamma$ à ΔE_a ; évaluer de plus $\frac{E_r}{\hbar\Gamma}$ dans le cas de photons de longueur d'onde λ_0 . Montrer que cela permet de négliger E_r dans la condition de résonance obtenue en I.1.a.

- d. Donner l'expression de Δv_x , variation de la composante de la vitesse de l'atome sur la direction de $\vec{k}$, en fonction de $\hbar$, ω , M et c .

Évaluer numériquement $\frac{\Delta v_x}{v_x}$ pour un atome de sodium, en considérant $\omega = \omega_0$ et en prenant pour v_x sa valeur d'agitation thermique à la température $T = 900$ K.

- I.2. Après absorption d'un photon, l'atome est dans l'état d'énergie E_{a2} et sa vitesse est $\vec{v}$. Il émet alors un photon d'énergie $E' = \hbar\omega'$ dans la direction définie par le vecteur unitaire $\vec{u}'$, l'atome revenant à son état fondamental d'énergie E_{a1} .

Calculer E' ainsi que la variation de quantité de mouvement de l'atome en fonction de ΔE_a , $\vec{u}'$, $\vec{v}$ et c et en utilisant la même approximation qu'en I.1.c.

- I.3. On considère maintenant l'action d'un faisceau laser cylindrique, monochromatique de pulsation ω , de vecteur d'onde $\vec{k} = k\vec{u}$, $\vec{u}$ vecteur unitaire, sur les atomes du gaz. Soit I l'intensité locale de l'onde, définie par le carré de l'amplitude du champ électrique.

Pour un atome dans l'état fondamental, la probabilité par unité de temps d'être excité par absorption d'un photon (la notion de probabilité par unité de temps ayant la même signification qu'en I.1.c.) est égale à βI ; le facteur de proportionnalité β , qui dépend de ω , est maximal à la résonance, c'est-à-dire lorsque la relation établie en I.1.a. est satisfaite.

L'atome se désexcite en revenant à son état fondamental soit par émission spontanée avec la probabilité par unité de temps Γ , soit par émission stimulée avec la probabilité par unité de temps βI identique à celle de l'absorption.

- a. Exprimer en fonction de βI et Γ la durée de vie moyenne τ_1 d'un atome dans l'état fondamental, la durée de vie moyenne τ_2 dans l'état excité; en déduire la durée moyenne entre deux absorptions successives par le même atome et la fraction du temps que l'atome passe dans l'état excité.

Vers quelle limite tend cette fraction pour de fortes intensités? Interpréter le résultat.

- b. En moyenne vectorielle sur un grand nombre de photons, la quantité de mouvement d'un photon émis est nulle dans le cas de l'émission spontanée. Mais dans le cas de l'émission stimulée, elle est toujours égale à celle d'un photon du faisceau incident qui provoque l'émission.

Exprimer en fonction de Γ , βI , $\hbar$ et $\vec{k}$ la quantité de mouvement moyenne transférée à l'atome par cycle absorption-émission.

Évaluer le nombre moyen de tels cycles par unité de temps. En déduire que la force moyenne, appelée « pression de radiation », s'exerçant sur un atome se met sous la forme :

$$\vec{F}_1 = f \Gamma \hbar \vec{k}$$

où f est un coefficient que l'on calculera en fonction de Γ et βI , puis en fonction du seul paramètre

$$s = \frac{2\beta I}{\Gamma}, \text{ appelé paramètre de saturation.}$$

Quelle est la valeur maximale $\overline{F_{1m}}$ de $\vec{F}_1$? Interpréter le résultat.

- c. Pour des atomes de sodium, calculer numériquement l'accélération maximale a_m possible.

I.4. On souhaite ralentir et immobiliser un jet homocinétique d'atomes de sodium, de vitesse initiale $\vec{v}_0$, au moyen d'un faisceau laser cylindrique, monochromatique de pulsation ω , se propageant en sens inverse et d'intensité I suffisamment intense pour qu'on puisse considérer que la décélération $-a$ des atomes reste égale à sa valeur maximale.

- a. Calculer la distance L parcourue par les atomes avant l'arrêt, ainsi que le nombre moyen de cycles absorption-émission subis par un atome sur la distance L .

Calculer numériquement L et le temps d'arrêt t_0 pour $v_0 = 10^3 \text{ m.s}^{-1}$.

- b. Expliquer pourquoi, en fait, pour un même atome, F_1 tend à décroître au cours des cycles successifs.

I.5. Pour remédier à la difficulté précédente, on réalise un faisceau laser « à balayage », la pulsation ω du laser étant constamment accordée sur celle de résonance qui rend βI maximal.

- a. Écrire la relation liant à chaque instant ω , $\omega_0 = \frac{\Delta E_a}{\hbar}$, k et v .

- b. En déduire la vitesse de balayage nécessaire $\frac{d\omega}{dt}$.

Calculer la vitesse de balayage maximale $\left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\max}$ en fonction de $\hbar$, Γ et de l'énergie de recul E_r introduite en I.1.b.

Que se passe-t-il si $\frac{d\omega}{dt} > \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\max}$ ou $\frac{d\omega}{dt} < \left(\frac{d\omega}{dt}\right)_{\max}$?

- c. La pulsation varie, entre les instants t_1 et t_2 ($t_2 > t_1$) de ω_1 à ω_2 . Préciser le domaine de vitesse des atomes qui peuvent interagir avec le faisceau laser. Décrire l'action de ce faisceau.

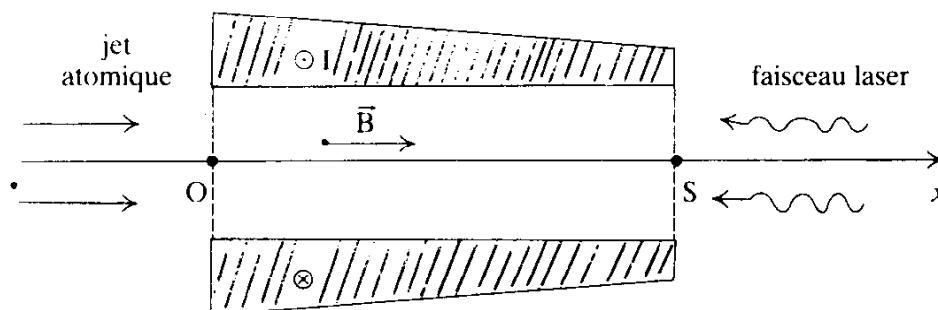
- d. La décélération des atomes de sodium est supposée maximale, soit $-a_m$; pour $\Delta t = t_2 - t_1 = 10^{-3} \text{ s}$, calculer numériquement l'excursion en fréquence du faisceau laser.

I.6. Une autre technique consiste à superposer, dans la zone d'interaction atome-laser, un champ magnétique statique, qui, par effet Zeeman, déplace les niveaux d'énergie de l'atome. Si $\vec{B}(\vec{r})$ est la valeur du champ magnétique au point où se trouve l'atome, la pulsation de résonance ω'_0 de la transition est donnée par :

$$\omega'_0 = \omega_0 + b B$$

où b est une constante. Par contre, la pulsation ω du laser est maintenue constante.

- a.



On établit entre O et S un champ magnétique $B(x)$ parallèle à Ox (cf. figure). Soit $v(x)$ la vitesse d'un atome en un point d'abscisse x ; on pose $v_0 = v(0)$.

Écrire la condition à satisfaire pour qu'en tout point l'absorption soit maximale (condition de résonance).

La décélération des atomes est supposée avoir sa valeur maximale $-a_m$. Après avoir calculé $v(x)$, montrer que $B(x)$ doit être de la forme :

$$B(x) = B_1 + B_2 f(x)$$

avec $B_1 = \frac{\omega - \omega_0}{b}$ et $B_2 = \frac{k v_0}{b}$; exprimer $f(x)$.

Donner l'allure du graphe de $B(x)$ pour $0 < x < L$ où L est l'abscisse du point S de sortie.

b. Calculer la variation de vitesse $v_0 - v(L)$ entre les points O et S en fonction de $B(0) - B(L)$, b et k .

c. Pour des atomes de sodium, pour $v_0 = 10^3 \text{ m.s}^{-1}$, $v(L) = 0$ (arrêt des atomes), $b = 1,4 \cdot 10^{10} \text{ SI}$, calculer $B(0) - B(L)$ et L .

d. Le champ $B(x)$ étant ajusté pour les atomes de vitesse d'entrée v_0 , étudier qualitativement l'action du faisceau laser, toujours de pulsation ω , sur les atomes de vitesse d'entrée $v_i \neq v_0$; on distinguera plusieurs cas selon la valeur de v_i par rapport à v_0 et à la vitesse de sortie $v(L)$ calculée en I.6.b.

Tirer la conclusion de cette étude quant à l'action du faisceau laser sur les atomes d'un jet atomique non homocinétique.

I.7. Suffisamment ralentis, les atomes pénètrent maintenant dans une zone où se propagent, en sens inverses, deux ondes laser cylindriques de même pulsation ω et de même intensité I . On admettra que les effets mécaniques de ces deux ondes sur un atome s'ajoutent indépendamment.

La probabilité βI d'absorption photonique dépend en fait de l'écart $\delta = \omega - \omega_0$ entre la pulsation laser ω et celle de résonance ω_0 d'un atome immobile selon la loi :

$$\beta I = A \frac{\Gamma}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}, \quad A \text{ constante.}$$

a. Pour un atome de vitesse $\vec{v}$, exprimer la probabilité $(\beta I)_1$ d'absorption photonique par le faisceau 1, de vecteur d'onde $\vec{k}$ en fonction de A , Γ , δ et $\Delta = \vec{k} \cdot \vec{v}$.

b. Soit $s_1(\delta, \Delta) = \frac{2(\beta I)_1}{\Gamma}$ le facteur de saturation correspondant. Exprimer la force $\vec{F}_1(1)$ due au faisceau 1 en fonction de $\hbar$, $\vec{k}$, Γ et $s_1(\delta, \Delta)$.

En supposant la vitesse $\vec{v}$ suffisamment faible pour avoir $|\Delta| \ll \Gamma$, effectuer un développement limité de $\vec{F}_1(1)$ au premier ordre en Δ inclus; on posera $s_0 = s_1(\delta, 0)$.

c. Exprimer de même la force $\vec{F}_1(2)$ due au faisceau 2 se propageant en sens inverse, puis la force totale $\vec{F}$ en fonction de $\hbar$, $\vec{k}$, Γ , Δ , s_0 et δ .

d. Montrer que $\vec{F}$ est, pour la composante de $\vec{v}$ parallèle à $\vec{k}$, une force de friction pure à condition que δ satisfasse à une condition que l'on précisera.

Comment cette composante de $\vec{v}$ évolue-t-elle alors au cours du temps ?

e. Déterminer la valeur optimale de s_0 et celle de δ qui rendent cette force de friction maximale.

II

Dans cette partie on propose une approche classique des forces exercées par une onde électromagnétique sur les atomes d'un gaz ou d'un jet atomique.

On se limite au cas d'une onde polarisée rectilignement suivant Oz, monochromatique de pulsation ω .

L'atome est supposé équivalent à un dipôle électrique induit, oscillant à la même pulsation ω , de moment dipolaire :

$$\vec{p} = q(\vec{r} - \vec{R})$$

parallèle à Oz, la charge q en $\vec{r}$ oscillant autour de la charge $-q$ placée en $\vec{R}$ au point C qui fixe à chaque

instant la position de l'atome; on supposera $\|\vec{r} - \vec{R}\| \ll \lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ et $\|\dot{\vec{R}}\| = \left\| \frac{d\vec{R}}{dt} \right\| \ll c$.

Soit $\vec{u}_z$ le vecteur unitaire de Oz; on posera ainsi :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = E(\vec{r}, t) \vec{u}_z$$

$$\vec{p}(\vec{r}, t) = p(\vec{r}, t) \vec{u}_z.$$

Enfin, on considérera dans cette partie des moyennes séculaires, définies et notées pour une grandeur périodique de période T par :

$$\overline{G(\vec{r}, t)} = \frac{1}{T} \int_t^{t+T} G(\vec{r}, t') dt'.$$

II.1. a. En effectuant un développement limité au voisinage de $\vec{r} = \vec{R}$, exprimer la force électrique $\vec{F}_{el}$ exercée par l'onde sur le dipôle.

Montrer que :

$$\overline{\vec{F}_{el}(\vec{R}, t)} = \left\{ p \frac{\partial \vec{E}(\vec{r}, t)}{\partial z} \right\}_{\vec{r} = \vec{R}}.$$

b. Exprimer la force magnétique $\vec{F}_{mag}$ exercée par le champ magnétique de l'onde sur le dipôle; ne garder que l'ordre le plus bas en $\frac{\|\vec{r} - \vec{R}\|}{\lambda}$.

En notant que $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{R} \cdot \vec{\nabla}_R$ et en effectuant les approximations justifiées, montrer que :

$$\overline{\vec{F}_{mag}(\vec{R}, t)} = \left\{ \vec{p} \wedge \overrightarrow{\text{rot } E} \right\}_{\vec{r} = \vec{R}}$$

puis que :

$$\overline{\vec{F}_{mag}(\vec{R}, t)} = \left\{ p \vec{\nabla} E - p \frac{\partial \vec{E}}{\partial z} \right\}_{\vec{r} = \vec{R}}.$$

En déduire l'expression de la force moyenne totale $\vec{F}$ exercée par l'onde sur le dipôle.

II.2 Le champ électrique en $\vec{R}$ est de la forme :

$$\vec{E} = E_0(\vec{R}) \cos[\omega t + \phi(\vec{R})] \vec{u}_z.$$

En notation complexe :

$$\vec{E} = \text{Re}(\vec{\mathcal{E}}) \quad \text{avec} \quad \vec{\mathcal{E}} = E_0 e^{i(\omega t + \phi)} \vec{u}_z.$$

On désigne par $\alpha = \alpha' - i\alpha''$, avec α' et α'' réels, la polarisabilité complexe de l'atome telle que :

$$\vec{\mathcal{P}} = \alpha \vec{\mathcal{E}} \quad \text{avec} \quad \vec{p} = \text{Re}(\vec{\mathcal{P}}).$$

a. Montrer que la force moyenne totale agissant sur l'atome s'écrit $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ avec :

$$\vec{F}_1 = -\frac{\alpha''}{2} E_0^2 \vec{\nabla} \phi \quad \vec{F}_2 = \frac{\alpha'}{2} E_0 \vec{\nabla} E_0.$$

b. Montrer que la puissance instantanée reçue par le dipôle s'écrit $E\dot{p}$ avec $\dot{p} = \frac{dp}{dt}$.

Exprimer la puissance moyenne reçue en fonction de ω , E_0 et α'' . À quel phénomène physique est associé α'' ?

Quelle est la force associée à la pression de radiation étudiée en I?

c. Calculer $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ dans les deux cas suivants :

- onde plane progressive : $E = E_0 \cos(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{R})$,
- onde plane stationnaire : $E = E_m \cos(\vec{k} \cdot \vec{R}) \cos \omega t$, E_m constante.

d. On considère une onde laser progressive, de « profil » gaussien, d'axe $\vec{Ox}$. Dans le plan « focal » Oyz où l'onde est la plus resserrée :

$$\vec{E} = E_m \exp\left(-\frac{\rho^2}{\rho_0^2}\right) \cos \omega t \vec{u}_z \quad \text{avec} \quad \rho^2 = x^2 + y^2;$$

E_m est une amplitude constante et ρ_0 est le « rayon focal ».

Pour un atome situé dans ce plan focal, calculer la force $\vec{F}_2$, et montrer que, pour $\rho \ll \rho_0$, on a $\vec{F}_2 = K\vec{\rho}$ où K est une constante que l'on exprimera en fonction de α' , ρ_0 et E_m puis en fonction de ϵ_0 , c , ρ_0 et de la puissance W transportée par l'onde laser.

À quelle condition sur α' cette force est-elle une force de rappel?

II.3. L'atome est soumis à l'action de deux ondes planes progressives de même polarisation et même fréquence, mais de vecteurs d'onde différents :

$$\vec{E}_1 = E_1 \cos(\omega t - \vec{k}_1 \cdot \vec{R}) \vec{u}_z, \quad \vec{E}_2 = E_2 \cos(\omega t - \vec{k}_2 \cdot \vec{R}) \vec{u}_z,$$

induisant respectivement dans le même atome les dipôles p_1 et p_2 , d'où le dipôle résultant $p = p_1 + p_2$.

On supposera dans cette question $\alpha'' = 0$.

a. Exprimer la force $\vec{F}_2$ en fonction de α' , E_1 , E_2 , $\vec{R}$ et $(\vec{k}_2 - \vec{k}_1)$.

b. Quelle est la puissance moyenne reçue par l'atome ?

Interpréter le résultat en calculant le nombre algébrique N de photons disparaissant par unité de temps de l'onde $\vec{E}_1$ de la part de p_2 , et de même le nombre de photons disparaissant de $\vec{E}_2$ de la part de p_1 .

c. Exprimer $\vec{F}_2$ à l'aide de N , $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$. En déduire une interprétation de la force $\vec{F}_2$.

II.4. Pour préciser le dipôle atomique induit, on utilise le modèle de la « charge élastiquement liée » : le dipôle $p(t)$ est assimilé à un oscillateur harmonique de fréquence propre ω_0 , amorti avec la constante Γ , ($\Gamma \ll \omega_0$), dont l'évolution est régie par l'équation :

$$\ddot{p} + \Gamma \dot{p} + \omega_0^2 p = \mu E(\vec{R}, t)$$

où μ est une constante et $\vec{E}(\vec{R}, t) = E(\vec{R}, t) \vec{u}_z$ le champ électrique auquel est soumis l'atome que l'on supposera dans cette question immobile dans le référentiel d'étude ; on a posé : $\ddot{p} = \frac{d^2 p}{dt^2}$.

a. Déterminer μ en fonction de ω_0 et de la polarisabilité statique α_0 .

b. Déterminer, pour un champ électrique sinusoïdal de pulsation ω_0 et d'amplitude E_0 , la polarisabilité complexe $\alpha = \alpha' - i\alpha''$; en déduire α' et α'' en fonction de α_0 , ω_0 , ω et Γ .

c. On suppose $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$. Simplifier les expressions obtenues pour α' et α'' ; préciser les signes de α' et α'' .

d. Exprimer la force $\vec{F}_2$. Vers quelle zone de champ tend-elle à entraîner l'atome ? Pour quelle valeur de $\delta = \omega - \omega_0$, F_2 est-elle maximale ?

Que devient $\vec{F}_2$ si $\Gamma \rightarrow 0$? Y a-t-il cohérence avec II.3.c. ?

e. Expliciter $\vec{F}_1$. Comment varie F_1 avec $\delta = \omega - \omega_0$? Comment évolue F_1 si E_0 croît ? Est-ce compatible avec le résultat obtenu en I.3.c. ? Sinon, en quoi ce modèle de dipôle atomique n'est-il pas satisfaisant ?

III

L'atome, soumis au rayonnement lumineux, est modélisé par un système quantique à deux niveaux : l'état fondamental $|1\rangle$ d'énergie E_{a1} et l'état excité $|2\rangle$ d'énergie E_{a2} . On pose $\hbar\omega_0 = E_{a2} - E_{a1}$; on prendra $\{|1\rangle, |2\rangle\}$ comme base de l'espace vectoriel à deux dimensions, espace des états internes de l'atome. Les symboles des opérateurs linéaires sur cet espace sont surmontés du signe $\wedge$.

On rappelle les définitions et les principales propriétés des matrices de Pauli :

$$\hat{\sigma}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \hat{\mathbf{I}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$[\hat{\sigma}_2, \hat{\sigma}_3] = 2i\hat{\sigma}_1 \quad [\hat{\sigma}_3, \hat{\sigma}_1] = 2i\hat{\sigma}_2 \quad [\hat{\sigma}_1, \hat{\sigma}_2] = 2i\hat{\sigma}_3$$

$$\hat{\sigma}_1^2 = \hat{\sigma}_2^2 = \hat{\sigma}_3^2 = \hat{\mathbf{I}}$$

où $[\hat{A}, \hat{B}] = \hat{A}\hat{B} - \hat{B}\hat{A}$ désigne le commutateur des deux opérateurs $\hat{A}$ et $\hat{B}$.

On note $\langle \hat{A} \rangle$ la valeur moyenne, ou « expectation value », $\langle \psi | \hat{A} | \psi \rangle$ d'un observable $\hat{A}$ lorsque l'atome est dans l'état $|\psi\rangle$.

III.1.a. Écrire le hamiltonien $\hat{H}_0$ de l'atome isolé en fonction de E_{a1} , E_{a2} , $\hat{\sigma}_3$ et $\hat{\mathbf{I}}$.

b. L'opérateur $\hat{D}$, associé au moment électrique dipolaire de l'atome, est représenté par la matrice $\begin{pmatrix} 0 & d^* \\ d & 0 \end{pmatrix}$; dans toute la suite, on admettra que l'on peut, par un choix convenable de $|1\rangle$ et $|2\rangle$, prendre d réel ($d = d^*$). On pose $p = \langle \hat{D} \rangle$.

Calculer p pour un atome dans l'état $|1\rangle$, puis pour un atome dans l'état $|2\rangle$. Interpréter le résultat.

c. Le couplage de l'atome avec un champ électrique externe, polarisé rectilignement, de composante $E(t)$, est décrit par un terme supplémentaire du hamiltonien : $\hat{H}_1 = -\hat{D}E(t)$.

Exprimer $\hat{H}_1$ en fonction de $E(t)$, d et $\hat{\sigma}_1$.

III.2. On rappelle que l'évolution temporelle de la valeur moyenne $\langle \hat{A} \rangle$ d'un opérateur $\hat{A}$ ne dépendant pas explicitement du temps est régie par l'équation :

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle \hat{A} \rangle = \langle [\hat{A}, \hat{H}] \rangle$$

où $\hat{H}$ est le hamiltonien total du système étudié.

a. Calculer $\dot{p} = \frac{dp}{dt}$ en fonction de $s_2(t) = \langle \hat{\sigma}_2 \rangle$.

b. Calculer de même $\dot{s}_2 = \frac{ds_2}{dt}$ en fonction de $p(t)$ et $s_3(t) = \langle \hat{\sigma}_3 \rangle$.

c. On désigne par $\pi_1(t)$ et $\pi_2(t)$ les probabilités de trouver, à l'instant t , l'atome respectivement dans les états $|1\rangle$ et $|2\rangle$.

Justifier que $\pi_1 + \pi_2 = 1$ et montrer que $s_3 = \pi_1 - \pi_2$.

En déduire que p obéit à l'équation différentielle :

$$\ddot{p} + \omega_0^2 p = 2 \frac{d^2\omega_0}{\hbar} (\pi_2 - \pi_1) E(t).$$

d. Calculer $\dot{s}_3 = \frac{ds_3}{dt}$; en déduire $\dot{\pi}_2 = \frac{d\pi_2}{dt}$ en fonction de $E(t)$, p , $\hbar$ et ω_0 . Donner une interprétation physique de cette équation.

e. Dans le calcul, traiter le champ électromagnétique de façon non quantique ne permet pas de décrire l'émission spontanée. Pour la prendre en compte, on rajoute phénoménologiquement le terme $-\Gamma p$ au second membre de l'équation d'évolution de p (cf. III.2.c.) et le terme $-\Gamma \pi_2$ au second membre de celle de π_2 (cf. III.2.d.), Γ étant la probabilité d'émission spontanée par unité de temps.

Montrer que ces deux termes sont cohérents d'un point de vue énergétique en explicitant les expressions de $p(t)$ et de $\pi_2(t)$ auxquelles ils conduisent pour un champ $E(t)$ nul.

III.3. L'atome, supposé immobile, est soumis au champ $E(t) = E_0(\vec{R}) \cos[\omega t + \Phi(\vec{R})]$ avec $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$. On pose :

$$p(t) = u(t) \cos(\omega t + \Phi) + v(t) \sin(\omega t + \Phi).$$

a. En supposant que $\pi_2(t)$, $u(t)$ et $v(t)$ varient lentement par rapport à l'oscillation du champ, montrer que l'on peut prendre pour π_2 la valeur moyenne sur une période optique de l'expression trouvée en III.2.d.

b. Montrer alors qu'il existe un régime stationnaire où u , v et π_2 sont indépendants du temps. Relier alors π_2 à v , puis déterminer u et v en fonction de ω , ω_0 , Γ , d , $\hbar$ et E_0 .

c. Simplifier les expressions de u et v sachant que $|\omega - \omega_0| \ll \omega_0$; on posera de plus $\omega_1 = \frac{E_0 d}{\hbar}$ et $\delta = \omega - \omega_0$.

En déduire α' et α'' , composantes de la polarisabilité complexe de l'atome définies comme en II.2.

L'atome se comporte-t-il linéairement vis-à-vis de l'action de l'onde ?

III.4. On montre que, si le « paquet d'ondes » décrivant quantiquement le mouvement de l'atome est d'extension faible devant la longueur d'onde du rayonnement optique, les expressions de $\vec{F}_1$ et $\vec{F}_2$ obtenues en II.2. sont encore valables.

a. Calculer $\vec{F}_1$ en fonction de $\vec{\nabla} \phi$, $\hbar$, Γ et $s = \frac{\frac{\omega_1^2}{2}}{\delta^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$.

b. Comparer pour une onde plane progressive l'expression de $\vec{F}_1$ avec celle obtenue en I.3.c.; en déduire la probabilité d'excitation βI alors introduite.

c. Calculer la force $\vec{F}_2$ en fonction de $\hbar$, δ , Γ et ω_1^2 .

Montrer que $\vec{F}_2$ dérive d'une énergie potentielle $U(\vec{r})$ dont on donnera l'expression en fonction de $\hbar$, δ et $s(\vec{r})$.

III.5. Le champ électrique est celui d'un faisceau laser focalisé (cf. II.2.d.); on pose $\omega_{lm} = E_m \frac{d}{\hbar}$ et on supposera $\omega_{lm} \gg \Gamma$.

a. Quelle condition doit satisfaire δ pour obtenir un puits de potentiel permettant de piéger un atome ?

Déterminer la valeur δ_m de δ qui rend maximale la profondeur du puits en fonction de ω_{lm} ; on supposera $\delta_m \gg \Gamma$; on indique que l'équation $(1+x) \ln(1+x) - 2x = 0$ admet une racine très voisine de 4.

- b. Déterminer alors U_0 , profondeur maximale du puits, en fonction de $\hbar$ et ω_{1m} .
- c. La puissance W du faisceau laser est de 220 mW ; son rayon focal ρ_0 est de 10 μm . Calculer E_m et ω_{1m} sachant que la théorie quantique de l'émission spontanée relie Γ à d par :

$$\Gamma = \frac{d^2 \omega_0^3}{3 \pi \epsilon_0 \hbar c^3}.$$

Calculer la profondeur maximale du puits ainsi obtenu en joule puis en kelvin.

- d. Pour le calcul de ce puits, la force $\vec{F}_1$ a été négligée ; est-ce en fait légitime ?

SESSION DE 1990

AGRÉGATION

SCIENCES PHYSIQUES

Option : CHIMIE

Épreuve A

COMPOSITION DE CHIMIE

DURÉE : 5 heures

MATÉRIEL À PRÉVOIR :

Calculatrice de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

1 feuille de papier millimétré translucide.

1 feuille de papier millimétré opaque.

<i>Les candidats composeront sur du papier de composition quadrillé 5 × 5</i>
--

Cette épreuve comporte l'étude de deux parties indépendantes : la première porte sur les polymères, la seconde sur quelques aspects de la chimie des sucres.

La première partie comporte trois rubriques indépendantes.

Une feuille annexe explicite les notations nécessaires à l'étude des polymères.

PREMIÈRE PARTIE

POLYMÈRES

A. Généralités sur les polymères

Les propriétés physiques et mécaniques des polymères dépendent beaucoup de la longueur des enchaînements. On étudiera dans cette première partie les caractérisations de cette grandeur, puis les propriétés mécaniques des polymères et enfin quelques généralités sur leur synthèse.

I. Longueur des chaînes.

- I.1. On se reportera aux définitions données sur la feuille annexe. Les deux grandeurs importantes, $\overline{M}_n$ et $\overline{M}_m$, sont accessibles à la mesure par différentes techniques : par exemple, l'osmométrie pour $\overline{M}_n$ et la dispersion de la lumière pour $\overline{M}_m$. L'homogénéité d'un polymère est caractérisée par I.

Soit un polymère constitué de macromolécules de deux types seulement, de degrés de polymérisation i_1 et i_2 et en nombre égal, c'est-à-dire $N_{i1} = N_{i2}$.

Calculer $\overline{M}_n$, $\overline{M}_m$ et I dans les trois cas suivants :

- $M_{i1} = 23\ 000$ et $M_{i2} = 27\ 000$;
- $M_{i1} = 15\ 000$ et $M_{i2} = 35\ 000$;
- $M_{i1} = 2\ 000$ et $M_{i2} = 48\ 000$.

- I.2. Mesure d'un degré de polymérisation : différentes méthodes sont utilisées, dont l'osmométrie.

- I.2.1. Décrire cette technique en s'appuyant sur le schéma 1 ci-dessous d'un osmomètre à deux cellules :

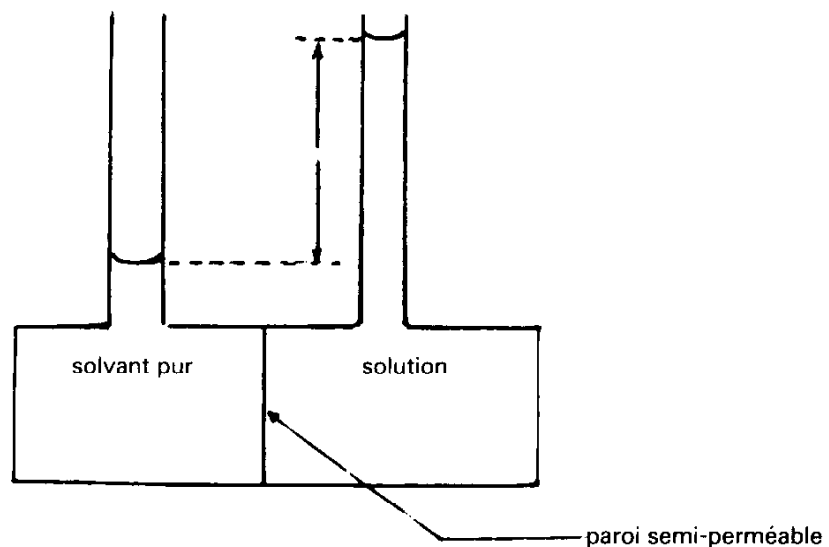


Schéma 1

I.2.2 Montrer que le système est en équilibre s'il s'établit entre les deux compartiments une différence

de pression appelée « pression osmotique » $\Pi = RT \frac{c}{\bar{M}_n}$.

On considérera que le volume molaire partiel du solvant est constant dans l'intervalle de pression considéré, et que la solution est diluée. On appellera c la concentration massique du polymère dans le solvant.

I.2.3. Domaine d'utilisation : la formule ci-dessus n'est valable qu'à dilution infinie. On réalise donc des mesures de pression osmotique pour plusieurs solutions diluées du polymère, et on extrapole à concentration nulle. Il est utile pour cela de tracer Π/c en fonction de c .

La pression Π est mesurée par la différence h des niveaux du liquide dans les deux capillaires. Le tableau ci-dessous regroupe les mesures effectuées avec du chlorure de polyvinyle (PVC) dissous dans le cyclohexane à 25 °C. La masse volumique moyenne de la solution vaut $980 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ et on prendra pour accélération de la pesanteur $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

c en $\text{g} \cdot \text{dm}^{-3}$	1	2	4	7	9
h en cm	0,47	0,92	1,78	2,94	3,63

Déduire la valeur de $\bar{M}_n$ de ce PVC.

II. Propriétés mécaniques des polymères.

II.1. Examen d'une courbe « modèle ». On désigne par propriétés mécaniques les relations entre contrainte et déformation. On laissera de côté leur évolution en fonction du temps, pour s'intéresser à l'influence de la température.

Lors d'une traction effectuée sur un solide de longueur initiale l_0 et de section s , on relie la déformation ou allongement relatif $\epsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$ à la contrainte appliquée σ (force par unité de section du barreau $\sigma = \frac{f}{s}$) par le module d'Young $E = \frac{\sigma}{\epsilon}$. La figure ci-dessous montre le comportement d'un poly-(méthyl-2 propène) en fonction de la température.

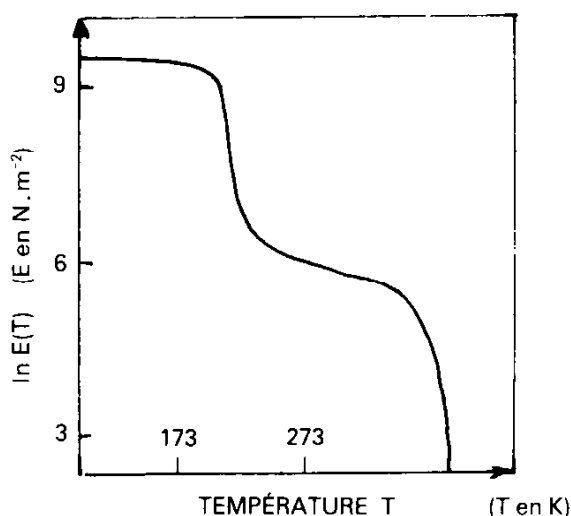


Figure 1

Préciser sur ce graphe les domaines :

II.1.1. De l'état vitreux ;

II.1.2. De l'état caoutchoutique ;

II.1.3. De l'écoulement visqueux ;

II.1.4. De la transition vitreuse et de la fusion.

II.2. Qu'est-ce que la tacticité d'un polymère ?

II.2.1. Représenter un polychlorure de vinyle atactique, isotactique et syndiotactique.

II.2.2. Le(s)quel(s) présente(nt) le plus fort taux de cristallinité ?

II.3. Réticulation : définir ce terme. Comment évolue le module d'Young lorsque la réticulation augmente ? On prendra comme exemple la vulcanisation du caoutchouc (polymère issu de la polyaddition-1,4 syn de l'isoprène ou méthyl-2 butadiène-1,3).

II.4. Copolymérisation : on peut améliorer le module d'Young par copolymérisation. On distingue quatre types de copolymères : statistique, alterné, séquencé et greffé. Les représenter schématiquement en utilisant deux motifs structuraux différents.

III. Généralités sur la synthèse des polymères.

III.1. Citer deux polymères d'origine animale et deux polymères d'origine végétale.

III.2. Dans la synthèse des polymères on distingue les polyadditions des polycondensations. Préciser les principales caractéristiques de chaque type.

III.3. Aspect thermodynamique : « température plafond » pour les polyadditions :

III.3.1. Quelle est la condition thermodynamique nécessaire pour qu'une réaction se produise ?

III.3.2. Calculer l'enthalpie de polymérisation par unité monomère $\Delta_r H_p$, en fonction de $\Delta_r H_a$, enthalpie de la réaction d'amorçage, $\Delta_r H_{pr}$, enthalpie de la réaction de propagation, $\Delta_r H_t$, enthalpie d'une réaction de terminaison ou de transfert, et i , degré de polymérisation.

À quoi se réduit $\Delta_r H_p$ dans l'hypothèse des chaînes longues ?

III.3.3. Dans le cas d'un polymère vinylique, quel est l'ordre de grandeur de l'enthalpie de polymérisation, sachant que $E(C-C) = 347 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $E(C=C) = 610 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

III.3.4. Toujours dans le cas d'un polymère vinylique, quel signe de l'entropie de polymérisation par unité monomère peut-on prévoir ?

III.3.5. En considérant que les grandeurs évoquées ci-dessus varient peu avec la température, montrer que la polymérisation ne peut se produire qu'à une température inférieure à une température limite appelée « température plafond », T_{pf} . Donner l'expression de T_{pf} en fonction de $\Delta_r H_p$, $\Delta_r S_p$ et (M) , activité du monomère dans le milieu.

Calculer T_{pf} pour la polymérisation du méthacrylate de méthyle pur sachant que :

$$\Delta_r H_p = -53,4 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ et } \Delta_r S_p = -117 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ K}^{-1}.$$

III.4. Enfin, la mise en œuvre de polymères utilise des techniques d'extrusion, de moulage... On doit alors distinguer les thermoplastiques des thermodurcissables. Classer les polymères suivants dans l'une ou l'autre catégorie : polystyrène, polyuréthane, bakélite (résine phénol-formol), polyméthacrylate de méthyle : poly(méthyl-2 propène-2-oate de méthyle), polyéthylène, polyamide-6,6.

B. Les polyadditions

I. Les monomères.

I.1. Indiquer brièvement comment on obtient l'éthylène et le propène dans l'industrie.

I.2. Le chlorure de vinyle est obtenu en utilisant un intermédiaire A, de la manière suivante :

- action du chlore sur l'éthylène, en phase liquide, en présence de chlorure ferrique, ce qui conduit au composé A ;
- déshydrochloration thermique de A, en phase gazeuse.

I.2.1. Quels sont les mécanismes de ces deux réactions ?

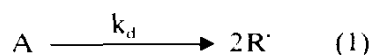
I.2.2. Le produit A peut être aussi obtenu par oxychloration (action de HCl et O₂) de l'éthylène. Donner le bilan de cette réaction et préciser son intérêt ici.

I.3. Le styrène est issu de la déshydrogénation de l'éthylbenzène, qui est obtenu à partir de benzène, d'éthylène, avec AlCl₃ comme catalyseur et le chloroéthane comme promoteur ; la réaction a lieu en phase liquide, à 90 °C et sous pression ordinaire. Proposer un mécanisme pour la formation de l'éthylbenzène.

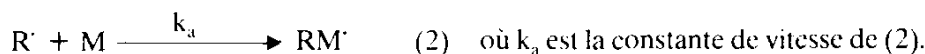
II. Étude cinétique d'une polymérisation radicalaire.

II.1. Mécanisme : on étudie la polymérisation d'un alcène M (monomère) dans un solvant convenable, en présence de la source A de radicaux libres.

- Phase d'amorçage : A se décompose selon :

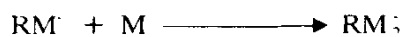


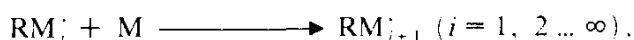
où k_d est la constante de vitesse de (1), puis certains radicaux réagissent selon l'équation :



On appelle f la fraction des radicaux $R^{\cdot}$ qui servent réellement à l'amorçage. La vitesse d'amorçage est la vitesse de formation des entités $RM^{\cdot}$, supposée beaucoup plus rapide que la décomposition du produit A.

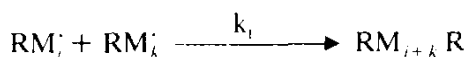
- Phase de propagation :





On admet que les constantes de vitesse de toutes ces réactions sont égales à k_p .

- Phase de terminaison : on se limite à la recombinaison des radicaux :



où j et k varient de zéro à l'infini, et k_t est une constante de vitesse, indépendante de j et k .

II.1.1. Citer deux méthodes de création de radicaux libres puis nommer et écrire la formule de deux amorceurs classiques.

II.1.2. Qu'appelle-t-on réaction de transfert ? Écrire deux équations de transfert.

II.1.3. Quelle est l'influence de ces transferts sur le $\overline{DP}_n$ du polymère obtenu ?

II.2. Loi cinétique. On utilisera le mécanisme décrit en II.1., en négligeant les réactions de transfert.

II.2.1. Déterminer la vitesse d'amorçage v_a en fonction de k_d , f et $[A]$.

II.2.2. En appliquant le principe de l'état stationnaire aux radicaux $RM_i^\cdot$ et en faisant l'hypothèse que les chaînes sont longues, montrer que la vitesse de disparition du monomère se met sous la forme $v = K[M] \sqrt{[A]}$.

Expliciter K en fonction de k_p , k_t , k_d et f .

II.2.3. Vérification expérimentale : on a réalisé la polymérisation du méthacrylate de méthyle dans le benzène, à 77 °C, en utilisant comme initiateur l' α, α' -azobisisobutyronitrile (que l'on pourra noter $Y-N=N-Y$). Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-dessous :

$[M]$ en mol . l ⁻¹	9,04	6,13	3,26	2,07
$10^4 \times [A]$ en mol . l ⁻¹	2,35	2,28	2,45	2,11
$10^5 \times v$ en mol . l ⁻¹ . s ⁻¹	19,35	12,92	7,15	4,15

Le modèle cinétique proposé est-il confirmé ? Donner la valeur de K .

II.2.4. Pour déterminer la valeur du paramètre f , on réalise l'expérience suivante : 15,45 g de méthacrylate de méthyle et 0,2096 g d'azobisisobutyronitrile marqué au ¹⁴C sont chauffés à 50 °C pendant 55 minutes. On obtient 1,6826 g de polymère qui contient 0,042 % (en masse) d'azobisisobutyronitrile (pourcentage obtenu par mesure de la radioactivité du polymère). La constante k_d de décomposition de l'amorceur vaut $1,2 \cdot 10^{-4} \text{ min}^{-1}$ à 50 °C.

Calculer l'efficacité f de cet amorceur. Commenter la valeur obtenue.

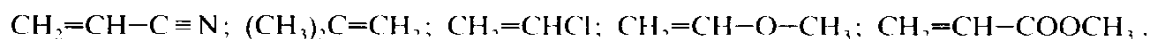
II.3. Le polyéthylène obtenu par voie radicalaire (1 500 bars, 200 °C) est qualifié de polyéthylène « basse densité ramifié ». Préciser la réaction à l'origine des ramifications et justifier cette appellation.

III. Autres mécanismes de polyaddition.

Afin d'accroître la stéréorégularité des chaînes et donc d'améliorer les propriétés physiques, on peut utiliser des méthodes mettant en jeu des mécanismes de type ionique.

III.1. Polymérisation cationique : la structure du monomère guide vers le choix d'une réaction par voie cationique ou anionique.

III.1.1. Parmi les monomères suivants, quels sont ceux qui polymérisent préférentiellement par voie cationique ? par voie anionique ?



- III.1.2. Montrer, en précisant le mécanisme de la polymérisation cationique du styrène avec BF_3 comme catalyseur, en présence d'un donneur de protons, que cette technique n'améliore pas la stéréorégularité des chaînes par rapport à la voie radicalaire.
- III.2. Polymérisation anionique : celle-ci présente par contre plusieurs améliorations intéressantes.
- III.2.1. Une des premières études faites a été la polymérisation du styrène dans l'ammoniac liquide avec l'amidure de sodium comme amorceur. Donner le mécanisme de cette polymérisation en précisant la réaction de terminaison.
- III.2.2. Quel serait l'intérêt d'un solvant aprotique ? Développer l'exemple de la polymérisation du styrène en présence de butyllithium dans le tétrahydrofuranne.
- III.2.3. Le polymère obtenu est qualifié de « vivant ». Expliciter ce terme et citer une application importante en synthèse.
- III.2.4. Exprimer le degré de polymérisation en fonction des concentrations en monomère et en amorceur.
- III.2.5. À 25 °C la vitesse de la réaction précédente est 100 fois plus grande dans le THF (permittivité relative $\epsilon_r = 7,6$) que dans le dioxanne ($\epsilon_r = 2,2$). Interpréter.
- III.2.6. La présence du contre-ion peut favoriser certaines stéréochimies d'addition. Proposer un mécanisme pour la polymérisation anionique, en présence d'organolithien et en milieu non polaire, de l'isoprène (méthyl-2 butadiène-1,3) qui conduit au produit d'addition-1,4 syn, analogue au caoutchouc naturel.
- III.3. Polymérisation du type Ziegler-Natta, ou par coordination. Le catalyseur associe ici un organométallique et un dérivé de métal de transition.
- III.3.1. Citer un exemple de ce type de catalyseur.
- III.3.2. Le polyéthylène préparé par cette technique est dit de « haute densité ». Pourquoi ? Comment peut-on, toujours par cette technique, diminuer la densité et arriver au polyéthylène « basse densité linéaire » ?

C. Réactions de polycondensation

I. Définitions.

La différence entre une réaction de polymérisation et une réaction de polycondensation peut être précisée à l'aide de l'exemple suivant :

- I.1. Quel est le produit de polycondensation obtenu avec l'acide thioglycolique $\text{HS}-\text{CH}_2-\text{COOH}$?
- I.2. Qu'obtient-on avec le dithioglycolide (ester interne obtenu à partir de deux moles d'acide) en milieu basique, par polymérisation anionique ?
- I.3. Le motif est-il le même dans les deux cas ?
- I.4. Quel enchaînement a la masse molaire la plus élevée ?

II. Exemples.

Au cours de la polycondensation, il peut y avoir ou non élimination d'un composé (petite molécule).

II.1. Donner un exemple de réaction avec élimination.

II.2. Donner un exemple réactionnel sans élimination.

III. Les polycondensats.

III.1. Dresser et compléter le tableau suivant :

Polycondensat	Types des monomères	Types des réactions	Motif polymérique
polyesters			
polyamides			
polyuréthanes			
polyépoxydes			

III.2. Nomenclature.

La nomenclature organique officielle s'applique évidemment aux polyamides. Dans ce qui suit, nous utiliserons la nomenclature « codée » basée sur la fabrication même du polyamide; donner la formule du motif élémentaire du polyamide correspondant aux formules suivantes : polyamide-6 ; -6,6 ; -6,10 ; -6,12 ; -11,12 en explicitant à chaque fois les types de monomères concernés.

III.3. Détermination des masses molaires en nombre.

Les masses molaires moyennes en nombre $\bar{M}_n$ d'échantillons macromoléculaires peuvent être évaluées par analyse chimique portant sur le dosage des groupements fonctionnels. Ainsi, on étudie un copolymère renfermant environ 40 % de polyamide-6,6, 30 % de polyamide-6,10 et 30 % de polyamide-6. On dissout 2 g de cet échantillon de polycondensat dans un mélange eau-alcool (25-75). Le dosage est effectué sur la totalité de l'échantillon, soit avec de la soude de concentration $0,1 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$, soit avec de l'acide chlorhydrique de concentration $0,1 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$. Les volumes équivalents sont 1,12 ml pour la soude et 0,44 ml pour l'acide. Donner le principe du dosage; en déduire la masse molaire moyenne en nombre de ce polycondensat; discuter les limites de cette méthode.

III.4. Étude cinétique de la polycondensation de l'acide amino-11 undécanoïque.

III.4.1. Écrire l'équation de la réaction de polycondensation.

III.4.2. Soit N_0 et N le nombre de groupements NH_2 ou COOH par unité de volume, respectivement à l'instant $t = 0$ et à un instant t ; soit p le degré d'avancement de la réaction. Montrer que le degré moyen de polymérisation en nombre $\bar{DP}_n$ s'exprime par une relation simple en fonction de p .

III.4.3. Si la réaction de polymérisation est du second ordre, montrer que l'équation cinétique permet d'obtenir une variation linéaire en fonction du temps.

III.4.4. Discuter la validité du modèle précédent, à l'aide des résultats expérimentaux suivants :

t en min	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60
$\overline{DP}_n$	3,1	4,8	8,2	13,6	16,9	17,5	22,4	26,7	33,7	36,2	42

III.4.5. On constate qu'au-delà de $t = 60$ min, $\overline{DP}_n$ tend vers une limite. Quelles réflexions vous inspire cette observation ?

III.4.6. L'acide N-méthylundécanoïque, quel que soit t , ne suit pas les lois précédentes. Dans ce cas $\overline{DP}_n$ varie avec $\sqrt{t}$; montrer alors que cette évolution peut s'expliquer par une cinétique de troisième ordre, créée par un phénomène de catalyse dû au monomère.

IV. Préparation des monomères.

IV.1. Le diamino-1,6 hexane ou hexaméthylène diamine (HMDA).

IV.1.1. La chloration à 300 °C du butadiène-1,3 conduit à trois isomères $C_4H_6Cl_2$; en présence de cyanure alcalin en phase aqueuse à 60 °C, on obtient un mélange de deux isomères dicyano-1,4 butène-2; l'hydrogénation catalytique de ce mélange conduit à la HMDA.

IV.1.1.1. Préciser le mécanisme de la réaction de chloration et donner les formules des trois composés obtenus.

IV.1.1.2. Indiquer le mécanisme réactionnel justifiant la formation des deux isomères cyanés.

IV.1.1.3. Montrer que l'hydrogénation de ce mélange conduit au seul produit recherché.

IV.1.2. Une méthode plus récente est l'électrodimerisation de l'acrylonitrile $CH_2=CH-CN$ en adiponitrile $NC-(CH_2)_4-CN$, matériau servant de précurseur à la HMDA et à l'acide adipique (acide hexanedioïque-1,6).

IV.1.2.1. Justifier le rôle de précurseur de l'adiponitrile vis-à-vis de la HMDA et de l'acide adipique.

IV.1.2.2. Écrire la réaction globale correspondant à l'électrodimerisation de l'acrylonitrile en adiponitrile; justifier la régiosélectivité observée.

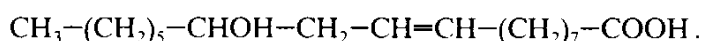
IV.1.2.3. On ajoute dans la solution du paratoluènesulfonate de tétraalkylammonium, en net excès; quel(s) est (sont) le(s) but(s) recherché(s) ?

IV.1.2.4. Du propanenitrile-1 et de l'« oxyde de dicyanoéthyle », de formule $(NC-CH_2CH_2)_2O$, peuvent être obtenus comme sous-produits; justifier leur formation.

IV.1.2.5. L'aminonitrile peut être préparé par ammoxxydation du propène : écrire le bilan réactionnel correspondant.

IV.2. Préparation du polyamide-11 ou rilsan.

La matière première est l'huile de ricin, triglycéride riche en acide ricinoléique de formule développée :



Le triricinoléate de glycéryle est traité par le méthanol; le produit obtenu est craqué à 300 °C pour conduire à l'heptanal et à l'undécène-10 oate de méthyle. Ce dernier composé traité par HBr en présence de peroxyde conduit à un produit I($C_{11}H_{21}BrO_2$), qui en présence d'ammoniac, en solution aqueuse, conduit à l'acide amino-11 undécanoïque recherché. Ce dernier chauffé directement vers 220 °C conduit au rilsan.

- IV.2.1. Quelle est l'action du méthanol dans la première étape ?
- IV.2.2. Quelle est la formule de I et son mécanisme de formation ?
- IV.2.3. Quelle est la réaction transformant I en acide amino-11 undécanoïque ?
- IV.2.4. Quel est le motif structural du rilsan ?

IV.3. Préparation du polyamide-6,6 ou perlon.

Le phénol est traité catalytiquement sur du cuivre en présence d'hydrogène vers 400 °C, pour conduire à B, qui par ajout de sulfate d'hydroxylammonium et neutralisation ammoniacale conduit à C. Le composé C en présence d'acide sulfurique ou d'oléum se transforme en D après neutralisation ammoniacale. Ce dernier chauffé en présence d'eau conduit au perlon.

- IV.3.1. Préciser la nature des réactions conduisant à B.
- IV.3.2. Indiquer la formule de C et le mécanisme de sa formation.
- IV.3.3. Préciser le passage $C \longrightarrow D$; donner le mécanisme de cette transformation.
- IV.3.4. Préciser le mécanisme de la dernière réaction et indiquer le motif structural du perlon.

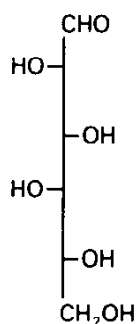
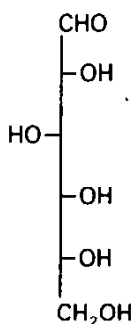
DEUXIÈME PARTIE

QUELQUES ASPECTS DE LA CHIMIE DES OSES

Cette seconde partie concerne les oses. Dans un premier temps on examinera la structure et la réactivité de monosaccharides et dans un second temps on étudiera leur utilisation en synthèse.

I. Structure et isomérisation.

On donne les formules du D-glucose et du D-idose en représentation de Fischer :



I.1. Ces formes ouvertes sont-elles stables ?

I.2. En solution aqueuse on observe que le glucose se présente essentiellement sous deux formes isomères notées α -D-glucose et β -D-glucose.

I.2.1. Représenter ces deux formes.

I.2.2. Indiquer une méthode spectroscopique permettant de les distinguer.

I.2.3. Par quelle autre méthode peut-on déterminer la composition du mélange d'isomères, en l'absence de toute donnée physico-chimique ?

I.2.4. Quelle est la forme la plus stable ?

I.2.5. Pourquoi ne représente-t-elle que 66 % du mélange ? (et non 100 %).

I.2.6. Le solvant utilisé peut-il influencer l'équilibre $\alpha \rightleftharpoons \beta$?

I.3. Lorsqu'on dissout de l' α -D-glucose dans l'eau, la mesure de l'activité optique permet d'attribuer la valeur de $[\alpha]_D^{25} = 112^\circ$ au pouvoir rotatoire spécifique de ce composé. Cette valeur décroît avec le temps jusqu'à atteindre la valeur de $52,7^\circ$.

I.3.1. Comment interpréter ce phénomène ?

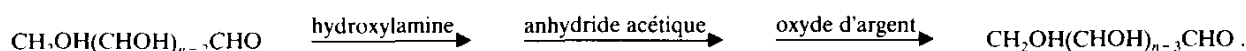
I.3.2. Calculer le pouvoir rotatoire spécifique du β -D-glucose.

I.4. Lorsqu'on traite le D-idose par une trace d'acide dans un solvant non nucléophile, on observe le départ facile d'une molécule d'eau.

Comment interpréter ce phénomène et qu'obtient-on ?

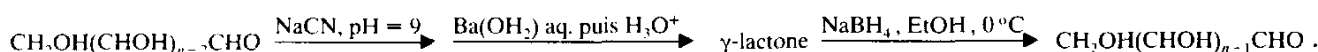
II. Synthèse et dégradation.

II.1. La dégradation de Wöhl permet, en utilisant la suite de réactions ci-dessous, de passer d'un sucre à n atomes de carbone au sucre homologue à $n - 1$ atomes de carbone :



Donner le mécanisme des différentes étapes.

II.2. Inversement, on peut allonger d'un atome de carbone la chaîne d'un aldose en utilisant la synthèse de Kiliani-Fischer résumée ci-dessous :



Expliciter le mécanisme des différentes étapes.

II.3. En effectuant à partir d'un D-pentose inconnu une dégradation de Wöhl suivie d'un traitement par NaBH_4 , on observe la formation d'un composé inactif sur la lumière polarisée. En effectuant sur ce même pentose une synthèse de Kiliani-Fischer suivie d'une oxydation à l'acide nitrique, on observe que l'un des hexoses obtenus fournit deux γ -lactones isomères tandis que l'autre n'en donne qu'une seule.

II.3.1. Dédurre de ces informations la structure du pentose inconnu.

II.3.2. Que donne l'oxydation d'un aldose par l'acide nitrique ?

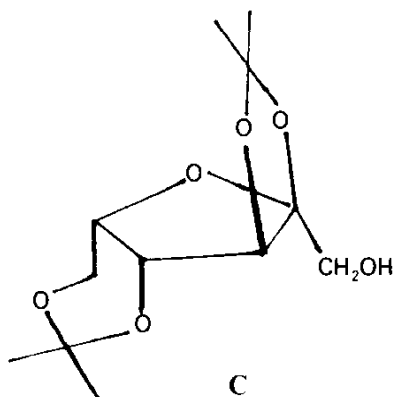
II.3.3 Citer une méthode permettant d'oxyder uniquement la fonction alcool primaire.

II.3.4. Actuellement à quoi peut servir la synthèse de Kiliani-Fischer ?

III. Étude de la synthèse de l'acide ascorbique.

L'acide L-ascorbique (vitamine C) est préparé industriellement selon les voies suivantes :

- III.1. À partir du *glucose* que l'on hydrogène sur chromite de cuivre pour obtenir un composé **A**. Ce composé est soumis à l'action oxydante d'une bactérie *Acetobacter suboxydans* qui transforme en carbonyle un hydroxyle de la série D voisin d'un CH_2OH terminal ; ceci conduit à un composé **B** qui, traité par de l'acétone en excès en milieu acide, fournit **C** :



Ce composé **C** traité par KMnO_4 donne **D** que l'on « déprotège » en milieu acide pour obtenir **E**. Ce dernier, traité par le méthanol en milieu acide, fournit **F** que l'on soumet à l'action d'une base. On observe alors l'élimination de méthanol. Le retour en milieu acide fournit l'acide L-ascorbique.

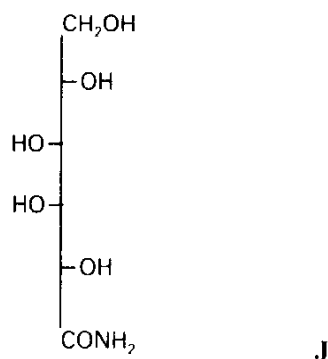
III.1.1. Quelles sont les structures des produits **A**, **B**, **D**, **E**, **F** et de l'acide ascorbique.

III.1.2. Le composé **B** appartient-il à la série D ou L ?

III.1.3. Quels produits isomères de **C** pourraient être aussi formés par réaction de deux molécules d'acétone sur **B** ?

III.1.4. Discuter les facteurs influençant la formation préférentielle de **C**.

- III.2. À partir du *galactose* que l'on traite par l'acétone en présence d'acide pour obtenir **G** ($\text{C}_{12}\text{H}_{20}\text{O}_6$). Ce composé est soumis à l'action de KMnO_4 puis « déprotégé » en milieu acide pour fournir **H**. La réduction sur amalgame de sodium suivie d'une neutralisation fournit **I**. L'action de l'ammoniac en présence de ZnCl_2 permet l'obtention de **J** :



Soumis à l'action de NaClO , **J** donne **K** ($\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_5$), qui réagit à la liqueur de Fehling. Le traitement par trois équivalents de phénylhydrazine donne une osazone **L**. Celle-ci, traitée successivement par une trace d'acide puis par KCN , conduit à **M** ($\text{C}_6\text{H}_9\text{NO}_5$).

Le traitement de **M** par une trace d'acide, suivi d'un chauffage, permet d'isoler l'acide ascorbique.

III.2.1. Quelles sont les structures des produits **G**, **H**, **I**, **K**, **L** et **M** ?

III.2.2. Expliciter le mécanisme de formation de **L** et donner le bilan réactionnel complet.

III.2.3. Quels sont les atomes de carbone asymétriques du D-galactose dont la configuration absolue est conservée dans l'acide L-ascorbique synthétisé ?

III.3 On pourrait également envisager d'utiliser le D-glucose comme produit de départ, mais le traitement de celui-ci par un excès d'acétone en milieu acide fournit **G'**, isomère de **G**, facilement oxydable en position 3. Proposer une structure pour **G'** et interpréter la différence de comportement entre le D-galactose et le D-glucose.

III.4. La biosynthèse de l'acide L-ascorbique a lieu suivant le schéma 2 suivant :

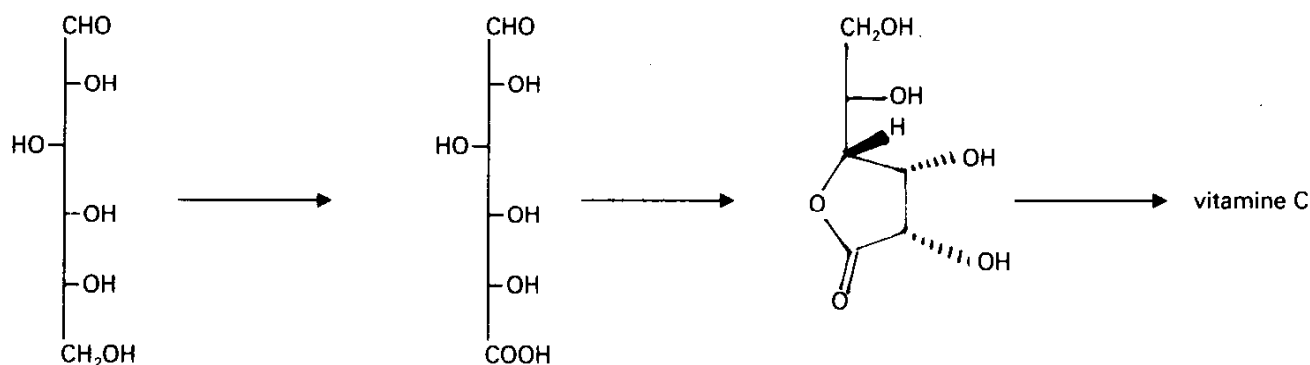


Schéma 2

III.4.1. Exprimer à chaque étape le bilan de la synthèse en termes d'oxydoréduction au niveau des différents atomes de carbone.

III.4.2. Expliquer le caractère acide de la vitamine C.

III.4.3. L'acide ascorbique est facilement oxydé en acide déshydroascorbique par deux transferts monoélectroniques successifs comme l'indique le schéma 3 ci-dessous :

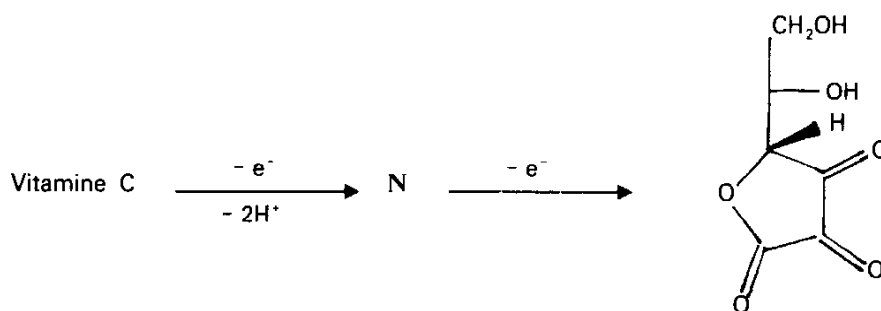


Schéma 3

Expliquer la relative stabilité de l'intermédiaire **N** et l'utilisation de l'acide ascorbique comme antioxydant.

ANNEXE

Définitions, notations

M_0 = masse molaire du monomère.

i = degré de polymérisation d'une macromolécule.

N_i = nombre de macromolécules de degré de polymérisation i .

$M_i = i M_0$ = masse molaire de la macromolécule de degré de polymérisation i .

$W_i = N_i M_i$ = masse des macromolécules de degré de polymérisation i .

$\overline{DP}_n$ = degré de polymérisation moyen en nombre = nombre moyen de motifs monomères par macro-

$$\text{molécule} = \sum_i i \left(\frac{N_i}{\sum_i N_i} \right).$$

$\overline{M}_n$ = masse molaire moyenne en nombre = $M_0 \overline{DP}_n$.

$\overline{DP}_m$ = degré de polymérisation moyen en masse = $\sum_i i \left(\frac{W_i}{\sum_i W_i} \right)$

$\frac{W_i}{\sum_i W_i}$ représente la fraction massique des macromolécules de degré de polymérisation i .

$\overline{M}_m$ = masse molaire moyenne « en masse » = $M_0 \overline{DP}_m$.

$I = \frac{\overline{M}_m}{\overline{M}_n}$ = indice de polymolécularité.

$\Delta_r X$ = grandeur de réaction ; par exemple $\Delta_r H$ = enthalpie de réaction.

Le symbole $[X]$ représente la concentration de l'espèce chimique X.

Le symbole (X) représente l'activité de l'espèce chimique X.

SESSION DE 1990

AGRÉGATION

SCIENCES PHYSIQUES

Option : CHIMIE

Épreuve B

COMPOSITION DE PHYSIQUE

DURÉE : 4 heures

MATÉRIEL À PRÉVOIR :

Calculatrice de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Les deux parties I et II sont totalement indépendantes.

<i>Les candidats composeront sur du papier de composition quadrillé 5 × 5</i>
--

I. OPTIQUE

A. Lois de l'optique géométrique

1. Énoncer les lois de Descartes de la réflexion et de la réfraction.
2. *Étude de la loi de la réfraction.*
 - a. Donner l'expression de l'indice absolu d'un milieu transparent (indice par rapport au vide) en fonction des caractéristiques optiques du milieu considéré et de celles du vide.
Cet indice peut-il être inférieur à l'unité ?
 - b. Définir le phénomène de réflexion totale.
Décrire sommairement des dispositifs l'utilisant.
 - c. *Application* : Définir les conditions dans lesquelles le dispositif ci-dessous (fig. 1) peut être utilisé comme détecteur du niveau du liquide :

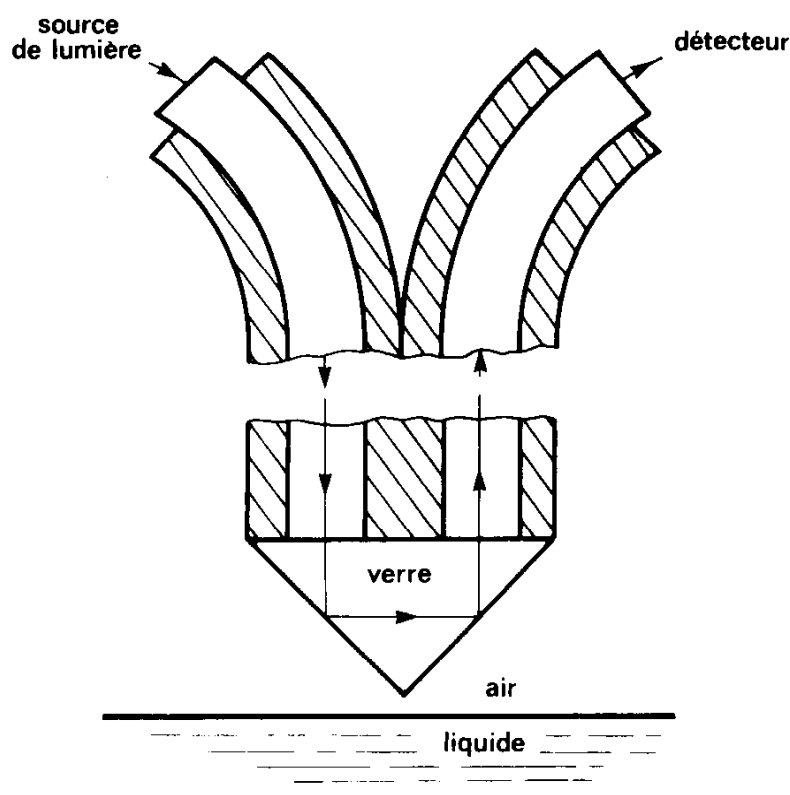


Figure 1

3. *Lentilles sphériques minces.*
 - a. Définir un tel système optique.
 - b. Donner les conditions d'approximation de Gauss.
 - c. Qu'appelle-t-on foyers principaux d'une lentille ?

- d. Dans le cadre de l'approximation de Gauss, donner l'expression de la distance focale d'une lentille mince située dans le vide : on l'exprimera en fonction de l'indice absolu du verre constituant la lentille, n , et des rayons de courbure de ses deux faces.

On précisera les conventions algébriques utilisées.

- e. Définir une lentille convergente et une lentille divergente.

Dans les deux cas, déterminer, pour une lentille mince, l'image d'un objet A éloigné infiniment de la lentille dans une direction inclinée d'un angle θ sur l'axe de cette lentille.

Faire une construction géométrique.

Préciser si l'image A' est réelle ou virtuelle.

4. Lentille épaisse.

La lentille étudiée est plan convexe (fig. 2).

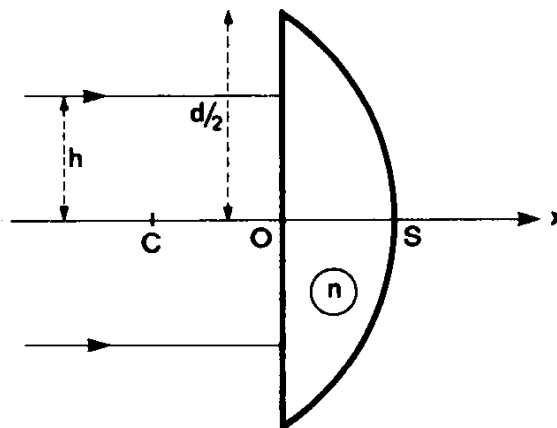


Figure 2

Le verre qui la constitue a un indice absolu n .

Elle est située dans le vide.

La face plane, de diamètre d , est perpendiculaire à l'axe $\overline{Ox}$ de la lentille.

On note :

$e = OS$ son épaisseur maximum ;

$R = CS$ le rayon de courbure de sa face sphérique.

On suppose $R > e$.

La lentille est éclairée par un faisceau cylindrique d'axe $\overline{Ox}$, de rayon h ($h > 0$ et $h < \frac{d}{2}$).

- a. Montrer que si h est supérieur à une valeur limite h_0 , les rayons lumineux subissent la réflexion totale sur la face convexe.

Exprimer h_0 en fonction de n et de R .

- b. Dans le cas où $h < h_0$, montrer que l'abscisse x de l'intersection F'_h des rayons émergents avec l'axe de la lentille, correspondant aux rayons incidents extrêmes du faisceau, peut s'exprimer sous la forme :

$$x = e - R + \frac{\sqrt{R^2 - h^2} + \sqrt{n^2 - h^2}}{1 - \frac{1}{n^2}}$$

Montrer que, si $h \ll \frac{R}{n}$ et $e \ll R$, on retrouve l'expression de la distance focale d'une lentille mince dans les conditions d'approximation de Gauss.

B. Application aux fibres optiques

1. Principe du guidage optique.

La fibre optique est assimilable à un cylindre de révolution d'axe $\overrightarrow{Oz}$.

Elle est constituée d'un cœur, cylindre de rayon a , et d'une gaine, couronne cylindrique dont le rayon varie entre a et b (fig. 3).

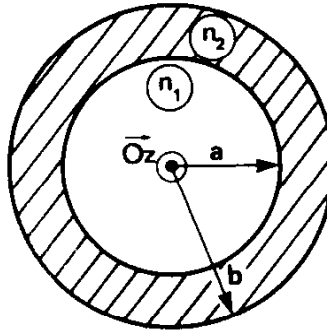


Figure 3

On supposera que le cœur et la gaine sont constitués de deux milieux transparents isotropes d'indices respectifs n_1 et n_2 uniformes, tels que $n_1 > n_2$.

Un rayon incident SI venant de l'air (indice $n \approx 1$) tombe sur le cœur de la fibre sous un angle d'incidence θ_0 (fig. 4). Il est coplanaire avec l'axe $\overrightarrow{Oz}$.

Montrer que si θ_0 reste inférieur à une certaine valeur θ_l , ce rayon sera guidé dans le cœur de la fibre.

Exprimer $\sin \theta_l$, ouverture numérique de la fibre, en fonction de n_1 et n_2 .

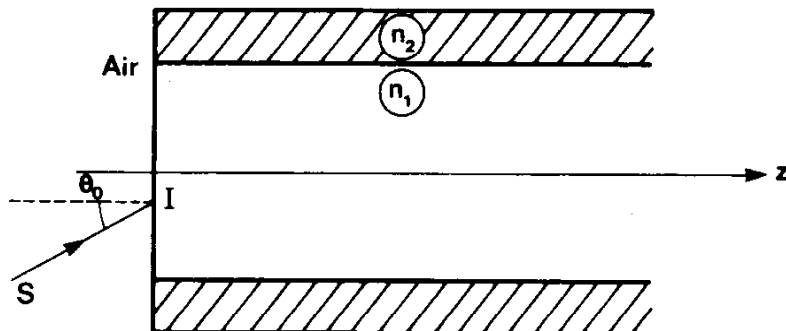


Figure 4

2. L'impulsion lumineuse à guider est transportée par un faisceau lumineux conique convergent, d'axe de symétrie $\overrightarrow{Oz}$, de demi-angle au sommet θ_0 ($\theta_0 < \theta_l$) (fig. 4).

La fibre utilisée a une longueur l .

- a. Montrer que tous les rayons lumineux guidés dans la fibre n'y parcourent pas le même chemin géométrique.

Évaluer le chemin parcouru, L_θ , par le rayon incident sous l'angle θ .

- b. En déduire que l'ensemble des rayons incidents du cône précédent, pénétrant dans la fibre au même instant, n'en ressortent pas simultanément.

Déterminer l'élargissement temporel Δt de l'impulsion lumineuse incidente, intervalle de temps séparant la sortie des différents rayons.

Exprimer Δt en fonction de n_1 , l , θ_0 et c (célérité de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide).

Application numérique :

Calculer Δt pour : $n_1 = 1,5$, $l = 1 \text{ m}$, $\theta_0 = 10^\circ$.

- c. Quel inconvénient cet élargissement présente-t-il pour la propagation des informations en télécommunications, sachant que le nombre d'informations véhiculées par unité de temps doit être très important ?

. *Amélioration du guidage : fibre à gradient d'indice.*

On considère maintenant que l'indice varie continûment du cœur de la fibre ($r = 0$, $n = n_1$) à la gaine ($r = a$, $n = n_2$) selon la loi :

$$n^2(r) = n_1^2 - (n_1^2 - n_2^2) \cdot \frac{r^2}{a^2}, \quad \text{avec } n_1 > n_2.$$

- a. En assimilant le cœur de la fibre à une succession de couches dans lesquelles l'indice est constant, montrer qualitativement qu'un rayon lumineux incident appartenant à un plan méridien de la fibre s'y incurve.
- b. Établir l'équation différentielle permettant d'obtenir la trajectoire $r(z)$ des rayons à l'intérieur de la gaine.
- c. On suppose que le rayon entre dans la fibre en O, sur l'axe, sous une incidence θ_0 (fig. 5).

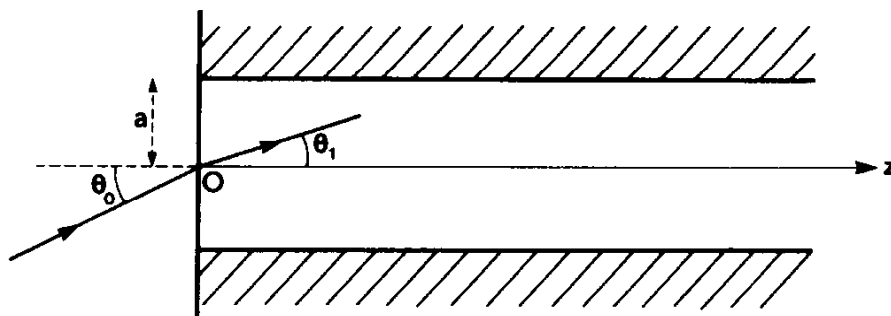


Figure 5

Déterminer l'équation de la trajectoire suivie par les rayons lumineux.

A quelle condition y a-t-il effectivement guidage ?

C. Étude d'un endoscope

Cet appareil est destiné à l'observation d'objets situés à l'intérieur de longs conduits.

La lumière y est guidée, de la source à l'objet, puis de l'objet à l'observateur, par une fibre optique.

L'observateur étudie l'image de l'objet donnée par la succession d'un objectif, $2p$ lentilles identiques, et un oculaire de même axe Oz (fig. 6).

Ces systèmes optiques, assimilables à des lentilles minces, baignent dans le cœur de la fibre.

On admettra que les formules établies au A.3. y sont valables.

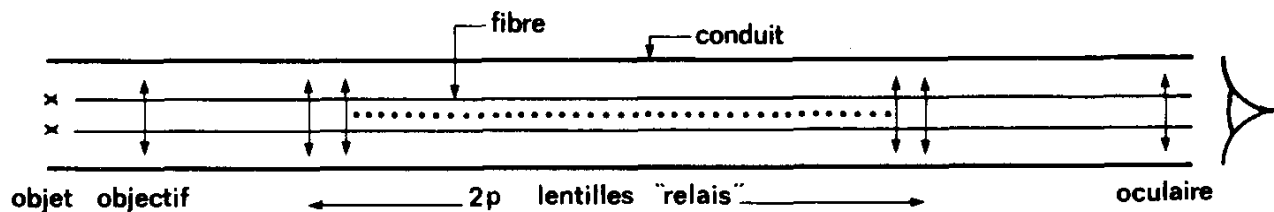


Figure 6

1. L'objectif, de distance focale f'_0 , fournit de l'objet réel AB , à observer, une image réelle A_0B_0 .
Construire A_0B_0 et déterminer le signe du grandissement linéaire transversal γ_0 correspondant.
2. L'image A_0B_0 ainsi obtenue se trouve encore très éloignée de l'oculaire. Il est donc nécessaire d'interposer un système optique de « relais », donnant de A_0B_0 une image proche de l'oculaire.

On dispose donc à la suite de l'objectif une série de $2p$ lentilles identiques, de distance focale f' , de façon que le foyer principal image de l'une coïncide avec le foyer principal objet de la suivante.

Le foyer principal objet de la première lentille est placé en A_0 .

- a. Construire l'image A_1B_1 de A_0B_0 donnée par l'ensemble des deux premières lentilles.
- b. Déterminer, en fonction de p et de f' , l'allongement l souhaité ($l = A_0A_1$).

Application numérique :

$$2p = 30; \quad f' = 2 \text{ cm.} \quad \text{Calculer } l.$$

- c. Un rayon incident quelconque passant par B_0 fait un angle θ_0 avec l'axe principal (angle algébrique défini fig. 7).

Déterminer, en fonction de θ_0 , l'angle θ_1 que fait, avec l'axe, ce rayon en émergeant de la seconde lentille.

Déterminer θ_p à l'émergence des $2p$ lentilles.

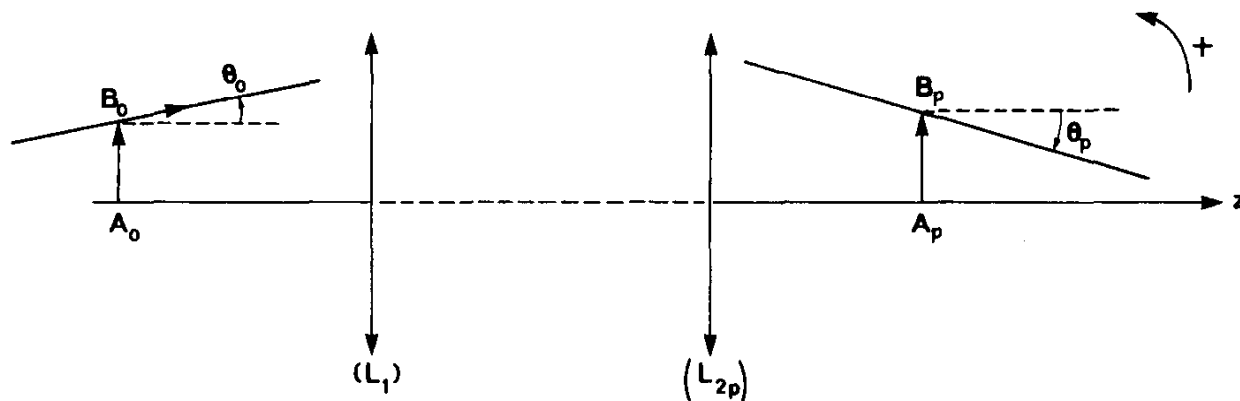


Figure 7

Quels avantages cette relation présente-t-elle ?

3. La dernière image $A_p B_p$ sert d'objet réel pour un oculaire de distance focale f'_{oc} , qui en donne une image virtuelle visible à l'œil, $A' B'$.
- Quelle doit être la position de l'oculaire par rapport à $A_p B_p$ pour que cette condition soit vérifiée ?
 - Quelle condition p doit-il vérifier pour que l'image définitive $A' B'$ soit de même sens que l'objet AB ?

II. ÉLECTRICITÉ

L'amplification de signaux de fréquence déterminée nécessite que l'on dispose de circuits sélectifs. Le problème qui suit propose l'étude de quelques propriétés des bobines inductives traditionnelles, leur utilisation dans un circuit résonnant et une solution possible pour résoudre les difficultés qui se présentent quand on veut obtenir une bande passante très étroite.

Les notations sont précisées dans l'énoncé.

A une grandeur alternative sinusoïdale $y(t) = Y\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$, on associe la grandeur complexe $\underline{Y} = Y\sqrt{2} \exp[j(\omega t + \varphi)]$, avec $j^2 = -1$.

A. Électromagnétisme : étude de quelques bobines inductives

1. Dans le vide.

Dans cette question on se place dans le vide (ou en pratique, dans l'air, ce qui revient au même) dont on rappelle la valeur de la perméabilité :

$$\mu_0 = 4 \cdot \pi \times 10^{-7} \approx \frac{1}{800\,000} \text{ S.I.}$$

a. Propriétés générales du champ magnétique $\vec{B}$.

Aucune démonstration n'est demandée dans ce paragraphe qui sera traité brièvement.

Définir les notions de champ et de flux magnétiques.

Donner les unités S.I. correspondantes.

Quelle est la propriété fondamentale du flux magnétique ?

b. Champ magnétique en un point de l'axe d'un solénoïde.

Une telle bobine de section S_1 , de longueur l , très grande devant les dimensions de S_1 et comportant N_1 spires régulièrement réparties, est parcourue par un courant électrique d'intensité I . Rappeler sans démonstration les caractéristiques du champ magnétique en un point de l'axe à l'intérieur de la bobine en négligeant les effets de bord.

c. Autoinduction.

Présenter brièvement le phénomène et définir la notion d'inductance propre.

On suppose que le champ magnétique est uniforme à l'intérieur du solénoïde de la question précédente et qu'il a évidemment la valeur donnée en un point de l'axe. Que vaut alors l'inductance propre L_s du solénoïde ? Préciser l'unité.

Quelle est l'énergie magnétique localisée à l'intérieur du solénoïde ?

Montrer que la densité volumique d'énergie vaut dans ce cas :

$$w = \frac{\delta W}{\delta \tau} = \frac{B^2}{2\mu_0}.$$

Application numérique :

$S_s = 1 \text{ cm}^2$, $N_s = 200$ spires, $l_s = 10 \text{ cm}$, $I = 200 \text{ mA}$.

Calculer L_s , B et w .

2. Noyau ferromagnétique.

On cherche à obtenir des inductances propres supérieures et on enroule le fil constituant la bobine autour d'un noyau ferromagnétique (fer, ferrite, nickel, etc.)

On admet pour simplifier que dans un milieu quelconque les équations de l'électromagnétisme sont analogues à celle du vide : il suffit de remplacer μ_0 par $\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$ (μ_r étant la perméabilité relative qui, dans un milieu ferromagnétique, peut être très grande). μ peut ne pas être uniforme dans l'espace et, avec des notations évidentes, le théorème d'Ampère s'écrit :

$$\oint \frac{\vec{B} \cdot d\vec{l}}{\mu} = \Sigma I.$$

On se propose de retrouver quelques ordres de grandeur relatifs au « pot de ferrite » de la série B65701 de chez Siemens dont on donne un modèle très simplifié :

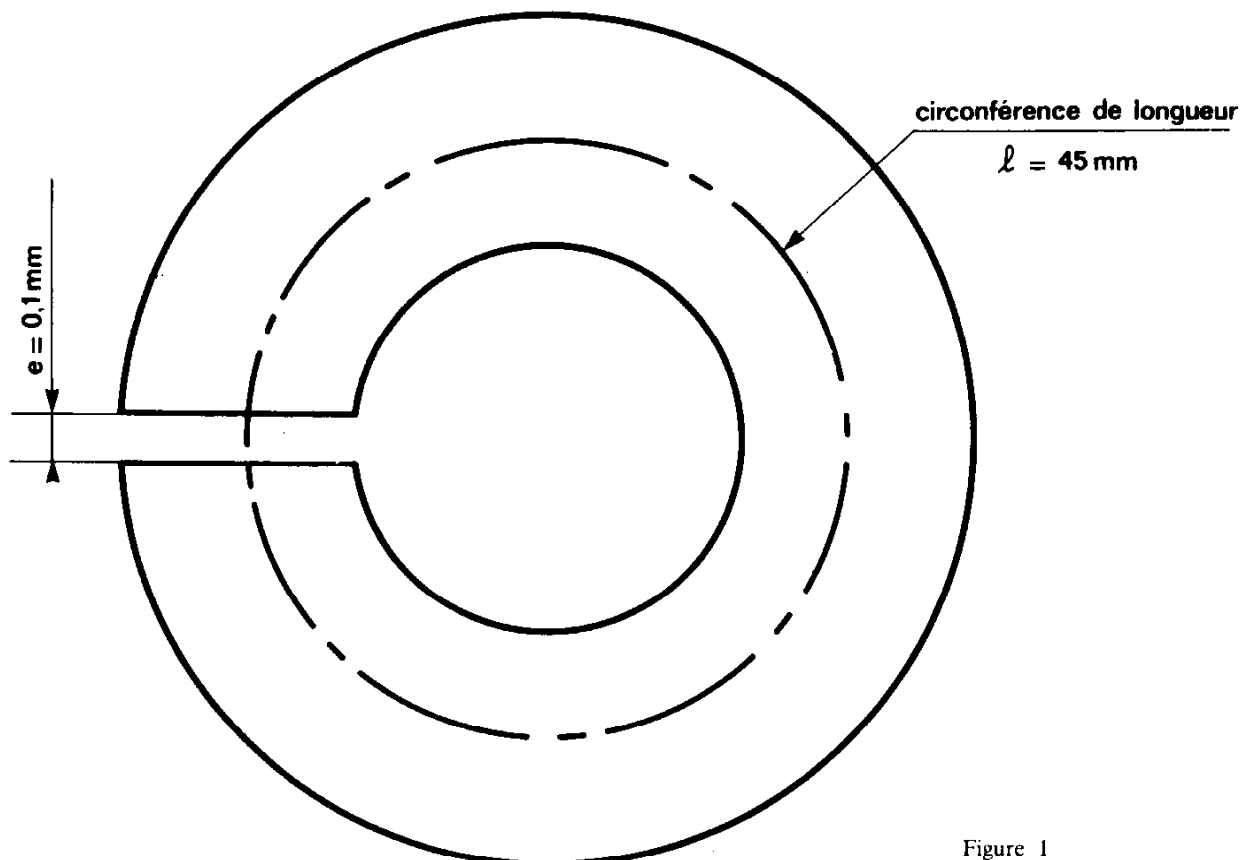


Figure 1

Le noyau est un tore de ferrite (matériau N48) de perméabilité relative $\mu_r = 2\,000$, de section $S = 136\text{ mm}^2$, de circonférence moyenne de longueur $l = 45\text{ mm}$ dans lequel on a pratiqué un entrefer de longueur $e = 0,1\text{ mm}$ et sur lequel on a bobiné $N = 100$ spires de fil de cuivre.

a. L'entrefer est petit. Comme on ne cherche qu'un ordre de grandeur, on fait les hypothèses simplificatrices assez grossières suivantes :

- le tore est un tube de champ ; les lignes de champ sont des cercles de même axe que le tore et ne sont pas déformées par la présence de l'entrefer. Les fuites de flux hors de l'entrefer e du noyau sont donc négligables ;
- le champ magnétique a une intensité constante dans le noyau et l'entrefer. A l'aide du théorème d'Am-père, montrer que l'inductance propre de la bobine vaut :

$$L = \frac{\mu_0 N^2 S}{e + \frac{l}{\mu_r}}.$$

Faire l'application numérique. Conclure.

b. Justifier les affirmations souvent faites par les techniciens :

- l'énergie magnétique est surtout concentrée dans l'entrefer ;
- l'entrefer « consomme beaucoup d'ampères-tours » ;
- la présence de l'entrefer stabilise la valeur de l'inductance propre (sous entendu par rapport aux varia-tions de μ_r) .

c. Quels sont, à votre avis, les problèmes que pose la présence d'un noyau ferromagnétique ?

B. Circuit RLC série

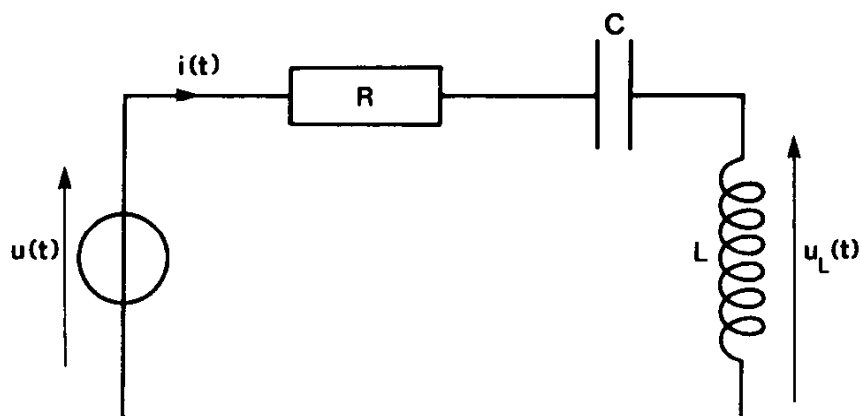


Figure 2

Entre les bornes d'un générateur de tension qui impose la différence de potentiel $u(t)$ alternative sinusoïdale de pulsation ω et de valeur efficace U , on place en série :

- un résistor de résistance R ;
- un condensateur de capacité C ;
- une bobine purement inductive, c'est-à-dire idéale, sans résistance et caractérisée par son inductance propre L .

1. En régime permanent, de quelle forme est l'intensité $i(t)$ du courant dans le circuit ?

Quelle est l'impédance complexe $\underline{Z}$ de l'ensemble (R, L, C) placé entre les bornes du générateur ? Que vaut son impédance réelle $Z = |\underline{Z}|$?

2. Exprimer l'intensité efficace I du courant en fonction de U, R, L, C, ω .

Montrer que, U, R, L et C restant constants, I est maximale pour une valeur particulière ω_0 de la pulsation ω .

3. On appelle facteur de qualité du circuit $Q = \frac{L \omega_0}{R}$.

Soit $u_L(t)$ la tension instantanée aux bornes de la bobine.

Exprimer en fonction de Q et de la pulsation réduite $x = \frac{\omega}{\omega_0}$, le rapport (appelé fonction de transfert) :

$$\underline{H} = \frac{\underline{U}_L}{\underline{U}}$$

ainsi que son module :

$$G(x) = |\underline{H}|.$$

On suppose que U, R, L et C restent constants.

Montrer que, pour certaines valeurs de Q que l'on précisera, G passe par un maximum lorsque x prend la valeur :

$$x_1 = \frac{x_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}.$$

Calculer $G_1 = G(x_1)$.

Que peut-on dire si $Q \gg 1$?

4. *Application numérique :*

$R = 10 \, \Omega$, $C = 100 \, \text{nF}$, $L = 1 \, \text{mH}$.

Calculer ω_0 , Q et G_1 .

La situation vous paraît-elle physiquement très réaliste ?

C. Simulation

Les amplificateurs opérationnels utilisés sont supposés parfaits (intensités des courants d'entrée toujours négligeables) et fonctionnent en régime linéaire (tension nulle entre les deux entrées).

Le candidat ne discutera pas la stabilité des montages qui sera supposée assurée. Dans ces conditions, les deux entrées $+$ et $-$ sont équivalentes. Il est toutefois certain qu'il faudrait les distinguer dans une réalisation pratique.

Par ailleurs, on se place en régime alternatif sinusoïdal.

1. Déterminer l'impédance d'entrée du montage représenté figure 3 : $Z_e = \frac{V}{I}$.

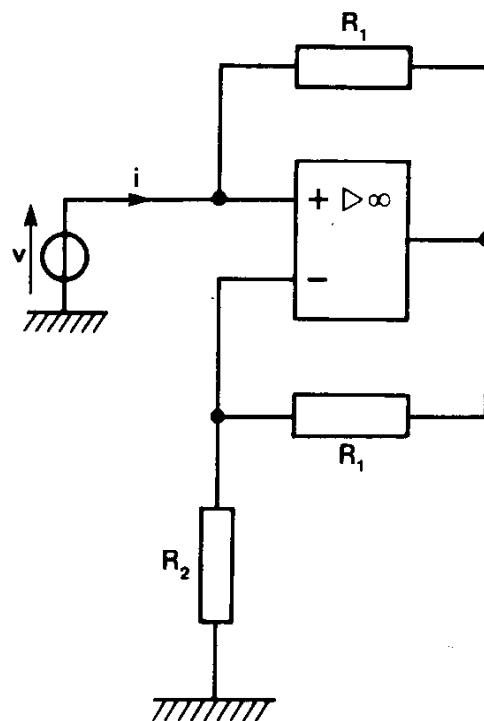


Figure 3

2. Utiliser le résultat de la question C.1. pour déterminer l'impédance d'entrée du montage représenté figure 4 et montrer que, pour la source qui impose la tension d'entrée v , le montage équivaut à deux dipôles (que l'on précisera) montés en parallèle.

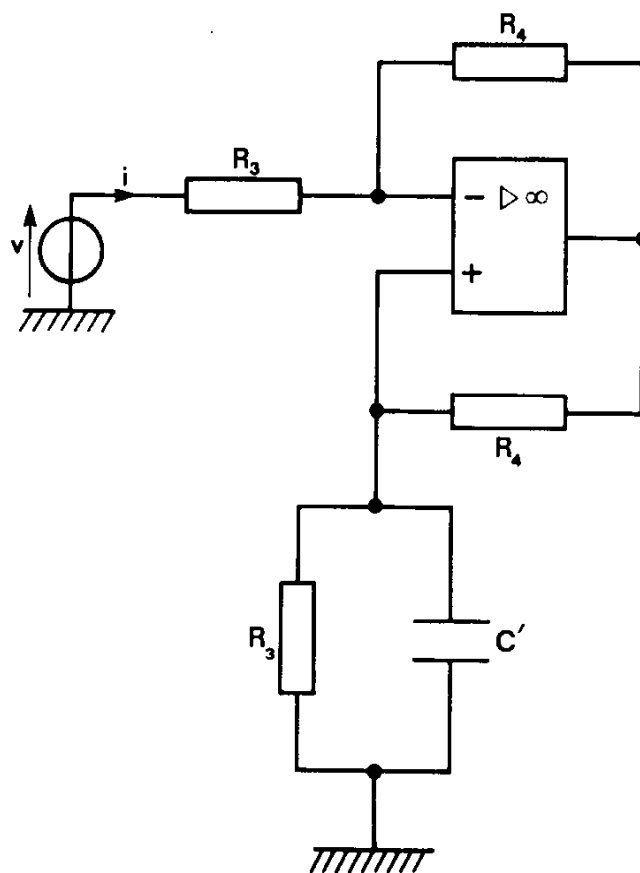


Figure 4

3. On considère le montage figure 5.

Utiliser les résultats des deux questions C.1. et C.2. pour simplifier le schéma et donner un circuit équivalent.

A l'aide des résultats du B.3. établir l'expression du coefficient de qualité du circuit.

Application numérique :

$R = 50 \, \Omega$ (résistance de sortie d'un générateur basse fréquence),

$R' = 10 \, k\Omega$, $C = C' = 50 \, nF$, $R_1 = R_4 = 1 \, k\Omega$.

Calculer la pulsation ω_1 donnant au gain $K = \left| \frac{\underline{U}'}{\underline{U}} \right|$ sa valeur maximale ainsi que la valeur maximale de K . Conclure.

Connaissez-vous une autre technique permettant d'obtenir des coefficients de qualité élevés ?

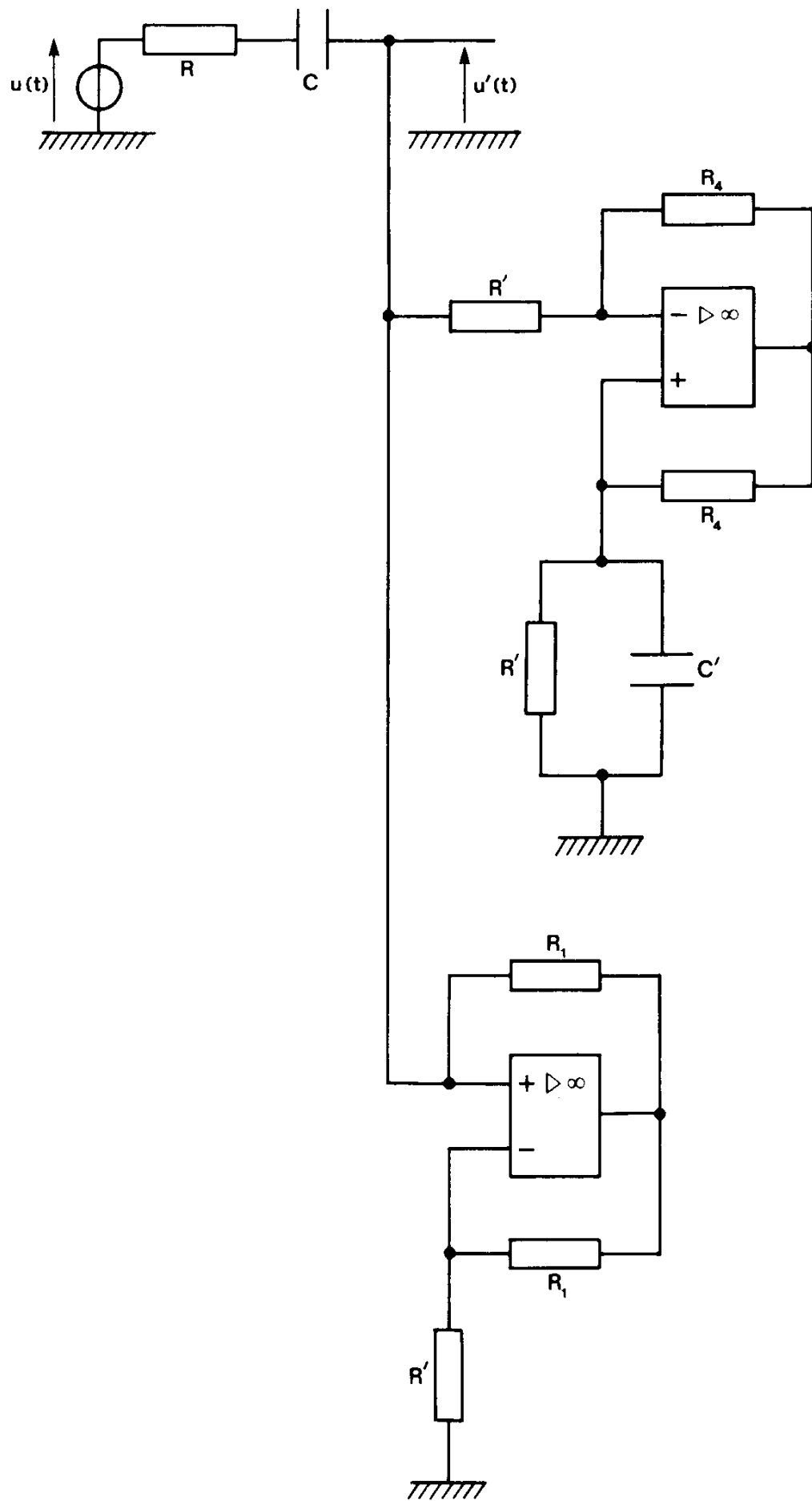


Figure 5

SESSION DE 1990

AGRÉGATION

CONCOURS EXTERNE

SCIENCES PHYSIQUES

OPTION CHIMIE

Épreuve C

COMPOSITION DE CHIMIE

(Applications)

DURÉE : 6 heures

MATÉRIEL À PRÉVOIR :

- 3 feuilles de papier millimétré ;
- Calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

L'épreuve comporte trois parties indépendantes.

Pour résoudre la question III.6, il est demandé aux candidats de compléter la figure 10 figurant en annexe dans le sujet, et de remettre le document ainsi complété avec leur copie.

I. LES CYCLODEXTRINES : STRUCTURE, COMPOSÉS D'INCLUSION ET CATALYSE

Les cyclodextrines ou cycloamyloses constituent une famille de polysaccharides cycliques obtenus par action d'une amylase (*Bacillus macerans*) sur différentes variétés d'amidon.

Ces polysaccharides cycliques sont composés d'unités α -D-glucopyranose reliées en 1,4 (fig. 1).

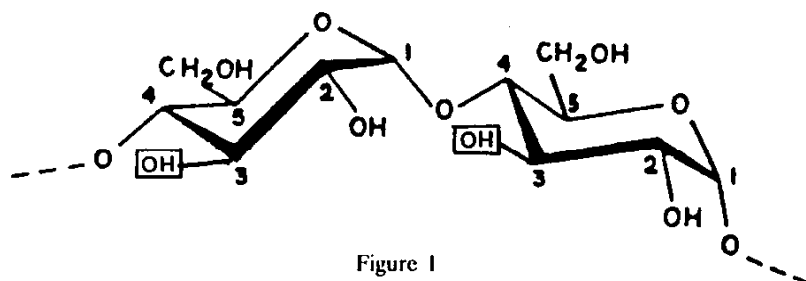


Figure 1

I.1. Représenter les structures spatiales des stéréoisomères suivants de l' α -D-glucopyranose :

I.1.a. son énantiomère;

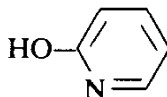
I.1.b. son anomère, dont on donnera le nom;

I.1.c. un de ses diastéréoisomères.

I.2.a. Décrire le mécanisme de la mutarotation. Comment peut-on expérimentalement la mettre en évidence ?

I.2.b. À 25 °C, le pouvoir rotatoire spécifique pour la raie D du sodium est de + 112° pour l' α -D-glucopyranose, de + 18,7 ° pour le β -D-glucopyranose. Dans les mêmes conditions, le pouvoir rotatoire spécifique du mélange à l'équilibre vaut + 52,5°. En déduire les proportions des deux isomères à l'équilibre à 25 °C. Comment peut-on expliquer la prépondérance de l'un d'entre eux ?

I.2.c. On constate que cette isomérisation se fait beaucoup plus vite en présence de 2-hydroxypyridine :



Justifier cette augmentation de vitesse.

I.3. Les cyclodextrines sont désignées par une lettre grecque selon le nombre d'unités glucopyranose : α pour 6, β pour 7, γ pour 8, etc. À titre d'exemple, on peut représenter schématiquement l' α -cyclodextrine (fig. 2) :

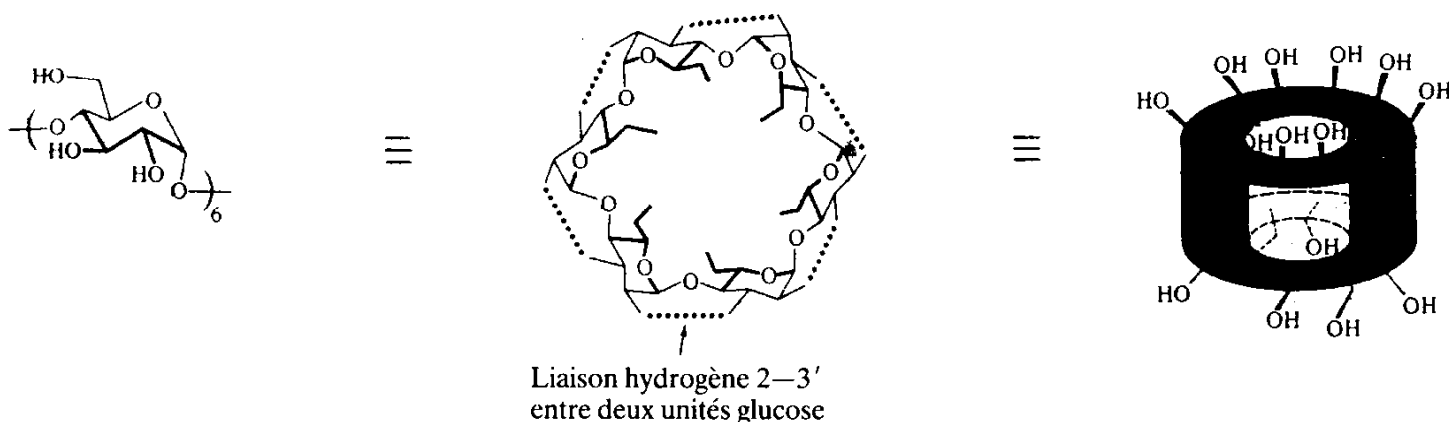


Figure 2

L'extérieur de la molécule de cyclodextrine est tapissé de groupements hydroxyles, hydrophiles, alors que la cavité centrale, présentant des liaisons C-H, C-C et C-O, est plutôt de nature hydrophobe. Cette situation est l'inverse de celle rencontrée avec les éthers couronnes qui présentent des cavités hydrophiles.

Les cyclodextrines peuvent ainsi former des complexes d'inclusion en solution aqueuse avec une grande variété de substrats organiques. En général, on observe un rapport 1/1 entre la cyclodextrine et la molécule incluse et c'est la taille de cette molécule qui détermine la stabilité du complexe.

La formation de ces complexes d'inclusion perturbe les spectres ultraviolets des substrats en solution dans l'eau.

Soient $[C]_0$ et $[S]_0$ les concentrations initiales en cyclodextrine C et en substrat S, et $[CS]$ la concentration en complexe. Soient ϵ_C , ϵ_S et ϵ_{CS} les coefficients d'absorption molaires respectifs des trois constituants à une longueur d'onde donnée.

A étant l'absorbance mesurée, pour une cuve d'épaisseur $l = 1$ cm, et A_0 l'absorbance calculée en considérant que seules les espèces C et S existent, on note ΔA la différence $A - A_0$.

I.3.a. Exprimer, en fonction de ΔA , $[C]_0$, $[S]_0$, l et des coefficients d'absorption molaires, la constante de dissociation K_d du complexe.

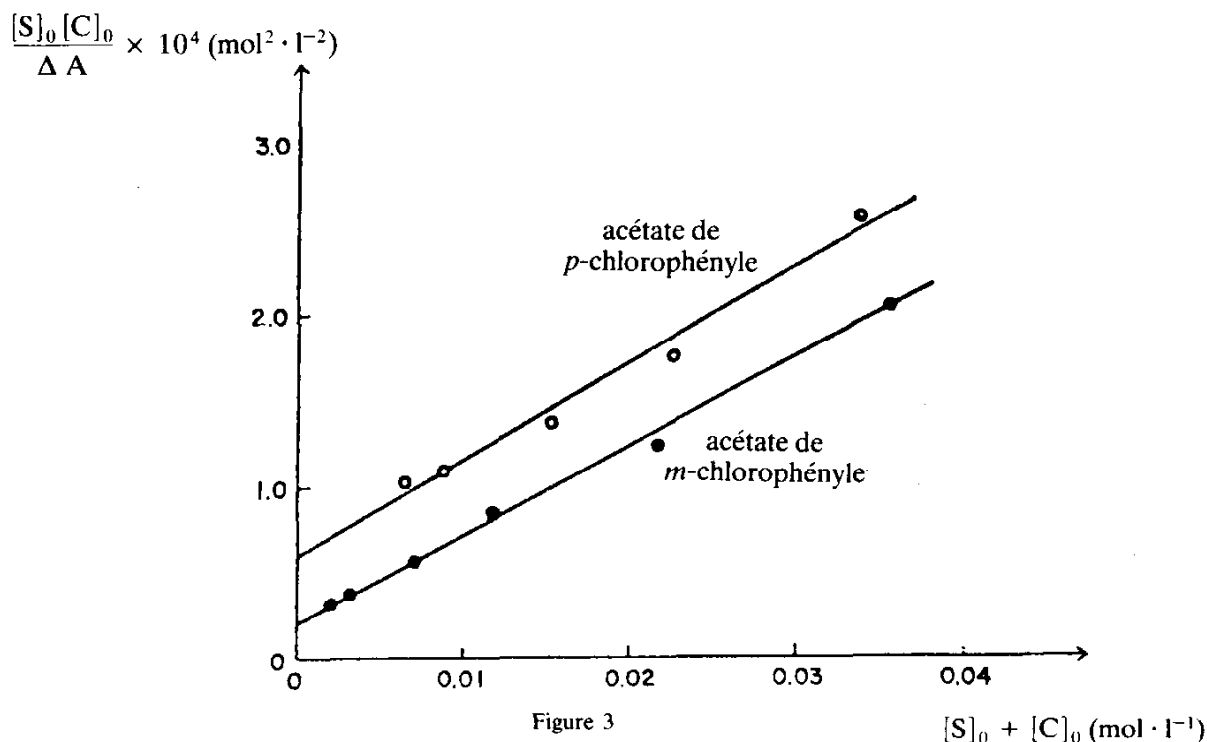
I.3.b. Montrer que, si la concentration $[CS]$ en complexe est suffisamment faible par rapport aux concentrations initiales en cyclodextrine et en substrat $[C]_0$ et $[S]_0$, le graphe

$$[S]_0 \cdot [C]_0 / \Delta A = f([S]_0 + [C]_0)$$

est une droite dont on déterminera la pente et l'abscisse à l'origine.

I.3.c. Pour les substrats acétate de *p*-chlorophényle et acétate de *m*-chlorophényle, on obtient les droites données figure 3.

En déduire les constantes de dissociation des complexes correspondants.



I.3.d. Dans le cas du substrat acétate de *m*-éthylphényle, on a étudié la variation de la constante de dissociation du complexe avec la température.

Tableau I

température (°C)	18,8	25,0	32,8	41,1	48,2	54,2
$K_d \times 10^3$	1,82	2,16	2,73	3,42	4,18	4,88

En négligeant la variation de capacité calorifique molaire à pression constante au cours de la réaction, déterminer graphiquement les grandeurs thermodynamiques standard de la réaction de dissociation du complexe.

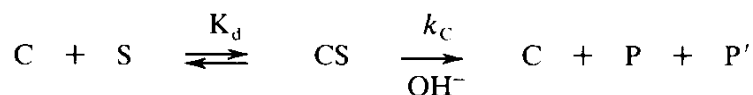
I.4. On étudie l'hydrolyse de plusieurs esters de phényle diversement substitués sur le noyau aromatique.

En l'absence de cyclodextrine et en milieu tamponné, la vitesse d'hydrolyse est du pseudo 1^{er} ordre par rapport au substrat, de constante k_0 : $v = k_0 [S]$.

En présence de cyclodextrine et en milieu tamponné au même pH, la vitesse est de la forme : $v = k [S]_t$, où $[S]_t$ représente la concentration totale en substrat, libre ou complexé, et où k , « constante » expérimentale de pseudo 1^{er} ordre est fonction de la concentration $[C]$ en cyclodextrine.

Dans toute la suite, on considère que la concentration en cyclodextrine est très supérieure à la concentration totale en substrat : $[C] \gg [S]_t$.

I.4.a. On propose le mécanisme suivant pour l'hydrolyse à l'intérieur des cyclodextrines :



k_C est une constante de pseudo 1^{er} ordre (milieu tamponné);

P et P' représentent les produits d'hydrolyse : phénol et acétate.

On admet que l'équilibre de formation du complexe est établi quasi-instantanément.

Dans l'hypothèse de ce mécanisme, exprimer k en fonction de $[C]_0$, K_d , k_C et k_0 .

Tracer qualitativement le graphe de k en fonction de $[C]_0$ et montrer qu'en présence d'un très large excès de cyclodextrine, k tend vers une valeur limite que l'on précisera.

Comparer les résultats cinétiques précédents à ceux obtenus par le modèle de Michaelis-Menten en catalyse enzymatique.

I.4.b. La figure 4 représente les variations de $1 / (k - k_0)$ en fonction de $1 / [C]_0$ dans le cas de l'hydrolyse de l'acétate de *p*-nitrophényle.

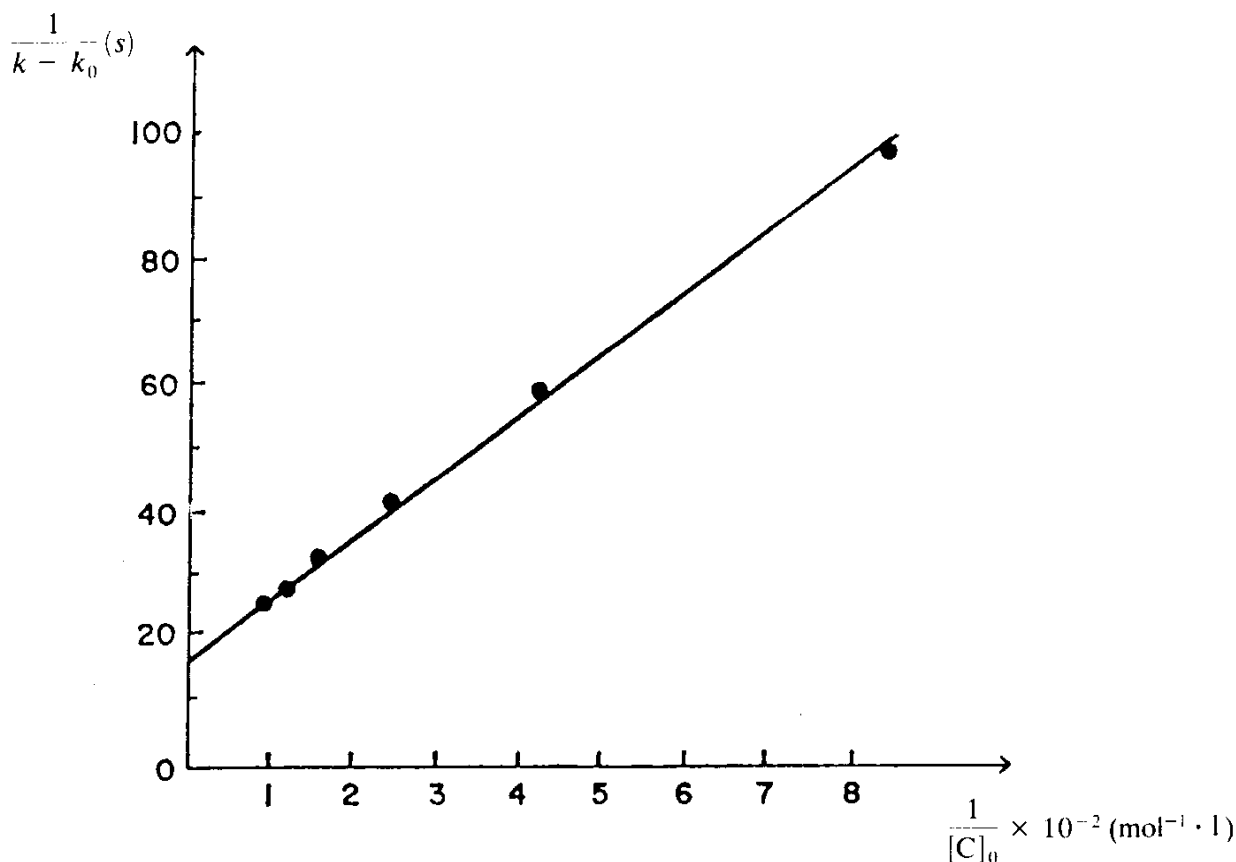


Figure 4

Déduire du graphe les valeurs de K_d et $k_C - k_0$ pour ce substrat.

I.4.c. Les constantes k_0 et k pour plusieurs esters de phényle et une concentration $[C]_0 = 0,01 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ sont rapportées dans le tableau II :

Tableau II

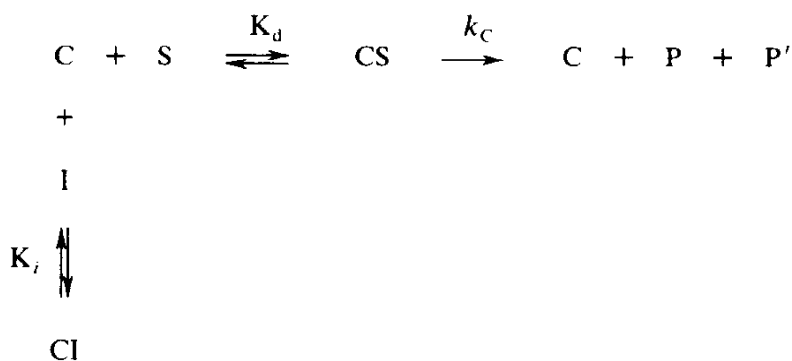
Constantes de vitesse d'hydrolyse d'acétates de phényle à pH = 10,6 à 25 °C, en absence et en présence de α -cyclodextrine.

Les valeurs de k correspondent à une concentration $[C]_0 = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$.

acétate de	$k_0 (10^{-4} \text{s}^{-1})$	$k (10^{-2} \text{s}^{-1})$	K_d
Phényle	8,04	0,779	$2,2 \cdot 10^{-2}$
<i>m</i> -chlorophényle	19,1	21,5	$0,48 \cdot 10^{-2}$
<i>p</i> -chlorophényle	15,2	0,453	$1,6 \cdot 10^{-2}$
<i>m</i> -tolyle	6,96	2,70	$1,7 \cdot 10^{-2}$
<i>p</i> -tolyle	6,64	0,187	$1,1 \cdot 10^{-2}$

Calculer, pour chacun des esters, la constante de vitesse k_C et le rapport k_C/k_0 ; commenter qualitativement les différences observées.

I.5. Comme en catalyse enzymatique, il est possible d'introduire dans le milieu un autre substrat I, susceptible de former un complexe avec la cyclodextrine et donc d'inhiber la réaction d'hydrolyse de S :



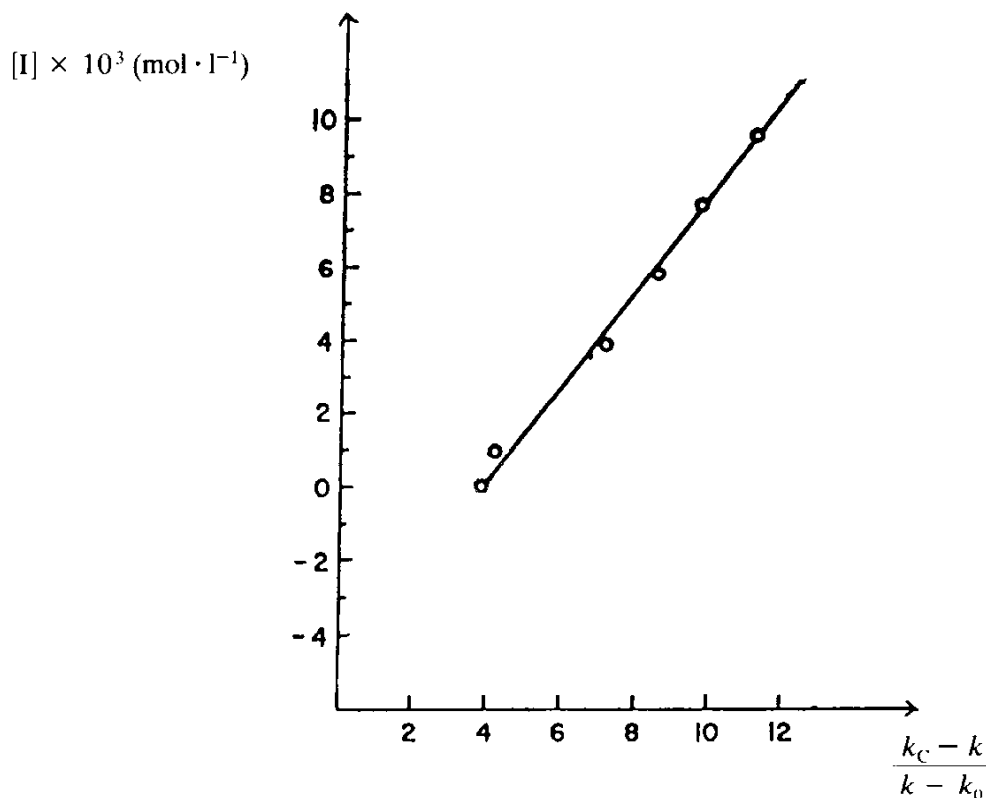
K_i représente la constante de dissociation du complexe CI.

I.5.a. Montrer que, la cyclodextrine étant en large excès par rapport au substrat, on peut mettre $[I]$ sous la forme :

$$[I] = \frac{K_i}{K_d} [C]_0 \left[\frac{k_C - k}{k - k_0} \right] - K_i.$$

I.5.b. On étudie l'hydrolyse de l'acétate de *m*-nitrophényle en présence de cyclodextrine et d'un inhibiteur, le *p*-chlorocinnamate.

À partir des résultats expérimentaux rapportés sur la figure 5, déterminer les constantes de dissociation des deux complexes : *p*-chlorocinnamate / cyclodextrine et acétate de *m*-nitrophényle / cyclodextrine.



Étude expérimentale de l'hydrolyse de l'acétate de *m*-nitrophényle en présence de cyclodextrine et de *p*-chlorocinnamate.

Milieu tamponné à pH = 10.

$t = 25^\circ\text{C}$.

$[C]_0 = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$.

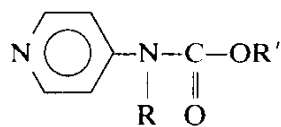
Figure 5

II. HYDROLYSE BASIQUE DES CARBAMATES

Les carbamates pyridiniques sont utilisés comme pesticides. Lors de l'utilisation d'un pesticide, deux domaines sont concernés : la cible sur laquelle le pesticide exerce son action et le milieu environnant dans lequel il est considéré comme un contaminant. Dans ce milieu, sa dégradation est importante : l'une des voies de dégradation est biologique ; l'autre, chimique, est constituée par une réaction d'hydrolyse.

II.1. Étude du mécanisme.

On considère le cas particulier des carbamates pyridiniques de formule générale :



dont on veut étudier l'hydrolyse basique dans différentes conditions.

Plusieurs mécanismes peuvent intervenir :

α. dans le cas général, un mécanisme bimoléculaire de type $B_{AC}2$, consistant en une attaque nucléophile par OH^- qui conduit réversiblement à un intermédiaire tétraédrique (constantes de vitesse k_2 et k_{-2}) puis à la base conjuguée d'un acide carbamique (constante de vitesse $k_3 \gg k_{-2}$);

β. dans le cas où R est un hydrogène, un mécanisme monomoléculaire de type $E1_{CB}$ qui débute par une étape rapide et réversible de déprotonation de l'azote (constante d'acidité associée au couple HS/S^- : K_a) suivie de l'élimination de RO^- pour donner un isocyanate (étape limitante de constante de vitesse k_1). Cet isocyanate, par action de OH^- , donne la base conjuguée d'un acide carbamique.

Dans les deux cas, la base conjuguée de l'acide carbamique se décompose pour donner la 4-amino-pyridine.

II.1.a. Écrire les mécanismes réactionnels décrits ci-dessus.

II.1.b. Déterminer, pour chacun des deux mécanismes, l'expression de la loi de vitesse d'hydrolyse d'un carbamate.

II.1.c. On se propose de vérifier ces lois de vitesse.

Pour le composé où $R = H$ et $R' = CH_3$, par exemple, on introduit dans le milieu le substrat, et de la soude en large excès; on observe alors une loi de vitesse du pseudo 1^{er} ordre :

$$v = k [HS]_t$$

où $[HS]_t$ représente la concentration totale en substrat, protoné et déprotoné.

La mesure de k à différents pH donne les résultats suivants :

Tableau III

pH	12,42	12,82	13,12	13,42	13,82	14,10	14,30	14,42
$k (s^{-1})$	0,005	0,011	0,020	0,038	0,076	0,090	0,091	0,091

II.1.c.1. Tracer la courbe de variation $\log k = f(\text{pH})$.

II.1.c.2. En tenant compte des équilibres acido-basiques réalisés quasi-instantanément, montrer que le graphe est en accord avec les lois de vitesse correspondant aux deux mécanismes. Permet-il de trancher entre ces deux mécanismes? Déterminer graphiquement le pK_a du composé étudié.

II.1.d. Pour identifier le mécanisme d'hydrolyse, on établit la relation de Brönsted relative à l'influence du groupe partant sur le mécanisme :

$$\log k_{OH} = \beta pK_a + \text{constante.}$$

Cette relation est obtenue à partir des valeurs des constantes bimoléculaires de l'hydrolyse des carbamates :

$$k_{OH} = k / [OH^-]$$

et du pK_a du groupe partant (phénol ou alcool).

Appliquée à une série de carbamates, elle permet de distinguer deux familles de composés :

- quand $R = H$:

– pour $R' = C_6H_5$, $pNO_2C_6H_4$, $mClC_6H_4$, Cl_3CCH_2 ,

l'expression est : $\log k_{OH} = -1,38 pK_a + 15,05$

– pour $R' = CH_3$, $CH_3OCH_2CH_2$, CH_3CH_2 ,

elle devient : $\log k_{OH} = -0,10 pK_a + 1,98$

- quand $R = CH_3$:

l'expression est : $\log k_{OH} = -0,10 pK_a + 1,98$

aussi bien pour $R' = CH_3$ que pour $R' = C_6H_5$.

Dans l'hypothèse d'un mécanisme unique pour chaque famille de composés, attribuer à chacune d'elle le mécanisme qui convient.

II.1.e. Les étapes déterminant la vitesse de la réaction selon les mécanismes $E1_{CB}$ et $B_{AC}2$ n'étant pas de même nature, leurs entropies d'activation sont différentes. On détermine ainsi ces valeurs pour les deux composés suivants :

$$\begin{array}{lll} R = H & R' = CH_3 & \Delta S^\ddagger = -108 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \\ R = H & R' = C_6H_5 & \Delta S^\ddagger = +4 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \end{array}$$

Expliquer pourquoi ces valeurs sont conformes aux attributions de mécanisme précédentes ?

II.2. Effet des solutions micellaires sur l'hydrolyse des carbamates.

Les tensioactifs sont composés d'une partie hydrophobe (chaîne hydrocarbonée) et d'une partie hydrophile (tête polaire ou ionique); par exemple, le composé $C_{12}H_{25}SO_4^- Na^+$, dodécylsulfate de sodium (ou SDS) est un tensioactif anionique, alors que le bromure de cetyltriméthylammonium (ou CTAB), de formule $C_{16}H_{33}N(CH_3)_3^+ Br^-$ est un tensioactif cationique. Ce sont des amphiphiles qui ont des propriétés particulières vis-à-vis de la dissolution dans l'eau :

- Ils diminuent la tension superficielle par adsorption et orientation des molécules aux interfaces.
- Ils forment des micelles (agrégats approximativement sphériques) au-dessus d'une certaine concentration appelée concentration micellaire critique (CMC). Cette formation se traduit par une variation brutale d'un certain nombre de propriétés physico-chimiques.
- Les micelles ainsi formées sont susceptibles de permettre la solubilisation de substances insolubles dans l'eau.

II.2.a. En suivant les variations de la tension superficielle σ de solutions aqueuses de SDS (préparées en milieu basique en vue d'utilisations cinétiques ultérieures) en fonction de la concentration $[C]$ en tensioactif, on obtient les résultats réunis dans le tableau IV :

Tableau IV

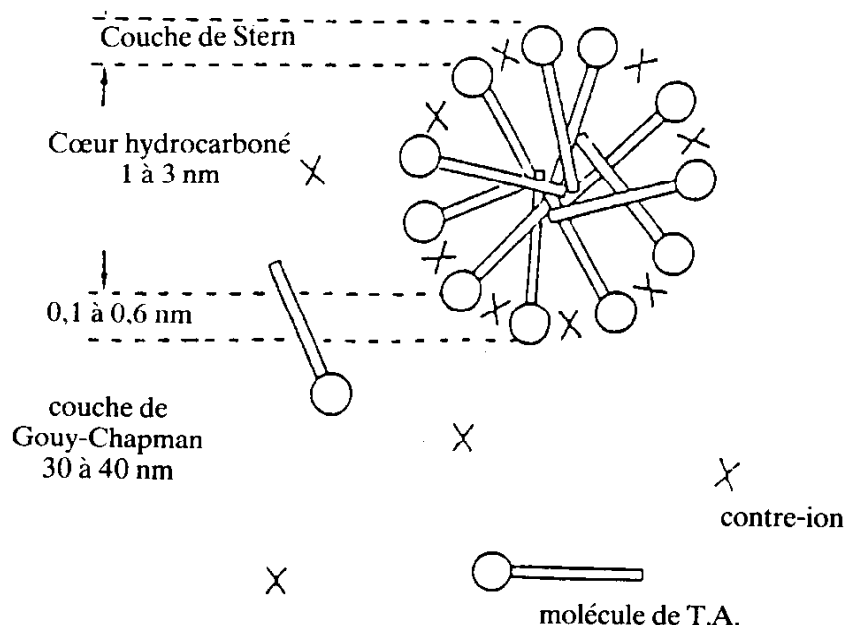
$\log c$	- 4,49	- 4,44	- 4,39	- 4,35	- 4,22	- 4,00	- 3,70
$\sigma \text{ (mN} \cdot \text{m}^{-1}\text{)}$	43,7	41,5	39,3	37,6	37,3	37,3	37,3

où c est le nombre qui mesure $[C]$ en $\text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$.

Discuter l'allure de la courbe $\sigma = f(\log c)$ et déterminer la CMC du SDS dans les conditions présentes.

II.2.b. Les agrégats micellaires ioniques en solution aqueuse renferment de 50 à 100 molécules de tensioactif. Approximativement sphériques, ils ont quelques nanomètres de diamètre. On peut reconnaître trois zones (fig. 6) :

- le cœur hydrophobe;
- les têtes polaires plus une fraction des contre-ions (60 à 80 %) formant une couche appelée couche de STERN, la fraction des contre-ions étant fortement fixée près de la surface;
- la couche de Gouy-Chapman, qui assure à la solution la neutralité électrique par un excès de contre-ions.



MODÈLE DE MICELLE SELON HARTLEY

Figure 6

Décrire l'ensemble des facteurs favorables et défavorables à la micellisation.

II.2.c. Les données sur la solubilisation de substrats organiques dans les micelles directes peuvent être analysées au moyen d'un modèle simple dans lequel les micelles sont considérées comme une phase séparée du reste de la solution (modèle de la pseudo-phase).

II.2.c.1. Dans le cas d'un tensioactif cationique, on peut simplifier la représentation de la micelle directe comme ci-dessous (fig.7) :

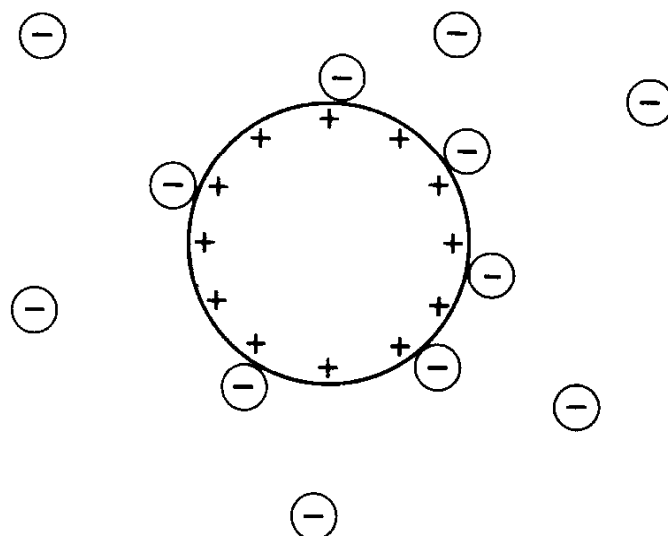
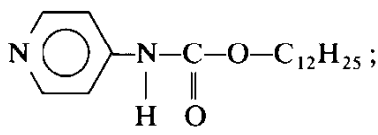


Figure 7

Indiquer la localisation préférentielle dans la solution aqueuse micellaire ainsi représentée des solutés suivants :

- hexane;
- hexanoate de méthyle;
-  ;
- OH^- .

II.2.c.2. Dans le cas général, on suppose qu'un soluté S est distribué entre les phases aqueuse et micellaire selon la loi :

$$\frac{[S]_M}{[S]_{aq}} = P_S.$$

$[S]_M$ et $[S]_{aq}$ sont les concentrations de S respectivement dans la phase micellaire et dans la phase aqueuse. P_S est une constante appelée coefficient de partage.

En notant $[S]_0$ la concentration en S dans l'ensemble du système, $[D]$ la concentration en tensioactif moins la CMC (on suppose en effet qu'après la micellisation, la quantité de tensioactif libre dans la solution est égale à la CMC) et V_m le volume molaire du tensioactif, déterminer le rapport entre la solubilité totale et la solubilité dans l'eau de S.

Ce rapport peut s'écrire :

$$\frac{[S]_0}{[S]_{aq}} = 1 + K_S [D]$$

en appelant K_S la constante d'association du soluté aux micelles. Donner l'expression de K_S .

II.2.d. Outre la solubilisation, les micelles localisent, organisent, orientent les solutés. Les vitesses de réaction changent parfois rapidement dès que l'on atteint la micellisation.

Avec le CTAB, la vitesse de l'hydrolyse alcaline de l'acétate de *p*-nitrophényle augmente brutalement à la CMC, alors que les micelles de SDS inhibent cette hydrolyse : on parle alors de catalyse ou d'inhibition micellaire.

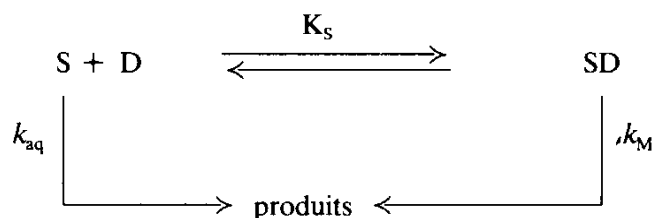
Interpréter ce phénomène.

II.2.e. Hydrolyse alcaline monomoléculaire.

La catalyse ou l'inhibition micellaire tiennent essentiellement à deux effets :

- un effet lié à la distribution du soluté entre les deux « phases » ;
- un effet lié à la différence de réactivité du soluté dans la « phase » micellaire et dans la « phase » aqueuse.

Le schéma réactionnel ci-dessous modélise ces deux effets dans le cas de réactions monomoléculaires :



D représente le tensioactif micellisé, k_{aq} est la constante de vitesse dans la « phase » aqueuse et k_M la constante de vitesse dans la « phase » micellaire.

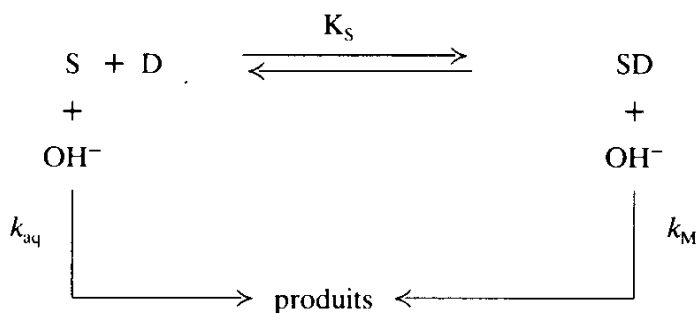
Montrer que la vitesse de formation des produits se met sous la forme : $v = k[S]_0$; exprimer la « constante » k en fonction de k_{aq} , k_M , K_S et $[D]$.

À partir de cette expression, étudier l'influence de la présence de tensioactif sur la vitesse de réaction. Donner l'allure du graphe de k en fonction de $[C]$, concentration *totale* en tensioactif.

À quelle condition y a-t-il catalyse, ou, au contraire, inhibition ?

II.2.f. Hydrolyse alcaline bimoléculaire.

Dans le cas d'un mécanisme bimoléculaire, le schéma réactionnel fait intervenir les ions OH^- :



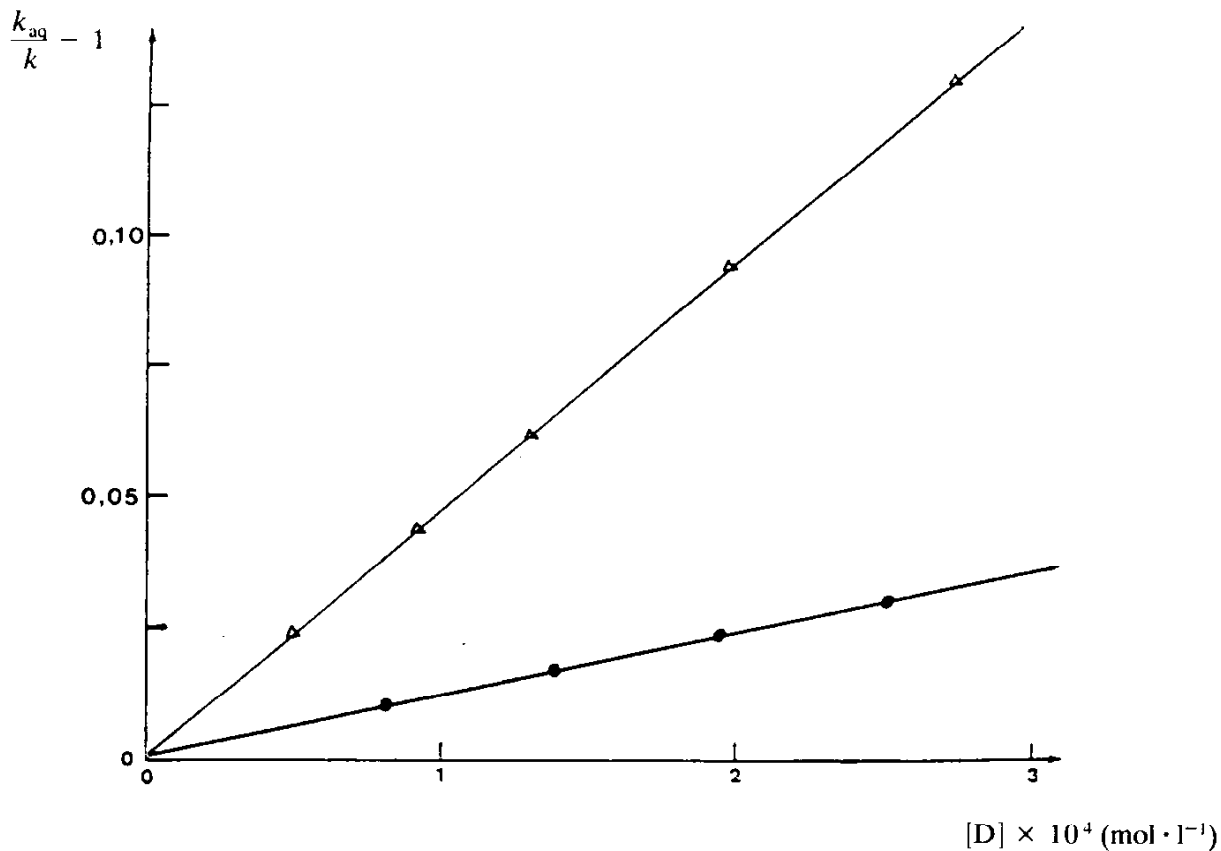
On définit la constante de vitesse effective, k , par la relation : $v = k[S]_0[\text{OH}^-]$.

II.2.f.1. Montrer que l'expression de k est la même que pour le mécanisme monomoléculaire.

II.2.f.2. Micelles anioniques (SDS).

La mesure expérimentale de k , pour différentes valeurs de la concentration $[D]$ en SDS micellisé, montre une décroissance de la vitesse en fonction de $[D]$ dans le cas où $R' = \text{CH}_3$, C_6H_5 , $\text{C}_{12}\text{H}_{25}$.

De plus, si on trace $\frac{k_{\text{aq}}}{k} - 1$ en fonction de $[D]$, on obtient les droites représentées sur les figures 8.a. et 8.b.



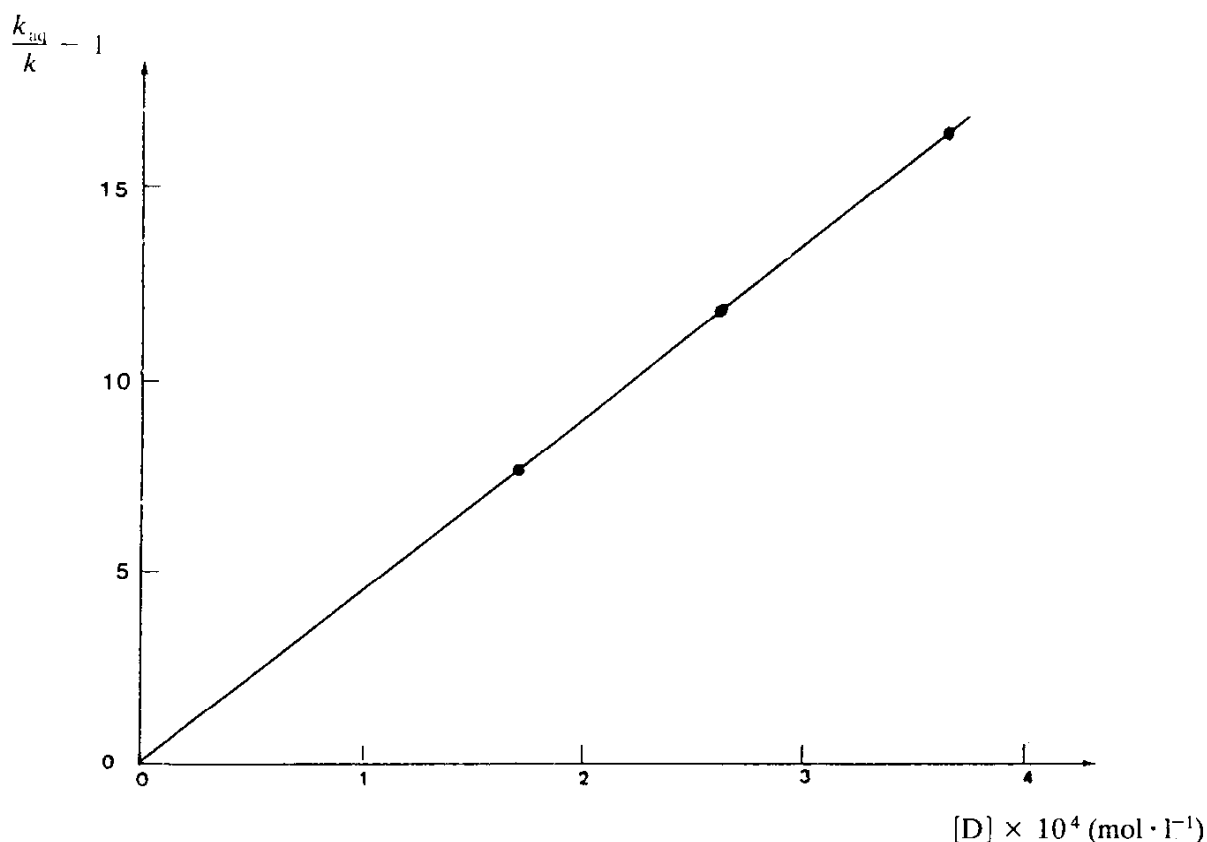
Influence de la concentration $[D]$ en SDS micellisé sur $\left(\frac{k_{\text{aq}}}{k} - 1\right)$ au cours de l'hydrolyse du N-4 pyridyl-carbamate de dodécyle à 25 °C.

Δ N-4 pyridylcarbamate de phényle.

● N-4 pyridylcarbamate de méthyle.

$[S]_0 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$.

Figure 8a.



Influence de la concentration $[D]$ en SDS micellisé sur $\left(\frac{k_{aq}}{k} - 1\right)$ au cours de l'hydrolyse du N-4 pyridyl-carbamate de dodécyle à 25 °C.

$[S]_0 = 5 \cdot 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$.

Figure 8b.

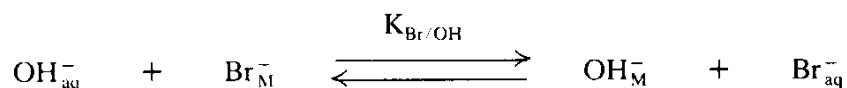
Montrer que l'expression de k est, dans certaines conditions que l'on précisera, en accord avec ces résultats.

Déduire des figures la constante d'association micelle-substrat K_S pour chacun des trois carbamates, ainsi que le pourcentage de substrat incorporé dans les micelles pour une concentration $[D] = 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$.

Interpréter l'effet du SDS sur la cinétique d'hydrolyse des trois carbamates, ainsi que les différences observées entre les pourcentages précédemment calculés.

II.2.f.3. Micelles cationiques.

Dans le cas du CTAB, on admet qu'il se produit un échange entre le contre-ion du tensioactif et les ions OH^- à l'intérieur de la micelle :

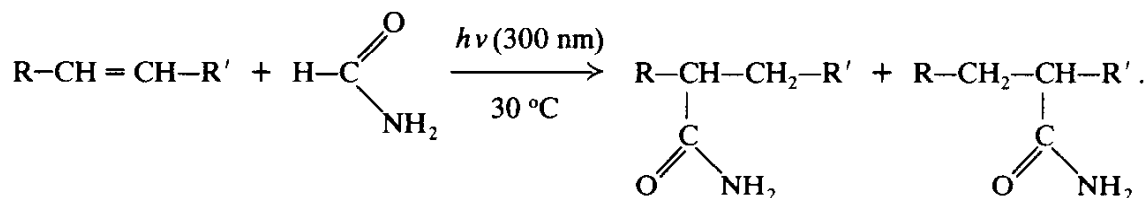


Dans le cas où $R' = \text{CH}_3$, on observe que, pour des concentrations croissantes en CTAB micellisé, k augmente dans un premier temps, atteint un maximum, puis diminue. Interpréter ce résultat.

Dans le cas où $R' = \text{C}_{12}\text{H}_{25}$, on observe une accélération de la réaction pour des concentrations en CTAB inférieures à la CMC. Justifier ce comportement.

III. PHOTOAMIDATION DES OLÉFINES

Par irradiation UV de mélanges d'oléfines et de formamide dans le tertibutanol, il est possible d'obtenir les amides correspondants :



Cette réaction radicalaire en chaîne n'a cependant lieu qu'en présence d'acétone qui a pour rôle de former les premiers radicaux carbamoyles dans l'étape d'amorçage.

III.1. L'acétone peut jouer le rôle soit d'un photoamorceur, soit d'un photosensibilisateur.

III.1.a. Décrire brièvement ce qu'est un processus de photosensibilisation.

L'état triplet de plus basse énergie du formamide se trouve à 4,2 eV au-dessus de l'état fondamental, alors que pour l'acétone l'écart est de 3,5 eV. Que peut-on en conclure ?

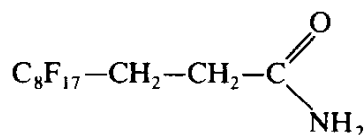
III.1.b. On observe qu'il se forme aussi au cours de la réaction une petite quantité de pinacol $(\text{CH}_3)_2\text{C}(\text{OH})-(\text{OH})\text{C}(\text{CH}_3)_2$.

Écrire, pour l'étape d'amorçage de la réaction, un mécanisme compatible avec cette donnée.

III.2. Écrire les schémas réactionnels des étapes de propagation ainsi que de l'étape de rupture la plus probable.

III.3. Le solvant utilisé est le tertibutanol. Justifier ce choix.

III.4. Par photoamidation, dans les conditions précédentes, de l'oléfine fluorée $\text{C}_8\text{F}_{17}-\text{CH}=\text{CH}_2$, on obtient un seul produit auquel une étude spectroscopique permet d'attribuer la structure :



Justifier la formation de ce produit.

III.5.a. Proposer une synthèse de l'oléfine : $\text{C}_4\text{F}_9-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}-\text{C}_8\text{H}_{17}$ à partir de l'iodure de fluoroalkyle : $\text{C}_4\text{F}_9-\text{CH}_2-\text{CH}_2\text{I}$ et du nonanal. Préciser les différentes étapes du procédé choisi.

III.5.b.1. La photoamidation, dans les mêmes conditions, de l'oléfine synthétisée en III.5.a. conduit à un mélange de deux produits, mis en évidence par chromatographie en phase vapeur : on observe un pic correspondant à un produit minoritaire A et un pic correspondant à un produit majoritaire B, le rapport des intensités valant 2,89.

Donner les formules semi-développées de A et B en justifiant la régiosélectivité observée.

III.5.b.2. En spectrographie de masse, on observe (entre autres) les pics suivants :

Produit A : – pic parent $M^+ = 417$,
– deux pics particuliers à $m/e = 171$ et 305 ;

Produit B : – pic parent $M^+ = 417$,
– un seul pic particulier à $m/e = 291$.

Montrer que les réarrangements de McLafferty permettent d'interpréter l'existence des fragments correspondant aux pics particuliers.

III.6. On appelle microémulsion un mélange, macroscopiquement homogène et transparent mais microscopiquement hétérogène, de quatre constituants :

- une huile (hydrocarbure ou fluorocarbure);
- de l'eau ou, plus généralement, un solvant fortement polaire et structuré comme le formamide;
- un tensioactif;
- un « cotensioactif » (molécule amphiphile à chaîne hydrocarbonée ou fluorocarbonée courte).

Selon les proportions des quatre constituants, on peut avoir schématiquement trois types de structure :

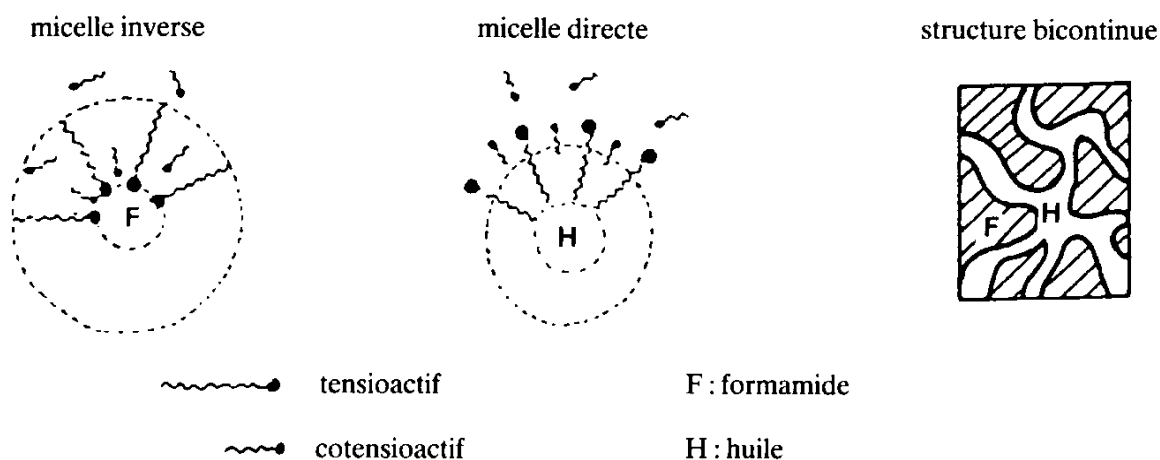


Figure 9

En milieu riche en formamide (ou en eau) on obtient une micelle directe. En milieu riche en hydrocarbure, il se forme des micelles inverses. La structure bicontinue est obtenue quand les quantités de solvant polaire et d'hydrocarbure sont sensiblement équivalentes.

Le cotensioactif s'intercalant entre les molécules de tensioactif a pour rôle de fluidifier les interfaces et de stabiliser l'ensemble.

La structure bicontinue est une structure particulière où des canaux de formamide (ou d'eau) et d'huile s'enchevêtrent sans ordre particulier : c'est en quelque sorte une solution de deux composés initialement non miscibles.

Pour repérer ces microémulsions de manière pratique, on utilise un diagramme ternaire pour une valeur définie du rapport tensioactif/cotensioactif (cf. fig. 10, document à rendre).

Le diagramme est tracé en pourcentages massiques, les sommets du triangle correspondant aux compositions suivantes :

A : 100 % de HCONH_2 (solvant polaire);

B : 100 % de $\text{C}_8\text{F}_{17}\text{CH}=\text{CH}_2$ (huile);

C : 100 % de mélange tensioactif $\text{C}_8\text{F}_{17}\text{C}_2\text{H}_4\text{CO}_2\text{K}$ /cotensioactif $\text{C}_4\text{F}_9\text{C}_2\text{H}_4\text{OH}$ dans des proportions constantes pour tout le diagramme (ici 2 g de cotensioactif pour 1 g de tensioactif).

- III.6.a. Le formamide est considéré comme un solvant polaire et structuré analogue à l'eau. Quelles sont les caractéristiques physicochimiques qui permettent de définir ainsi les deux solvants ?
- III.6.b. Placer sur le diagramme de la figure 10 (document à rendre) les microémulsions dont les compositions sont données, en pourcentages massiques, dans le tableau IV :

Tableau IV

N°	Formamide	Huile	Tensioactif	Cotensioactif
1	78	10	4	8
2	44	44	4	8
3	10	66	8	16

- III.6.c. On incorpore de l'acétone aux microémulsions ainsi préparées ; après irradiation photochimique, on peut isoler l'amide terminal $C_8F_{17}C_2H_4CONH_2$, mais uniquement dans la microémulsion n° 2. Dans les deux autres, seul l'oxamide $CONH_2-CONH_2$ est isolé.

Interpréter ces résultats en termes de structure de microémulsion.

Quel est l'avantage de cette méthode par rapport à l'utilisation précédente du tertio-butanol comme solvant ?

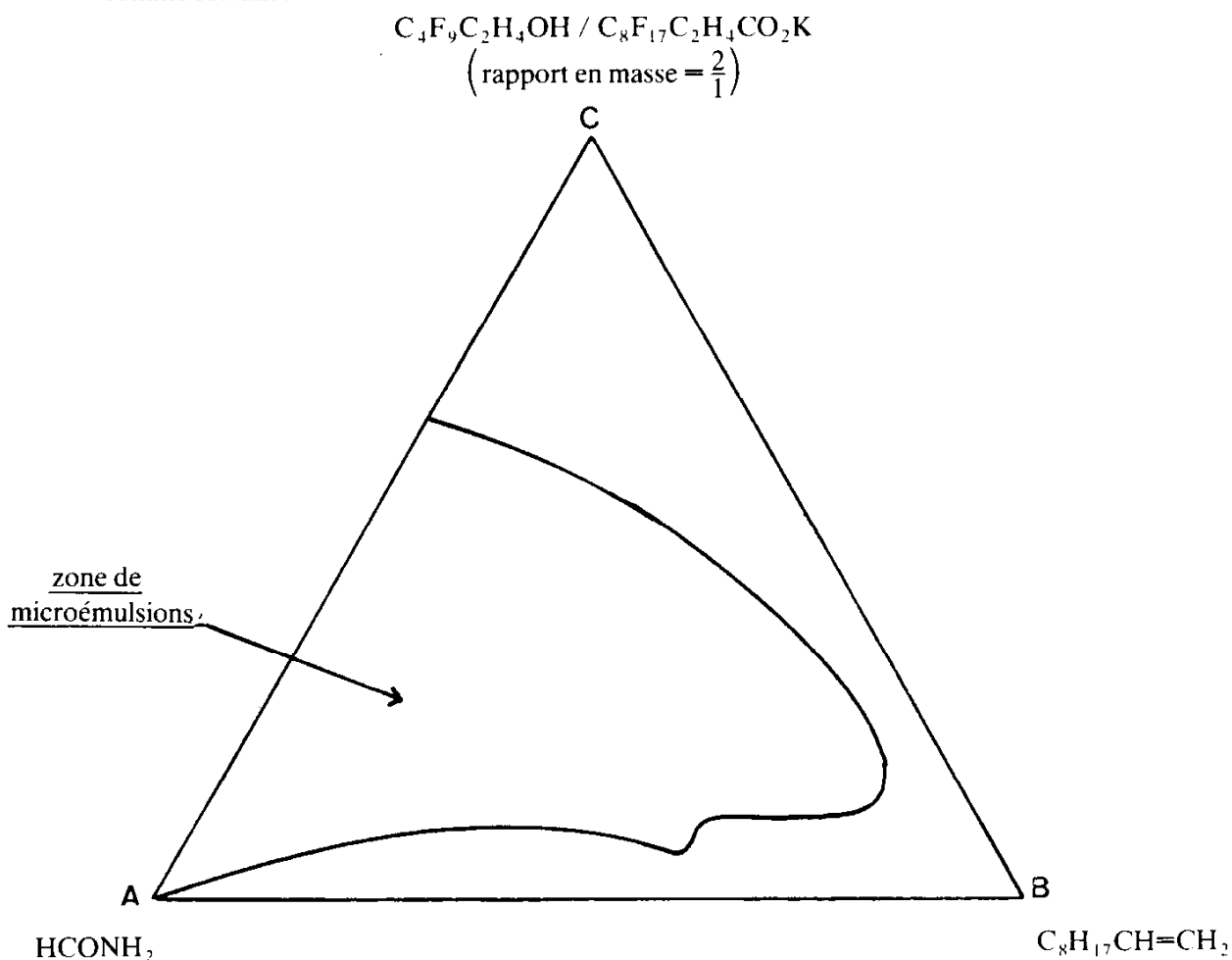


Figure 10

SESSION DE 1990

AGRÉGATION

CONCOURS EXTERNE

SCIENCES PHYSIQUES

OPTION PHYSIQUE APPLIQUÉE

Épreuve A

COMPOSITION DE PHYSIQUE

DURÉE : 5 heures

L'usage de la calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, est autorisé conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Le sujet de cette composition est extrait du programme défini dans la note parue au Bulletin officiel du 12 octobre 1989.

Pour chaque question de cours, on attend du candidat un exposé clair et didactique qui traite complètement le sujet selon le schéma proposé, sans considération de niveau.

Le barème de correction tiendra le plus grand compte des applications numériques.

Si au cours de l'épreuve un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre pour cela.

ÉTUDE DE QUELQUES PROBLÈMES LIÉS À L'UTILISATION DE DISPOSITIFS SUPRACONDUCTEURS

PRÉSENTATION DU SUJET

La résistance de certains conducteurs s'annule rigoureusement quand la température thermodynamique T , la densité de courant j et le champ magnétique B sont suffisamment faibles. Le domaine d'existence de cet état supraconducteur dans le diagramme d'axes, T, B, j , est limité supérieurement par la surface $f(T, B, j) = 0$ dont l'allure est représentée sur la figure 1.

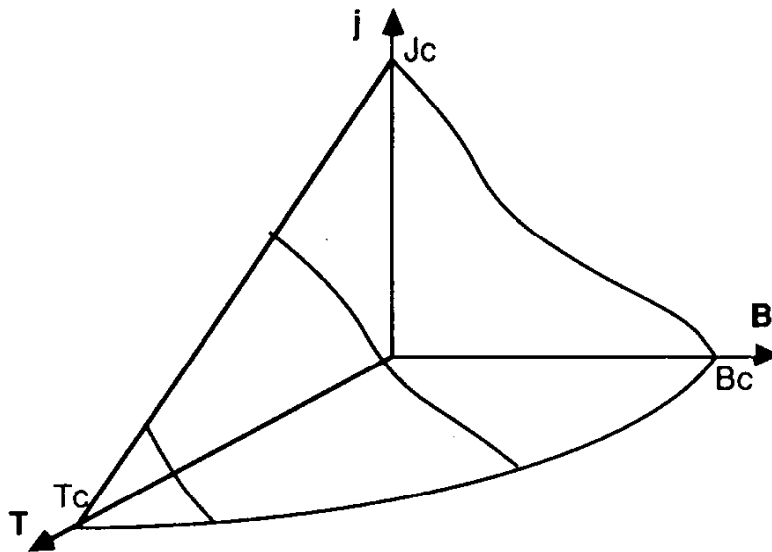


Figure 1

Dans les différentes parties, on étudie des problèmes liés à la mise en œuvre de la supraconductivité. Ces parties étant indépendantes les unes des autres, il appartient à chaque candidat de faire le choix de l'ordre dans lequel il les traitera et de l'indiquer clairement sur sa copie.

PARTIE I

LIQUÉFACTEUR D'HÉLIUM

Les supraconducteurs actuellement utilisables pour le passage de courants intenses doivent être refroidis à des températures que l'on ne peut atteindre qu'en liquéfiant l'hélium. Ils sont maintenus à la température de 4,2 K par circulation d'hélium liquide en équilibre avec sa vapeur à la pression de 1 bar. Le liquéfacteur d'hélium considéré ici est dérivé de celui mis au point par Piotr Kapitza et son schéma général est représenté sur la figure 2.

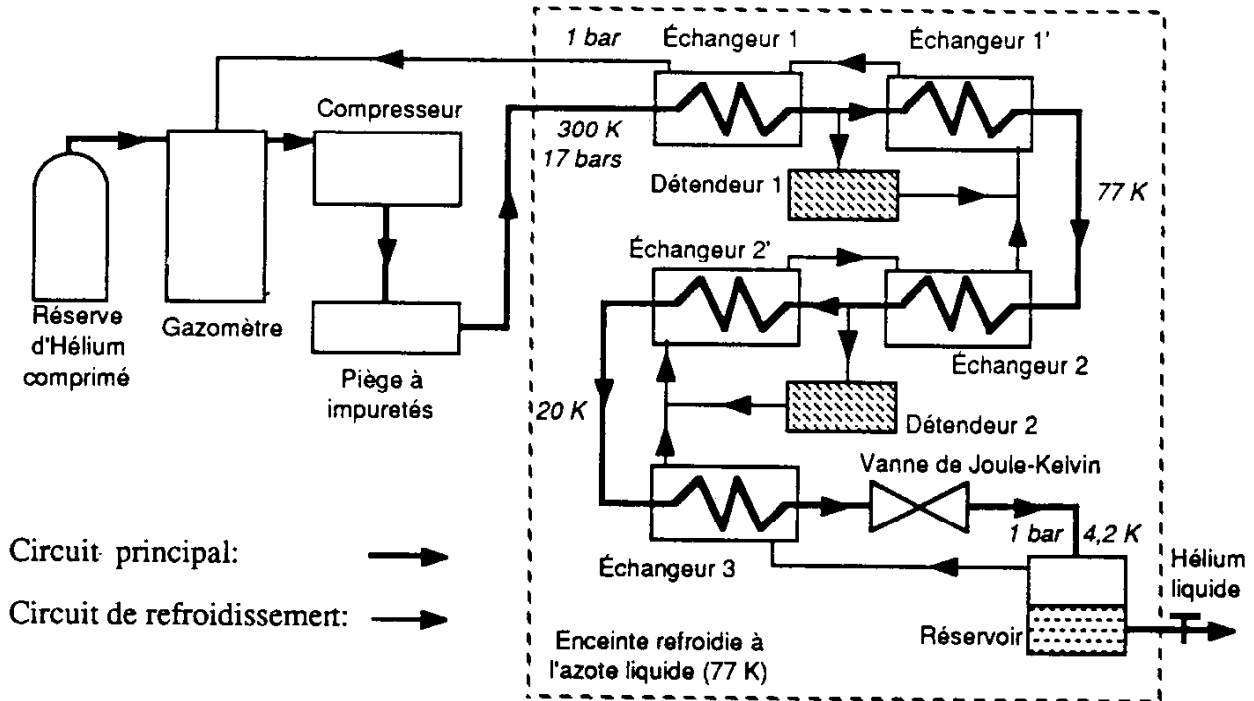


Figure 2

Il comporte, à l'intérieur d'une enceinte maintenue à 77 K par de l'azote liquide, deux étages de réfrigération, numérotés 1 et 2, formés chacun de deux échangeurs de chaleur et d'un détenteur, et un troisième étage formé de l'échangeur de chaleur 3 suivi d'une vanne de Joule-Kelvin. Dans le circuit principal conduisant du piège à impuretés au réservoir d'hélium liquide, l'hélium est d'abord refroidi par échange de chaleur avec un deuxième circuit d'hélium gazeux à contre-flux venant du réservoir et recevant l'hélium refroidi dans les détenteurs. Il est ensuite partiellement liquéfié par détente dans la vanne.

Nature des approximations dans le modèle étudié.

On négligera les chutes de pression dans les canalisations : la pression est $P = 1 \text{ bar} = 1\,000 \text{ hPa}$ dans le réservoir et dans le circuit de refroidissement, $P_0 = 17 \text{ bars}$ dans le circuit principal jusqu'à la vanne.

On supposera que l'efficacité des échangeurs de chaleur est suffisante pour qu'à l'entrée de chaque étage l'hélium du circuit principal soit à la même température (respectivement $T_1 = 300 \text{ K}$, $T_2 = 77 \text{ K}$, $T_3 = 20 \text{ K}$) que l'hélium de refroidissement qui en sort.

On négligera les flux thermiques entre l'hélium et l'enceinte.

On négligera toute variation d'énergie cinétique et d'énergie potentielle de pesanteur.

On ne considérera que l'état de régime permanent.

I.1. PROPRIÉTÉS D'UN GAZ PARFAIT.

- I.1.a. Donner la définition de la température thermodynamique et de son unité légale.
- I.1.b. Donner une définition d'un gaz parfait et en déduire ses lois caractéristiques relatives aux paramètres d'état, aux fonctions d'état énergie interne U et enthalpie H , aux capacités calorifiques à pression constante C_p et à volume constant C_v .
- I.1.c. Établir la relation entre la pression et la température d'un gaz parfait subissant une transformation isentropique, quand l'influence de la température sur les capacités calorifiques est négligeable.
- I.1.d. La valeur du rapport $\gamma = \frac{C_p}{C_v}$ de l'hélium, déduite de la mesure de la vitesse du son, est égale à 1,67 et indépendante de la température.
Justifier théoriquement ces résultats expérimentaux.

I.2. PROPRIÉTÉS DES ÉCOULEMENTS DE FLUIDES.

- I.2.a. Définir le débit en masse d'un fluide à travers une surface et l'exprimer en fonction du champ des vitesses.
- I.2.b. Établir la loi de conservation de la masse d'un fluide sous ses formes locales et intégrales.
Que deviennent ces expressions quand l'écoulement du fluide est permanent (ou stationnaire) ?
- I.2.c. Un fluide en écoulement permanent alimente un dispositif par deux conduites d'accès et en repart par deux conduites de sortie. Préciser la définition des débits dans les conduites et établir la relation entre ces débits.
- I.2.d. Un fluide en régime permanent de débit massique D , initialement à la pression P_1 et à la température T_1 , traverse une machine thermique et en ressort à la pression P_2 et à la température T_2 . Il reçoit, de la part des organes de la machine, une puissance mécanique P et une puissance thermique Q (définies en valeur algébrique). Calculer la variation d'enthalpie par unité de temps $\frac{dH}{dt}$ de ce fluide, d'une part en fonction de P et Q , d'autre part en fonction des enthalpies massiques H_1 et H_2 à l'entrée et à la sortie.

I.3. ÉTUDE DES DEUX PREMIERS ÉTAGES DE RÉFRIGÉRATION.

On désigne par m_1 et μ_1 respectivement, les débits en masse qui traversent l'échangeur 1 dans le circuit principal et dans le circuit de refroidissement ; de même m_2 et μ_2 dans l'échangeur 2 et m_3 et μ_3 dans l'échangeur 3. Entre les échangeurs 1 et 1' d'une part, 2 et 2' d'autre part, une fraction de l'hélium, aux températures respectives T_1' et T_2' , est dérivée dans les détendeurs 1 et 2 respectivement où elle subit une détente adiabatique réversible jusqu'à la pression $P = 1$ bar, puis est recyclée dans le circuit de refroidissement. Le débit dans les détendeurs est réglé de manière que la température de l'hélium à la fin de la détente soit égale à celle du circuit de refroidissement au point de jonction.

- I.3.a. Calculer littéralement puis numériquement le rapport $k = \frac{T_2}{T_1}$ en considérant l'hélium comme un gaz parfait.
- I.3.b. Établir une relation entre les débits m_1 , m_2 , μ_1 , μ_2 uniquement.
- I.3.c. Exprimer la température T_1 , en fonction des températures T_1 , T_2 , et des débits.
- I.3.d. On définit $x_i = 1 - \frac{\mu_i}{m_i}$, l'indice i pouvant prendre les valeurs 1, 2 ou 3.
Établir la relation entre x_i , x_{i+1} , et les débits m_i et m_{i+1} .

I.3.e. Quelle est la signification physique des x_i ?

I.3.f. Exprimer littéralement puis numériquement $\frac{1}{x_i}$ en fonction de $\frac{1}{x_{i+1}}$, des températures T_i , T_{i+1} , et du coefficient k .

I.4. PROPRIÉTÉS D'UN GAZ NON PARFAIT.

À faible température et à pression élevée, les propriétés de l'hélium sont convenablement représentées par une équation d'état de Van der Waals $\left(P + \frac{a}{V^2}\right)(V - b) = RT$ avec :

$$a = 3,44 \cdot 10^{-3} \text{ J} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{mol}^{-2}, \quad b = 2,34 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{mol}^{-1}, \quad \text{et} \quad R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

I.4.a. Établir l'expression littérale de la différentielle de la fonction $H_{(T,P)}$ d'un gaz de Van der Waals en conservant uniquement le volume et la température en variable.

I.4.b. On considère une détente isenthalpique élémentaire de l'hélium. Exprimer en fonction du volume la température d'inversion T_i à laquelle la variation de température au cours de la détente est nulle.

I.4.c. *Application numérique :*

Calculer les valeurs de T_i aux pressions de 17 bars et 1 bar.

I.4.d. De l'hélium initialement à la température T_0 , est détendu isenthalpiquement de la pression $P_0 = 17$ bars jusqu'à la pression $P = 1$ bar. Déterminer le domaine des valeurs de T_0 pour lequel la température s'abaisse dès le début de la détente.

I.4.e. Quelle doit être la température finale pour que la température diminue encore en fin de détente ?

I.5. ÉTUDE DU TROISIÈME ÉTAGE DE RÉFRIGÉRATION.

Dans la vanne de Joule-Kelvin, l'hélium gazeux est détendu jusqu'à la pression $P = 1$ bar en traversant un ajutage fixe thermiquement isolé et passe partiellement à l'état liquide à la température $T = 4,2$ K. Le liquide recueilli dans le réservoir peut être soutiré avec le débit massique m en régime permanent. La fraction maintenue à l'état gazeux est envoyée dans le circuit de refroidissement, traverse l'échangeur 3 et en sort à la température T_3 .

I.5.a. Établir une relation entre les débits et les enthalpies massiques $H_{(P_0, T_3)}$ et $H_{(P, T_3)}$ de l'hélium gazeux et H_l de l'hélium liquide, à l'entrée et à la sortie de l'étage.

I.5.b. En prenant comme origine l'état liquide à 1 bar, 4,2 K, les enthalpies massiques de l'hélium gazeux ont pour valeur (en $\text{kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$) : 20 à 1 bar, 4,2 K ; 110 à 1 bar, 20 K ; 102 à 17 bars, 20 K.

Calculer le rapport $\frac{m}{m_3}$.

I.6. BILAN DU LIQUÉFACTEUR.

Déterminer la valeur numérique du rendement en masse du liquéfacteur $x = \frac{m}{m_1}$.

PARTIE II

STABILITÉ MÉCANIQUE D'UNE BOBINE SUPRACONDUCTRICE

Les champs magnétiques permanents intenses sont produits au moyen de bobines dont le conducteur est maintenu dans l'état supraconducteur par une circulation d'hélium liquide à 4,2 K. La résistivité est alors nulle tant que la densité de courant j et le champ magnétique B ne dépassent pas les valeurs critiques données à cette température par le diagramme de la figure 1.

Nature des approximations à effectuer.

On supposera que les spires des solénoïdes ou des bobines sont jointives de sorte que les courants puissent éventuellement être considérés comme continus en volume. Tous les solénoïdes et les bobines ont une symétrie de révolution autour de l'axe Oz . On négligera les effets de bord (sauf aux questions II.1.e. et II.2.f.) ainsi que les variations de longueur.

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$ est la constante magnétique (perméabilité du vide).

II.1. CHAMP MAGNÉTIQUE D'UN SOLÉNOÏDE.

II.1.a. Donner les définitions du vecteur champ magnétique et de son unité légale.

II.1.b. Rappeler la formule de Biot et Savart et préciser son domaine de validité.

Peut-on définir sans ambiguïté le champ d'un élément de courant ?

II.1.c. Montrer que le théorème d'Ampère se déduit des équations de Maxwell.

II.1.d. Décrire le phénomène d'induction propre dans un circuit filiforme et établir l'expression de l'énergie magnétique d'un tel circuit.

II.1.e. Déterminer le champ magnétique en tout point de l'axe d'un solénoïde fini.

II.1.f. Déterminer le champ magnétique d'un solénoïde infini.

II.1.g. Calculer l'inductance propre d'un solénoïde mince. Exprimer son énergie magnétique en fonction du champ intérieur.

II.1.h. Déterminer la pression magnétique sur le bobinage d'un solénoïde mince en fonction du champ intérieur.

II.2. BOBINE À SPIRES CIRCULAIRES.

Une bobine épaisse est formée de solénoïdes minces coaxiaux comportant chacun n_1 spires par unité de longueur sur une longueur l . Ces solénoïdes sont bobinés les uns sur les autres avec une densité (nombre de solénoïdes par unité de longueur du rayon) uniforme n_2 entre les rayons R_1 et R_2 ($R_1 < R_2$).

II.2.a. Calculer la longueur λ du câble conducteur utilisé dans la bobine.

II.2.b. Déterminer le champ magnétique créé par cette bobine quand le fil conducteur est parcouru par un courant i . On donnera l'expression de sa norme sur l'axe B_0 , et on exprimera le champ en tout point en fonction de B_0 .

II.2.c. Déterminer son inductance propre L et l'exprimer en fonction du rapport $\frac{B_0}{i}$.

Que devient cette expression quand R_2 est très voisin de R_1 ?

II.2.d. Exprimer la force de Laplace par unité de volume qui s'exerce en un point du bobinage en fonction de B_0^2 .

II.2.e. En supposant que ces forces sont intégralement transmises sur la surface extérieure, déterminer la pression p' qui en résulte sous la forme $p' = \frac{B_0^2}{2\mu_0} K'$, où K' est une fonction de la géométrie du solénoïde dont on donnera l'expression.

II.2.f. Montrer qu'il existe également des efforts parallèlement à l'axe de la bobine et préciser leurs sens. Calculer les forces longitudinales correspondantes transmises aux deux extrémités du bobinage. En déduire la pression p'' qui en résulte sur les disques extrêmes de rayon R_2 sous la forme $\frac{B_0^2}{2\mu_0} K''$ et donner l'expression de K'' .

II.2.g. *Application numérique.*

Une bobine a été réalisée avec un câble supraconducteur de diamètre $d = 1,25$ mm (dont on néglige l'épaisseur de l'isolant) tel que $n_1 = n_2$. Sa longueur vaut 180 mm, son diamètre interne 60 mm et son diamètre externe 180 mm (ces dimensions sont celles des bobinages sans les supports). Les essais ont permis de mesurer un courant critique de 155 A.

Calculer les valeurs du champ maximal que l'on peut obtenir avec cette bobine et les pressions correspondantes p' et p'' . Les comparer à la pression atmosphérique.

II.2.h. Dans le cas où les forces magnétiques ne sont équilibrées que par des forces de tension appliquées aux extrémités du câble supraconducteur de la bobine, calculer la tension T' due à p' dans le câble de la bobine précédente.

II.2.i. En considérant la section du câble comme un carré de côté d , calculer les contraintes (forces par unité de surface) de traction C' et de compression C'' dues aux forces radiales et axiales dans le matériau supraconducteur, puis la contrainte totale $C = C' + C''$, sous la forme $\frac{B_0^2}{2\mu_0} K$ et donner l'expression de K en fonction de K' et de K'' .

II.2.j. *Application numérique.*

On considère le cas où le câble, maintenu par ses extrémités, est réalisé en alliage supraconducteur Nb-Ti dont la limite élastique est atteinte pour une contrainte de $100 \text{ daN} \cdot \text{mm}^2$. La bobine peut-elle supporter les forces magnétiques sans subir de déformation permanente ?

II.3. BOBINE À SPIRES INCLINÉES.

Afin de diminuer les contraintes dans une bobine, on peut bobiner les conducteurs en les inclinant d'un angle α par rapport à leur direction orthoradiale précédente. En utilisant les coordonnées cylindriques (r, θ, z) dont l'axe Oz est l'axe de la bobine, r la distance à l'axe, θ l'angle de rotation autour de l'axe à partir d'un plan origine et $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z)$ la base de projection (fig. 3), un vecteur unitaire dans la direction du courant au point M a pour expression $\vec{u} = \vec{u}_z \sin \alpha + \vec{u}_\theta \cos \alpha$. L'angle α est une fonction affine de r déterminées par $\alpha_1 = \alpha(R_1)$ et $\alpha_2 = \alpha(R_2)$. Les conducteurs sont jointifs.

On conserve dans cette question les notations et les valeurs de la question précédente ; en particulier n_1 et n_2 (de valeurs égales) sont les densités linéiques comptées orthogonalement aux conducteurs.

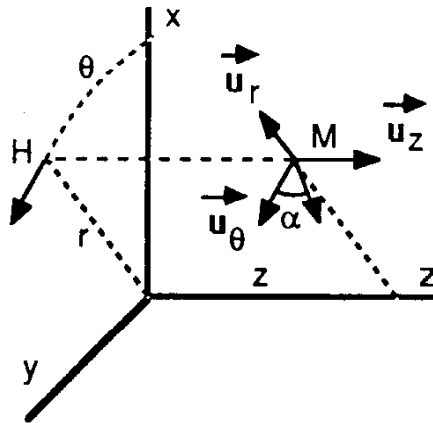


Figure 3

- II.3.a. Exprimer (en projection sur la base) le vecteur densité de courant en un point du bobinage, en fonction de α , n_1 , n_2 et de l'intensité du courant i . On utilisera dans les expressions la grandeur $j_0 = n_1 n_2 i$.
- II.3.b. Déterminer les composantes radiales B_r , orthoradiale B_θ et axiale B_z du champ magnétique en un point du bobinage ($R_1 \leq r \leq R_2$). On pourra les exprimer en fonction des variables α et r conjointement de manière à simplifier les expressions.
- II.3.c. En déduire la force de Laplace volumique en un point du bobinage.
- II.3.d. Choisir les valeurs α_1 et α_2 qui annulent la force de Laplace en R_1 et R_2 .
- II.3.e. Calculer la pression p' transmise à la surface extérieure.
- II.3.f. Quelle est le rapport entre les valeurs de cette pression pour la bobine à spires inclinées et pour la bobine à spires circulaires de mêmes dimensions et de même champ intérieur ?

Cette diminution des contraintes dans la bobine vous semble-t-elle intéressante ?

II.4. UTILISATIONS.

Donner des exemples d'utilisations effectives de bobines supraconductrices dans des domaines autres que l'étude de la supraconductivité.

PARTIE III

DÉTERMINATION DES GRANDEURS CRITIQUES

Par augmentation de j , de B ou de T , la rupture de la supraconductivité se produit pour les valeurs critiques de ces grandeurs, en entraînant l'apparition d'une résistance. Différentes méthodes de mesures vont être envisagées.

III.1. MESURE DE LA TENSION ET DE L'INTENSITÉ.

III.1.a. Aux extrémités d'un segment rectiligne de 1 cm de longueur d'un fil supraconducteur de diamètre 0,2 mm, on a soudé deux prises de tension entre lesquelles on peut détecter une tension minimale de 30 nV.

Quelle est la plus petite valeur mesurable de la résistivité quand le fil est parcouru par un courant de 10 A ?

III.1.b. Pour diminuer le seuil de résistivité mesurable, on peut augmenter la longueur de fil en le bobinant en plusieurs épaisseurs sur un cylindre. Quel inconvénient peut présenter cette disposition quand on veut déterminer le champ magnétique critique ?

III.2. MESURE DU CHAMP MAGNÉTIQUE.

Une autre méthode consiste à connecter en dérivation sur une bobine d'étude une résistance de très faible valeur et à mesurer le champ magnétique propre de la bobine.

Avec le fil de diamètre 0,2 mm, on a réalisé un solénoïde à une couche en le bobinant en spires jointives sur un cylindre de 2 cm de longueur, que l'on considérera comme mince. Son inductance est de $8 \mu\text{H}$. Les extrémités de cette bobine sont « shuntées » par du cuivre (non supraconducteur à 4,2 K) de résistance $10^{-7} \Omega$. Ce solénoïde shunté est alimenté par une source de courant fournissant une intensité constante.

III.2.a. Quelle est la longueur de fil utilisée dans cette bobine ?

III.2.b. Sachant que l'on peut détecter une variation de 1 % du champ magnétique, quelle est la plus faible valeur mesurable de la résistivité à la rupture de la supraconductivité ?

III.2.c. Le courant d'alimentation de la bobine est inférieur à la valeur critique.

Au bout de combien de temps à partir de la mise en courant ne détecte-t-on plus de variation du champ magnétique ?

III.2.d. Comment faudrait-il modifier la longueur du fil bobiné et la résistance en dérivation pour diminuer le seuil de résistivité mesurable ?

Quel est le phénomène qui va limiter en pratique la sensibilité de cette méthode ?

III.3. MISE EN COURANT D'UNE BOBINE SHUNTÉE.

On considère dans cette question une bobine d'étude supraconductrice, refroidie par de l'hélium liquide à $T_0 = 4,2 \text{ K}$, d'inductance $L = 10^{-5} \text{ H}$, shuntée par une résistance $r = 10^{-5} \Omega$, et alimentée par une source de courant d'intensité I_0 supérieure à la valeur critique, en l'absence de champ magnétique extérieur. On désigne par i l'intensité dans la bobine et par B_0 son champ magnétique propre intérieur.

III.3.a. Dans un diagramme d'axes (B, i) , donner l'allure de la limite du domaine supraconducteur du matériau à T_0 , d'après le diagramme de la figure 1, et tracer le lieu du point représentatif (B_0, i) du supraconducteur au cours de la mise en courant.

- III.3.b. Quand l'intensité i atteint une valeur critique I_c , l'état supraconducteur cesse et la résistance de la bobine passe à une valeur très grande R . L'expérience montre que la bobine revient à l'état supraconducteur quand l'intensité est descendue à une valeur I que l'on prendra égale à $0,90 I_c$. Expliquez le phénomène avec l'aide du diagramme (B, i) .
- III.3.c. Établir les expressions de l'intensité $i(t)$ entre les valeurs I et I_c .
- III.3.d. Donner l'allure de la courbe $i(t)$ sur un intervalle de quelques périodes.
Comment s'appelle ce type d'oscillations ?
- III.3.e. Exprimer la période en fonction de L, r, I_0 et I_c pour $R \gg r$.
Application numérique :
Calculer la période pour $I_0 = 2 I_c$.
- III.3.f. Quelle est la valeur moyenne $\langle i \rangle$ de l'intensité pour $I_0 \gg I_c$ et pour $I_0 \approx I_c$?
- III.3.g. L'appareil de mesure du champ ne permettant d'obtenir que sa valeur moyenne B , quelle est l'allure de la caractéristique relevée de la bobine $B(I_0)$?
- III.3.h. L'expérience montre que cette caractéristique, pour une bobine épaisse, est une fonction toujours croissante qui tend vers une valeur limite.
Comment pourrait-on expliquer ce résultat ?

PARTIE IV

STABILITÉ THERMIQUE

IV.1. EFFET THERMIQUE AU PASSAGE À L'ÉTAT NORMAL.

Une bobine supraconductrice d'inductance $L = 2,8 \text{ H}$ est formée par enroulement d'un câble supraconducteur de diamètre $d = 1,25 \text{ mm}$ (dont on néglige l'épaisseur de l'isolant) et de longueur $l = 2\,600 \text{ m}$. À l'instant $t = 0$, le conducteur passe à l'état normal alors qu'il est parcouru par un courant d'intensité $i_0 = 155 \text{ A}$. L'hélium entre en ébullition au contact du câble surchauffé, ce qui freine les échanges thermiques entre le câble et l'hélium. On étudie dans cette partie l'élévation de température sur un faible intervalle de temps, pendant lequel on considère le câble comme thermiquement isolé. On négligera la variation de la résistivité en fonction de la température et on supposera la température T uniforme dans le câble.

IV.1.a. Le câble étant en alliage Nb-Ti de capacité calorifique volumique $c_1 = 1,0 \text{ mJ} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$ et de résistivité à l'état normal $\rho_1 = 24 \mu\Omega \cdot \text{cm}$, calculer sa capacité calorifique et sa résistance.

IV.1.b. La bobine est alimentée par un générateur dont la tension de sortie se stabilise à une valeur $E = 20 \text{ V}$. Établir l'expression du courant dans la bobine en fonction du temps et calculer la valeur de la constante de temps.

IV.1.c. Établir l'équation différentielle de la fonction $T(t)$.

Quel est l'ordre de grandeur de la température atteinte au bout de 10 ms ? Conclure.

IV.1.d. Pour éviter le phénomène précédent, le câble (toujours de mêmes dimensions extérieures) est formé d'une âme supraconductrice de diamètre d_1 , entourée d'une gaine de cuivre de capacité calorifique volumique $c_2 = 0,89 \text{ mJ} \cdot \text{cm}^{-3} \cdot \text{K}^{-1}$ et de résistivité $\rho_2 = 0,03 \mu\Omega \cdot \text{cm}$.

En prenant $d_1 = \frac{d}{2}$, comparer la résistance du cuivre à celle de l'alliage Nb-Ti.

Que peut-on dire de l'intensité du courant dans l'alliage ?

Quel est l'ordre de grandeur de la température atteinte au bout de 10 ms ? Conclure.

IV.2. CONDUCTION THERMIQUE.

IV.2.a. Donner la définition de la densité de courant thermique et son unité SI.

IV.2.b. Établir la loi de conservation de l'énergie en présence d'effet Joule. Donner son expression locale et son expression intégrale.

IV.2.c. Donner l'expression de la loi de Fourier et l'unité SI de conductivité thermique.

IV.2.d. Établir l'équation de la chaleur dans un milieu homogène isotrope en présence d'effet Joule et en régime permanent (ou stationnaire).

IV.3. CRITÈRES DE STABILITÉ.

La bobine à l'état supraconducteur étant parcourue par un courant, on considère une rupture locale de la supraconductivité sous l'effet d'une perturbation extérieure temporaire et l'on cherche les conditions pour que le conducteur revienne à l'état supraconducteur quand la perturbation cesse. La perturbation agit sur des intervalles de temps suffisamment courts pour supposer que l'intensité garde une valeur constante i_0 . On veut établir la condition de stabilité pour que la température du câble **en régime thermique permanent** soit inférieure à la température critique T_c (dans les conditions imposées de champ magnétique et de densité de courant j).

Le fil supraconducteur, de rayon r_1 , section S_1 et périmètre P_1 est en alliage Nb-Ti dont la résistivité à l'état normal est $\rho_1 = 24 \mu\Omega \cdot \text{cm}$ et la conductivité thermique $k_1 = 1,2 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. Il est refroidi à l'hélium liquide de température T_0 et la densité de flux thermique sur sa surface extérieure est de la forme $h_1 (T - T_{\text{ext}})$ où h_1 est le coefficient de transfert thermique, T la température du fil à sa périphérie et T_{ext} la température extérieure au voisinage du fil.

IV.3.a. L'on suppose dans cette question que la température du fil est uniforme et on définit le paramètre

$$\text{de Kantrovitz et Stekly } \alpha_1 = \frac{\rho_1 i_0^2}{h_1 S_1 P_1 (T_c - T_0)}.$$

Quelle est la dimension de α_1 ? Pour quelles valeurs de α_1 le supraconducteur est-il stable ?

IV.3.b. En utilisant la conductivité thermique de l'alliage Nb-Ti, établir la loi de la température $T(r)$ en fonction de T_1 , température sur l'axe du fil.

IV.3.c. La stabilité correspondant à $T_1 < T_c$, en déduire, en fonction de h_1 , k_1 et r_1 , la condition sur α_1 ?

Est-elle plus contraignante que la précédente ?

IV.3.d. Le supraconducteur est maintenant entouré d'une gaine de cuivre de rayon externe r_2 , périmètre P_2 et section totale $S_2 = \pi r_2^2$, de résistivité $\rho_2 = 0,03 \mu\Omega \cdot \text{cm}$ et de conductivité thermique $k_2 = 7\,000 \text{ mW} \cdot \text{cm}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$. La densité de flux thermique à la surface extérieure du câble est de la forme $h_2 (T_2 - T_0)$ où h_2 est le coefficient de transfert thermique entre le cuivre et l'hélium et T_2 la température du cuivre à sa périphérie.

Établir, en fonction de T_1 , les lois $T(r)$ dans l'alliage et dans le cuivre.

IV.3.e. On impose toujours $T_1 < T_c$, mais l'on utilise le paramètre $\alpha_2 = \frac{\rho_2 i_0^2}{h_2 (S_2 - S_1) P_2 (T_c - T_0)}$.

Quelle est, en fonction de h_2 , k_2 , r_1 et r_2 , la condition de stabilité sur α_2 ?

En prenant des ordres de grandeur réalistes, étudier si cette condition permet l'utilisation d'intensités i_0 plus grandes que précédemment ?

IV.4. AMÉLIORATION DE LA STABILITÉ.

Une évacuation plus importante de la chaleur et un domaine de fonctionnement plus étendu peuvent être obtenus tout en gardant constantes dans le câble les aires des sections du cuivre et du supraconducteur.

Quelle disposition géométrique du supraconducteur permet cette amélioration ?

SESSION DE 1990

AGRÉGATION

CONCOURS EXTERNE

SCIENCES PHYSIQUES

OPTION PHYSIQUE APPLIQUÉE

Épreuve B

COMPOSITION D'ÉLECTRICITÉ, D'ÉLECTRONIQUE, D'ÉLECTROTECHNIQUE ET D'AUTOMATIQUE

DURÉE : 4 heures

Calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Si au cours de l'épreuve, un candidat détecte ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre pour cela.

Le sujet aborde quelques aspects de la commande d'un moteur à courant continu de petite puissance utilisé dans un asservissement de position.

Le thème de la partie A est consacré à l'étude d'un système de mesure vitesse-position.

À partir d'un modèle simplifié de la chaîne d'action, on réalise ensuite la synthèse de divers types de correcteurs, à représentation continue dans la partie B, ou à représentation discrète dans la partie C.

Les trois parties A, B et C de cette épreuve sont totalement indépendantes.

A. ÉTUDE D'UN DISPOSITIF DE MESURE VITESSE-POSITION

L'organisation générale de l'asservissement est décrite en figure 1.

L'actionneur est une machine à courant continu à aimant permanent, commandée par l'induit à partir d'un hacheur quatre quadrants et d'une alimentation.

La vitesse de rotation est notée Ω , la position Θ , et u est la tension continue de commande du hacheur.

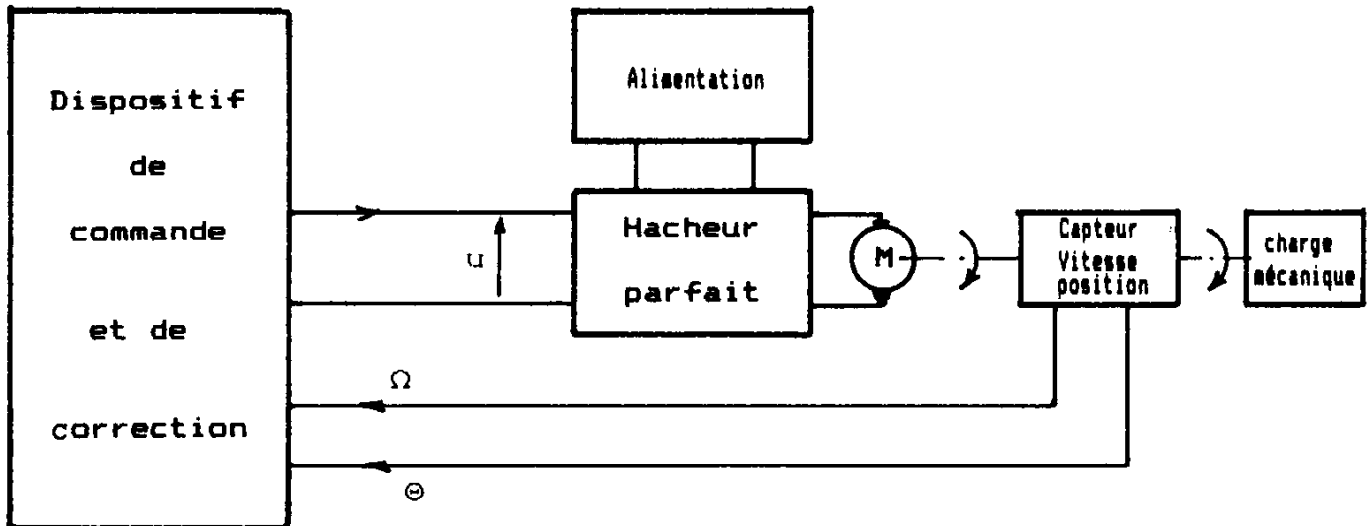


Figure 1

Selon les cas, le dispositif de commande pourra être soit de nature analogique, soit de nature numérique.

A.I. Capteur de mesure.

On fixe sur l'arbre de la machine un codeur optique incrémental, comprenant un disque optique associé à un dispositif de lecture.

Le disque comporte deux pistes concentriques, divisées en N surfaces élémentaires, décalées de un quart de période spatiale, alternativement opaques et translucides.

Il comporte également une troisième piste, avec une seule fenêtre, qui donne la référence position.

La lecture est assurée, pour chacune des pistes, par un ensemble émetteur-récepteur de lumière.

Après mise en forme, le codeur fournit deux signaux S_1 et S_2 , parfaitement carrés, et une impulsion T_0 , appelée « Top zéro », correspondant à la référence position.

Ces signaux sont de nature logique.

A.I.1. Mesure de la vitesse par codeur optique incrémental.

Il s'agit de compter le nombre d'impulsions issues des pistes S_1 et/ou S_2 , pendant une durée donnée.

Ce nombre est ensuite codé directement sous forme binaire. Soient :

T^* la durée du comptage.

n_i le nombre d'impulsions pendant cette durée.

N le nombre de fenêtres par piste du codeur.

n le nombre de bits nécessaires au codage de n_i .

V la vitesse de rotation en tours par seconde.

θ la durée qui sépare deux impulsions.

A.I.1.1. Quelle précaution doit-on prendre pour que ce type de mesure de la vitesse soit correct ?

A.I.1.2. Quelles inégalités lient les grandeurs n_i , θ et T^* ?

A.I.1.3. Quel est le plus petit écart de vitesse ΔV mesurable avec ce dispositif de mesure ?

A.I.1.4. Exprimer $V_{\max}$, valeur de la plus grande vitesse mesurable pour un codage sur n bits.

A.I.1.5. *Applications numériques :*

$$T^* = 10 \text{ ms} \quad N = 360 \quad n = 8 \text{ bits.}$$

A.I.1.5.a. Calculer ΔV en tours par minute.

A.I.1.5.b. Calculer $V_{\max}$ en tours par minute.

A.I.1.5.c. Pour des raisons de précision de mesure, on souhaite disposer d'au moins 4 bits pour le codage des basses vitesses. Calculer numériquement la plus petite vitesse autorisée, $V_{\min}$ dans ce cas.

A.I.2. *Détection du sens de rotation.*

Compte tenu du décalage spatial des pistes du codeur, les signaux S_1 et S_2 présentent l'allure dessinée sur la figure 2, pour un sens de rotation donné.

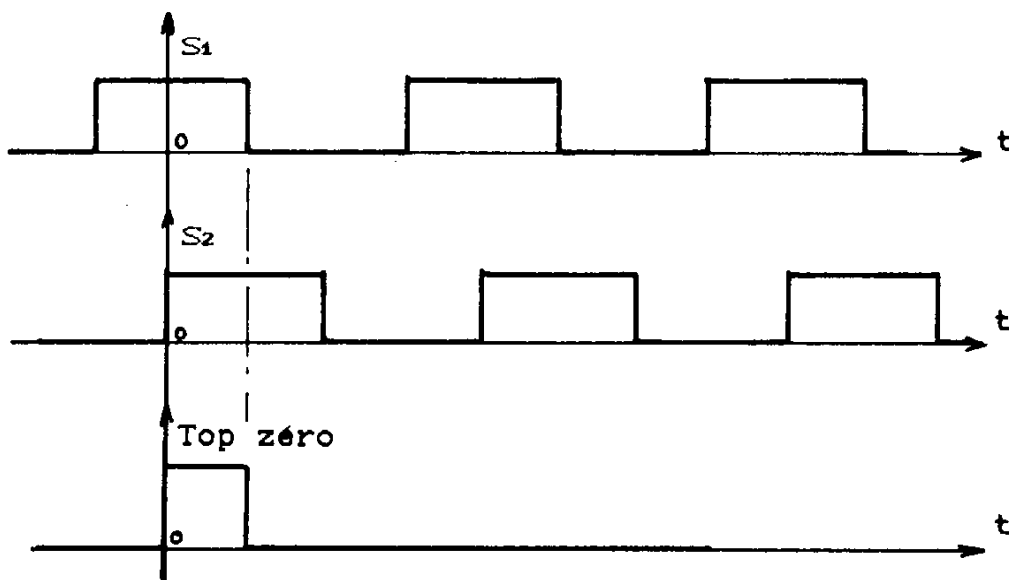


Figure 2

On définira le sens positif de rotation par la relation logique suivante :

$$S_1 \cdot S_2 = 1 \quad \text{à} \quad t = 0^+, \text{ l'origine des temps étant toujours fixée au milieu d'un créneau positif de } S_1.$$

A.I.2.1. Dessiner l'allure des signaux S_1 et S_2 pour un sens de rotation négatif.

A.I.2.2. On relie S_1 et S_2 aux entrées D et H d'une bascule D, dont on rappelle en figure 3 la table de vérité.

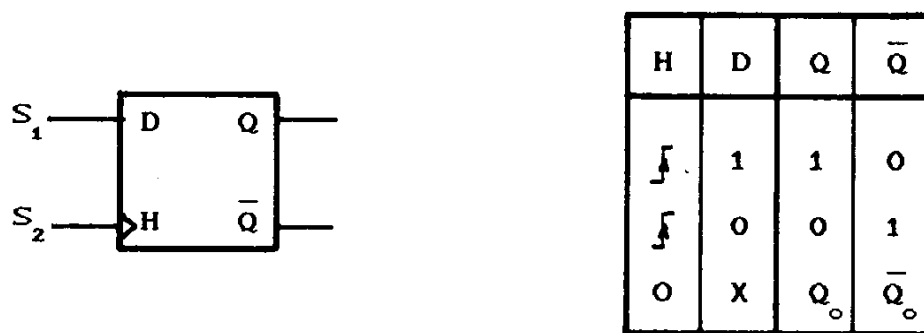


Figure 3

$\uparrow$ Q, $\bar{Q}$ prennent la valeur indiquée sur la transition 0 ---> 1.

X État indifférent 0 ou 1.

Q_0 , $\bar{Q}_0$ États de sorties Q, $\bar{Q}$ avant le front montant de H.

A.I.2.2.a. Préciser la valeur logique de la sortie Q de la bascule D pour un sens de rotation négatif.

A.I.2.2.b. Quelle est cette valeur de Q pour un sens de rotation négatif ?

A.II. Mesure de la position.

L'information position est obtenue par comptage/décomptage du nombre d'impulsions issues du codeur optique, à partir d'une référence. Cette référence peut être l'impulsion T_0 (Top zéro) du codeur (référence mécanique) ou être générée électriquement : il s'agit dans ce cas d'une référence fictive notée R_{f0} .

Le schéma de principe utilisé est indiqué en figure 4.

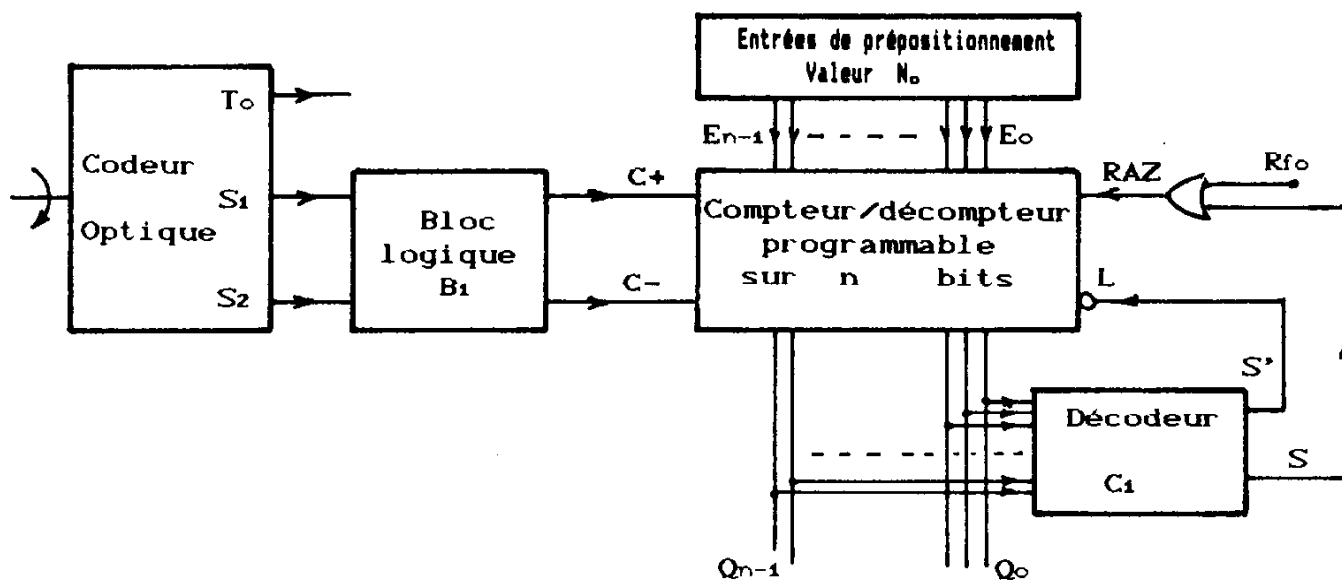


Figure 4

On appelle état du compteur, le nombre binaire N_c formé par ses n sorties Q_0 à Q_{n-1} :

$$N_c = 2^{n-1} Q_{n-1} + 2^{n-2} Q_{n-2} + \dots + 2^1 Q_1 + 2^0 Q_0.$$

L'entrée C^+ autorise le comptage, l'entrée C^- , le décomptage.

On remarquera que, lors du fonctionnement en comptage, C^- doit être au niveau 1, de même que C^+ lors du décomptage.

Les changements d'état du compteur s'effectuent sur les fronts montants de C^+ ou de C^- .

L est une entrée, active au niveau bas, qui prépositionne le compteur dans l'état N_0 fixé par les entrées de prépositionnement E_0 à E_{n-1} .

RAZ est une entrée de remise à zéro du compteur, active au niveau haut, c'est-à-dire que :

$$Q_0 = Q_1 = \dots = Q_{n-1} = 0 \quad \text{si} \quad RAZ = 1.$$

La figure 5 donne une séquence illustrant le fonctionnement du compteur pour $n = 4$ bits.

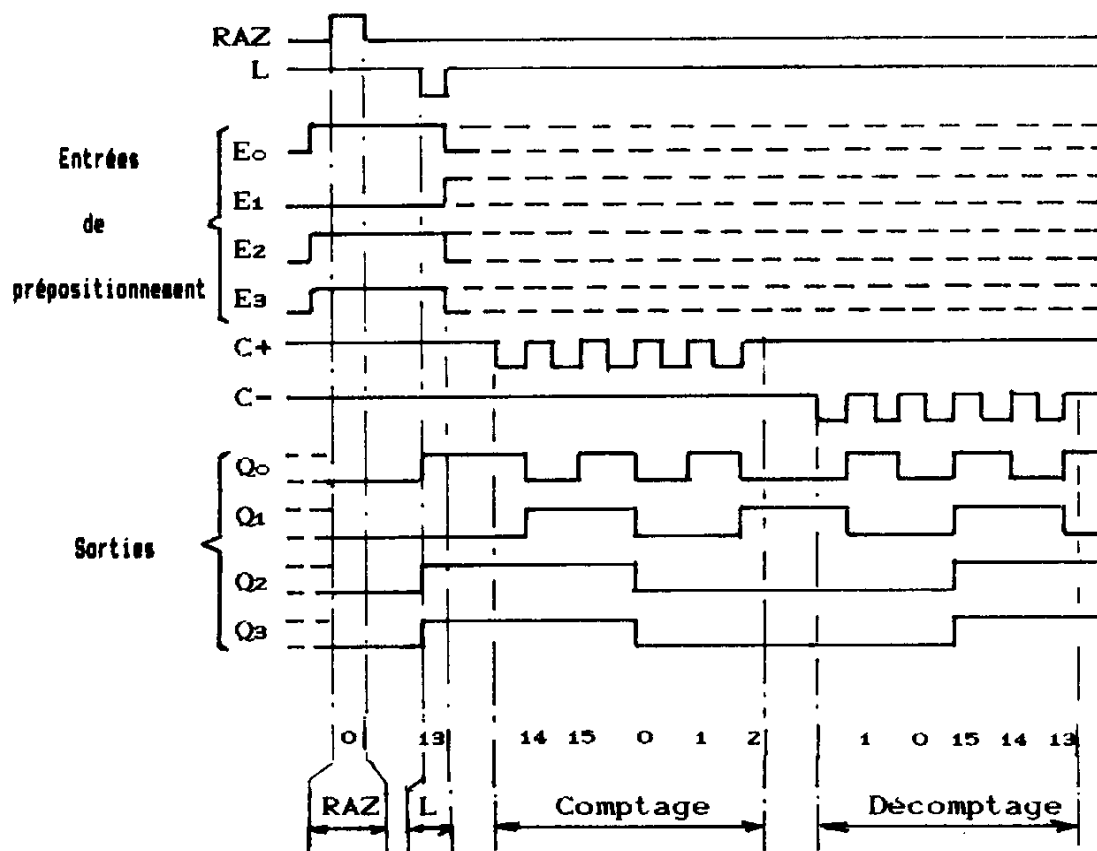


Figure 5

A.II.1. Étude du bloc logique B_1 .

Ce bloc, qui a pour fonction la génération des lignes d'impulsions C^+ et C^- , contient deux monostables identiques M_1 et M_2 excités par le signal S_1 .

M_1 est déclenché par les fronts montants de S_1 .

Sa sortie, notée a , est un signal de largeur faible devant la période de S_1 ou S_2 (fig. 6).

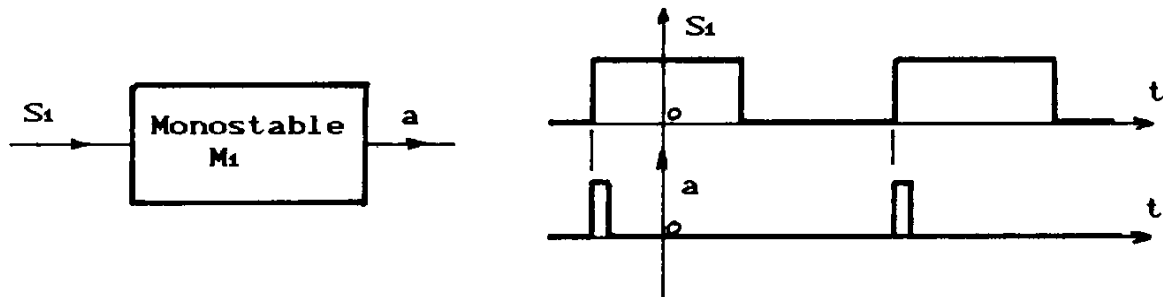


Figure 6

M_2 est déclenché par les fronts descendants de S_1 .

Sa sortie, notée b , présente les mêmes caractéristiques que celles de M_1 .

Les signaux a , b , S_1 et S_2 traversent ensuite un réseau combinatoire nécessaire à l'élaboration des impulsions C^+ et C^- .

A.II.1.1. Pour un sens de rotation positif, établir le chronogramme des signaux S_1 , S_2 , a et b .

A.II.1.2. En déduire l'équation logique du signal C^+ , sachant que ce signal doit contenir les signaux a et b seulement dans le sens positif.

A.II.1.3. Établir le chronogramme des signaux S_1 , S_2 , a et b pour un sens de rotation négatif.

A.II.1.4. Sachant que le signal C^- doit contenir les signaux a et b seulement dans le sens négatif, en déduire son équation logique.

A.II.1.5.a. Que vaut C^+ pour le sens négatif ?

A.II.1.5.b. Que vaut C^- pour le sens positif ?

A.II.1.6. Proposer une réalisation du bloc B_1 à partir de circuits NON ET et des monostables M_1 et M_2 . (On tiendra compte des niveaux réels des signaux C^+ et C^- représentés sur la figure 5).

A.II.2. Étude du décodeur C_1 .

Afin d'obtenir un comptage/décomptage par 720, le décodeur C_1 élabore les signaux suivants :

- une sortie S qui prend la valeur 1 lorsque l'état du compteur est $N_1 = 720$, et qui a pour but sa remise à zéro (fonctionnement en comptage);
- une sortie S' qui prend la valeur 0 lorsque l'état du compteur est $N_2 = 1023$. Cette sortie S' permet le chargement du compteur à la valeur N_0 présente sur les entrées de prépositionnement E_0 à E_{n-1} .

A.II.2.1. Déterminer la valeur n du nombre de sortie du compteur.

A.II.2.2. Quelle est, dans ce cas, la plus petite valeur angulaire $\Delta\theta$ mesurable par le dispositif décrit en figure 4 ?

- A.II.2.3. Justifier la valeur 1023 choisie pour N_2 , et préciser la valeur de N_0 .
- A.II.2.4. Établir l'équation logique de la sortie S' en fonction des sorties $Q_0, Q_1, \dots$ et Q_{n-1} .
- A.II.2.5. Établir l'équation logique de la sortie S en fonction des sorties $Q_0, Q_1, \dots$ et Q_{n-1} .
- A.II.3. Si on relie R_{f_0} à T_0 , la position de référence est celle correspondant à la position du Top zéro du codeur optique.
- Doit-on utiliser les deux sorties S et S' dans ce cas ? Pourquoi ?

B. COMMANDE ET CORRECTION D'UN PROCÉDÉ CONTINU

Dans cette partie, on s'intéresse à diverses possibilités de correction du système décrit à la figure 1 et utilisé en asservissement de position.

En particulier, le dispositif de commande et de correction ainsi que le système de mesure vitesse-position sont à temps continu.

Par exemple, la mesure de vitesse peut se faire par dynamo tachymétrique et la mesure de la position par potentiomètre rotatif.

D'autre part, les capteurs ont des temps de réponse négligeables devant la constante de temps principale du moteur, et l'ensemble hacheur-alimentation est supposé parfait (temps de réponse nul, alimentation réversible).

L'action de la charge mécanique est représentée par un couple résistant noté $C_r(t)$.

On utilise la transformée de Laplace monolatérale que l'on notera $U(p) = L[u(t)]$, relativement à la grandeur $u(t)$, par exemple, et où p est la variable complexe.

Dans ces conditions, une représentation par fonction de transfert du bloc actionneur-capteur est de la forme :

$$\Omega(p) = G(p) \cdot U(p) - G_1(p) \cdot C_r(p)$$

avec

$$G(p) = \frac{K}{1 + \tau p}$$

$$G_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau p}.$$

B.I. Propriétés du modèle d'ordre 2.

- B.I.1. Afin de juger des propriétés dynamiques du système bouclé, on considère un modèle d'ordre deux, d'entrée $e(t)$, de sortie $y(t)$ et de transmittance $H_m(p)$:

$$H_m(p) = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\eta\omega_n p + p^2}.$$

η : coefficient d'amortissement $\eta < 1$.

Lorsque $e(t)$ est une entrée en échelon unitaire, on rappelle que l'expression de la sortie vaut :

$$y(t) = 1 - e^{-\eta\omega_n t} \left[\cos \omega_0 t + \frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}} \sin \omega_0 t \right]$$

avec $\omega_0 = \omega_n \sqrt{1-\eta^2}$.

On appellera temps de montée t_m , le temps au bout duquel $y(t_m) = 1$.

B.I.1.1. Déterminer l'expression de t_m .

B.I.1.2. Déterminer t_{pic} , instant où le premier maximum de $y(t)$ est atteint.

B.I.1.3. Déterminer, en fonction de η , le dépassement relatif :

$$d_r = \frac{y_{\max} - y_{\infty}}{y_{\infty}},$$

$$y_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} y(t).$$

B.I.2. On pose :

$$J = \int_0^{\infty} (e(t) - y(t))^2 dt$$

et l'on donne :

$$I_1 = \int_0^{\infty} e^{-2\eta\omega_n t} \cos^2 \omega_0 t dt = \frac{1 + \eta^2}{4 \eta \omega_n};$$

$$I_2 = \int_0^{\infty} e^{-2\eta\omega_n t} \sin^2 \omega_0 t dt = \frac{1 - \eta^2}{4 \eta \omega_n};$$

$$I_3 = \int_0^{\infty} e^{-2\eta\omega_n t} \sin 2\omega_0 t dt = \frac{\sqrt{1-\eta^2}}{2 \omega_n}.$$

B.I.2.1. Déterminer l'expression de J en fonction de η et ω_n .

B.I.2.2. Quelle est la valeur η_1 de η qui minimise J ?

B.I.3. *Applications numériques :*

B.I.3.1. Pour $\eta = \eta_1$:

B.I.3.1.a. Calculer d_r .

B.I.3.1.b. Calculer $\omega_0 \cdot t_m$.

B.I.3.1.c. Quelle relation existe-t-il entre t_m et t_{pic} dans ce cas ?

B.I.3.1.d. Calculer $\omega_n \cdot t_{pic}$.

B.I.3.2. Pour $\eta = \eta_2 = 0,707$:

B.I.3.2.a. Calculer d_r .

B.I.3.2.b. Calculer $\omega_0 \cdot t_m$.

B.I.3.2.c. Quelle est la relation qui lie t_m et t_{pic} ?

B.I.3.2.d. Comparer $J(\eta_1)$ et $J(\eta_2)$.

B.II. Correction proportionnelle.

B.II.1. La correction la plus simple à mettre en œuvre consiste à établir un retour unitaire sur le système, avec un correcteur de transmittance $C(p) = K_r$.

La figure 7 précise le schéma de principe utilisé.

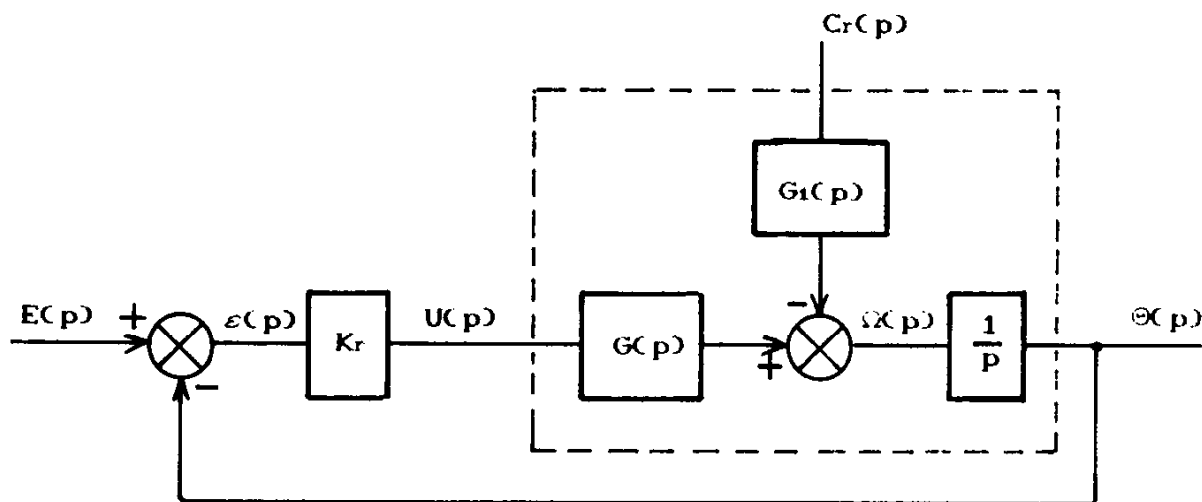


Figure 7

$$\text{avec } G(p) = \frac{K}{1 + \tau p} \quad G_1(p) = \frac{K_1}{1 + \tau p}.$$

On pose $\Theta(p) = H(p) \cdot E(p) - H_w(p) \cdot C_r(p)$.

B.II.1.1. Expliciter $H(p)$ et $H_w(p)$.

B.II.1.2. $H(p)$ peut s'identifier au modèle $H_m(p)$ défini à la question B.I.1.

Exprimer ω_n et η en fonction de K , K_r et τ .

B.II.1.3. Applications numériques :

Après identification du système en boucle ouverte, on trouve $\tau = 0,7$ s et l'on impose un amortissement $\eta = 0,707$ afin que la réponse en boucle fermée soit très peu oscillatoire.

B.II.1.3.a. Calculer le produit KK_r .

B.II.1.3.b. Calculer ω_n et t_m .

B.II.1.4. Lorsque le couple résistant $C_r(t)$ est nul, déterminer l'écart permanent ε_∞ dans les deux cas suivants :

B.II.1.4.a. $e(t)$ est un échelon unitaire.

B.II.1.4.b. $e(t)$ est un échelon de vitesse : $e(t) = a \cdot t$ pour $t > 0$.

B.II.2. Action d'une perturbation.

Pour étudier simplement l'influence du couple résistant $C_r(t)$ on annule l'entrée $e(t)$.

B.II.2.1. Déterminer la valeur de la sortie θ_∞ en régime permanent lorsque $C_r(t)$ est un échelon d'amplitude C_{r0} .

B.II.2.2. Application numérique :

$$\tau = 0,7 \text{ s} \quad \eta = 0,707 \quad K_I = 4\,325 \text{ unités SI.}$$

Calculer l'amplitude C_{r0} de l'échelon qui provoque, en régime permanent, un écart de position $\theta_\infty = 10$ degrés.

B.III. Correction tachymétrique.

Pour améliorer certaines performances du montage précédent, on réalise le retour d'une fraction $K_T \cdot \Omega$ de la vitesse selon le schéma de la figure 8.

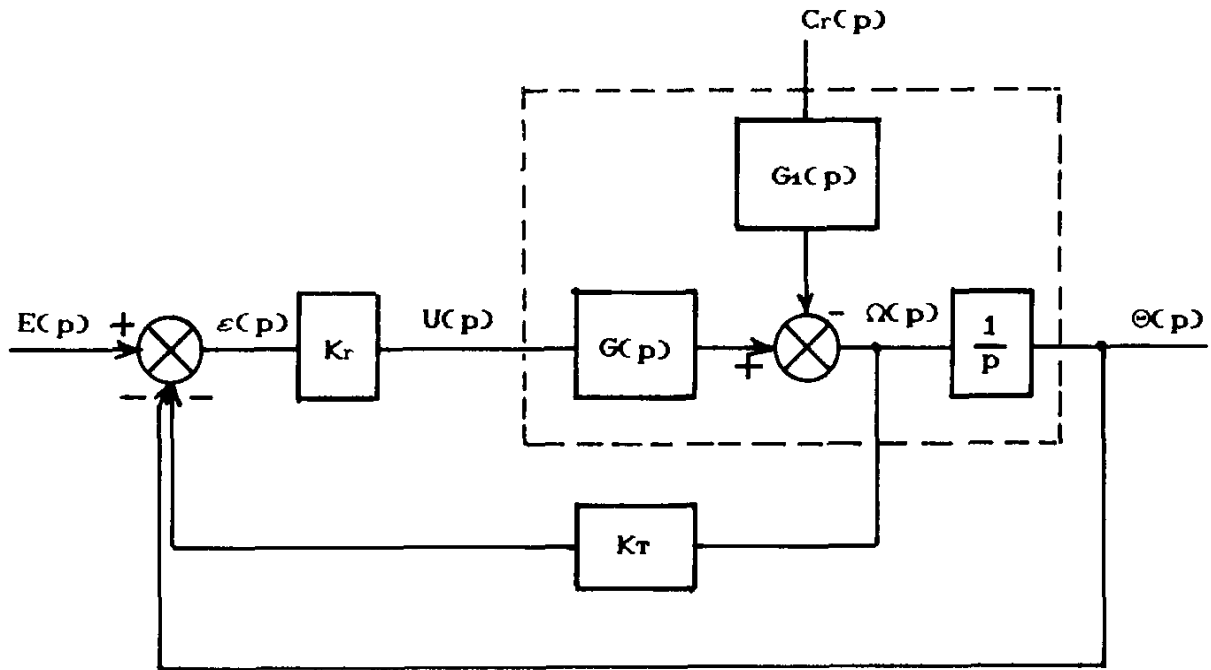


Figure 8

$$\text{avec } G(p) = \frac{K}{1 + \tau p} \quad G_1(p) = \frac{K_I}{1 + \tau p}.$$

On pose dans ce cas :

$$\Theta(p) = H_T(p) \cdot E(p) - H_{Tw}(p) \cdot C_r(p).$$

B.III.1.1. Expliciter $H_T(p)$ et $H_{Tw}(p)$.

B.III.1.2. En déduire les expressions de ω_n et η du modèle correspondant.

B.III.1.3. Ce système de correction est-il plus intéressant que celui décrit au paragraphe B.II.? Pourquoi?

B.III.2 Applications numériques :

On souhaite que le système corrigé soit deux fois plus rapide que celui décrit dans la question B.II. tout en conservant un amortissement $\eta = 0,707$.

B.III.2.1. Calculer le produit KK_r .

B.III.2.2. Calculer K_r .

B.III.2.3. Pour une entrée $e(t)$ nulle, calculer numériquement l'amplitude C_{r0} de l'échelon de couple résistant qui provoque, en régime permanent, un écart de position $\theta_\infty = 10$ degrés. Conclusions.

B.IV. Correction cascade.

On envisage maintenant la commande décrite en figure 9, dans laquelle $C(p)$ est un correcteur proportionnel intégral, de transmittance $C(p) = K_0 + \frac{K_i}{p}$, et $R(p)$ un correcteur à déterminer.

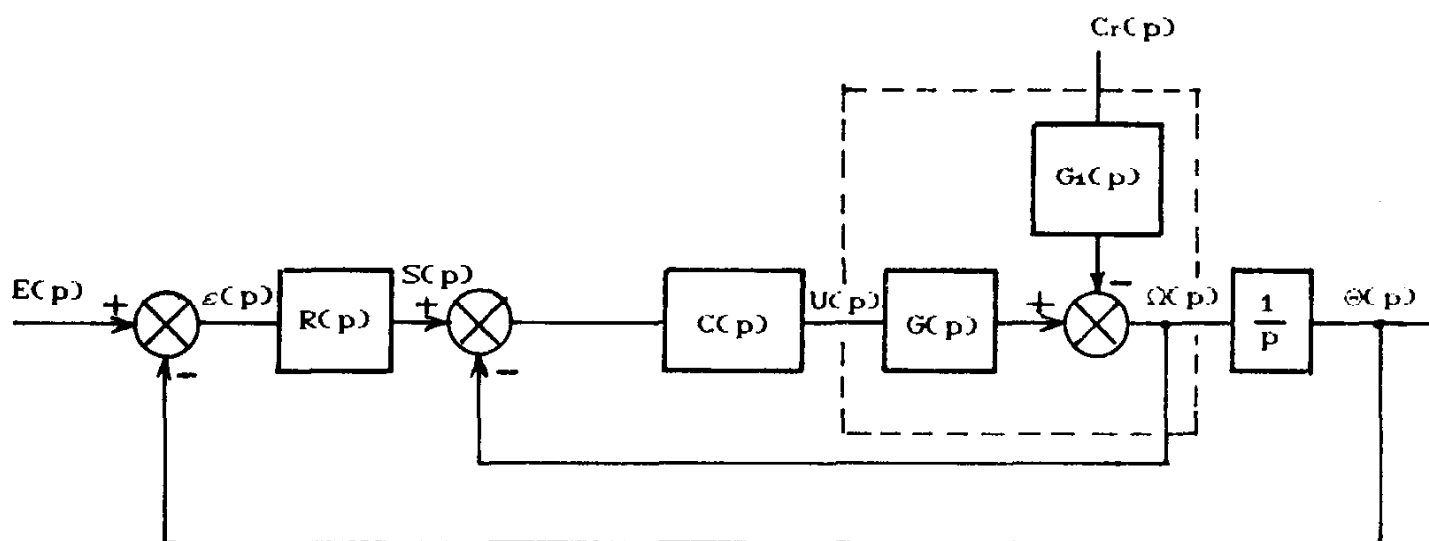


Figure 9

On pose :

$$\Theta(p) = H_c(p) \cdot E(p) - H_{cw}(p) \cdot C_r(p)$$

et pour la boucle interne :

$$\Omega(p) = H_b(p) \cdot S(p) - H_{bw}(p) \cdot C_r(p).$$

B.IV.1. Le rapport $\frac{K_0}{K_i}$ est fixé de telle sorte que la transmittance $H_b(p)$ soit du premier ordre.

B.IV.1.1. Expliciter $H_b(p)$ et $H_{bw}(p)$.

B.IV.1.2. Déterminer $H_c(p)$ et $H_{cw}(p)$ en fonction de $H_b(p)$ et $R(p)$.

B.IV.1.3. $R(p)$ est un simple correcteur proportionnel de transmittance $R(p) = K_r$.

B.IV.1.3.a. Exprimer $H_c(p)$ en fonction des paramètres K_r , K_i et K .

B.IV.1.3.b. Exprimer ω_n et η du modèle correspondant en fonction de K_r , K_i et K .

B.IV.1.4. *Applications numériques :*

B.IV.1.4.a. Calculer les valeurs KK_i , K_r et KK_0 pour que le système ait un amortissement $\eta = 0,707$. (La boucle interne sera réglée de telle sorte que sa constante de temps vaille $\frac{\tau}{5}$.)

B.IV.1.4.b. Calculer ω_n et t_m .

B.IV.1.5. Exprimer $H_{cw}(p)$ en fonction de τ et des coefficients K_0 , K_i et K_r des correcteurs.

B.IV.1.6. En l'absence d'entrée $e(t)$, que vaut θ_∞ , en régime permanent, lorsque $C_r(t)$ est un échelon de couple d'amplitude C_{r0} . Conclusion.

B.IV.1.7. $R(p)$ est maintenant un régulateur proportionnel dérivé de transmittance $R(p) = R_0 + p \cdot R_D$.

Indiquer qualitativement l'influence du terme R_D sur le comportement du système bouclé.

B.IV.2. En réalité, le moteur a une transmittance du second ordre :

$$G(p) = \frac{K}{(1 + \tau p)(1 + Tp)}$$

avec $T = 0,030$ s $\tau = 0,7$ s et $K = 30$.

B.IV.2.1. Pour la boucle interne, déterminer un correcteur PI de transmittance :

$$C(p) = K_0 + \frac{K_i}{p}$$

qui rend la transmittance $H_b(p)$ d'ordre aussi faible que possible.

B.IV.2.2. Montrer que la boucle interne possède une marge de stabilité satisfaisante seulement si le terme KK_i reste inférieur à une valeur limite KK_{iM} que l'on précisera.

B.IV.2.3. Lorsque cette marge de stabilité est définie par le coefficient d'amortissement $\eta_b = 0,707$:

B.IV.2.3.a. Calculer numériquement KK_{iM} .

B.IV.2.3.b. Calculer le temps de montée t_m .

B.IV.2.3.c. Existe-t-il d'autres raisons conduisant à une limitation du terme KK_i ?

B.IV.3. Correcteur Proportionnel Intégral Dérivé PID.

Dans le cadre de la correction cascade décrite en figure 9, $C(p)$ est maintenant un correcteur de transmittance :

$$C(p) = K_0 + \frac{K_i}{p} + K_D \cdot p$$

et $R(p) = K_r$ est un correcteur proportionnel.

On suppose que le couple $C_r(t)$ est nul et que la transmittance $G(p)$ est celle définie au paragraphe B.IV.2.

En boucle fermée, le système doit se comporter comme un deuxième ordre d'amortissement η fixé.

B.IV.3.1. Déterminer les expressions littérales liant les termes K_0 , K_i , K_D et K_r aux constantes τ , T , K et η du système.

B.IV.3.2. Proposer une valeur numérique pour chacun des termes K_0 , K_i , K_D et K_r des correcteurs $C(p)$ et $R(p)$ sachant que $\eta = 0,707$.

C. COMMANDE NUMÉRIQUE

Le dispositif de commande et de correction est maintenant un calculateur muni de cartes entrées-sorties comme indiqué sur la figure 10.

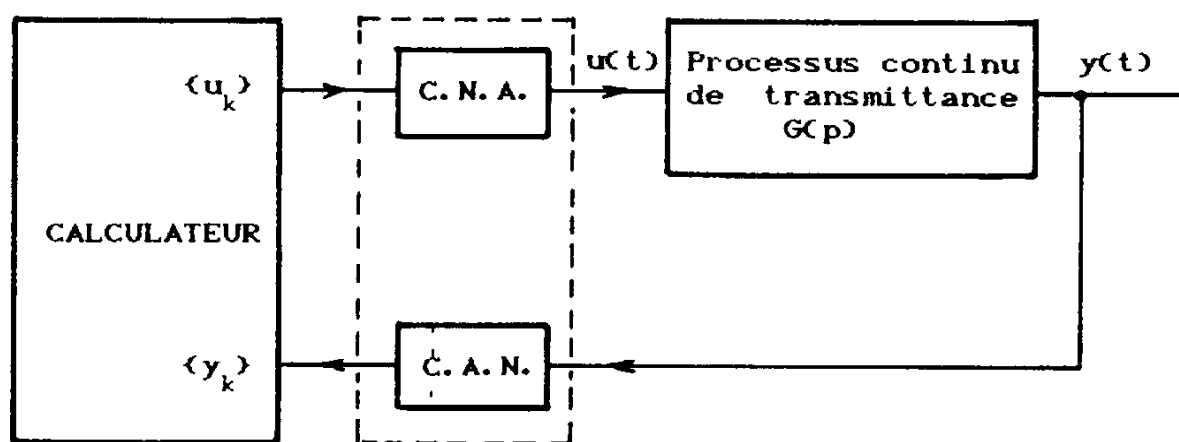


Figure 10

La commande $u(t)$ de l'entrée du procédé continu est alors fournie par un convertisseur numérique analogique (CNA), à partir d'un nombre u_k , de telle sorte que $u(t) = u_k$ pour $kh \leq t < (k+1)h$ (h est la période d'échantillonnage).

Le maintien de $u(t)$ à une valeur constante pendant une période d'échantillonnage est effectué par un circuit appelé « bloqueur d'ordre zéro ».

Inversement, un circuit échantillonneur-bloqueur suivi d'un dispositif de conversion analogique numérique (CAN), fournit un nombre y_k tel que $y_k = y(t)$ pour $t = kh$. Dans ce cas, le blocage d'ordre zéro peut être assuré par mémorisation de la valeur $y(kh)$ dans un condensateur.

On rappelle que la transformée en z monolatérale de la suite (f_k) , de terme général f_k , est par définition :

$$F(z) = Z(f_k) = \sum_{k=0}^{k=\infty} f_k z^{-k}.$$

D'autre part, dans toute la suite de cette partie C, on appellera $\{\delta_0\}$ la séquence particulière : $\{\delta_0\} = \{1, 0, 0, 0, \dots\}$, correspondant à une excitation impulsionnelle discrète, c'est-à-dire que :

- à $t = 0$ on observe le nombre 1 ;
- à $t > 0$ les nombres observés aux instants $h, 2h, \dots, kh$ sont tous nuls.

C.I. Correcteur PID numérique.

On cherche à établir une correspondance entre les régulateurs standard de transmittance :

$$C(p) = \frac{1}{p} (c_0 + c_1 p + c_2 p^2)$$

et leurs homologues du domaine discret.

Pour cela, on exploite dans un premier temps la relation temporelle définissant les régulateurs continus de ce type :

$$y(t) = y_0 + c_0 \int_0^t u(\tau) d\tau + c_1 u(t) + c_2 \frac{du}{dt}.$$

Puisque le bloqueur d'ordre zéro maintient les grandeurs $u(t)$ et $y(t)$ constantes sur une période d'échantillonnage, il devient naturel de modifier la relation temporelle ci-dessus en utilisant les formes approchées suivantes :

$$kh \leq t < (k+1)h$$

$$u(t) = u_k \quad y(t) = y_k$$

$$\int_0^t u(\tau) d\tau \approx h \cdot \sum_{i=0}^{k-1} u_i$$

$$\frac{du}{dt} \approx \frac{1}{h} (u_k - u_{k-1}).$$

C.I.1. Justifier en quelques lignes les approximations concernant l'intégration et la dérivation.

C.I.2. À l'instant $t = kh$, exprimer y_k en fonction de u_k et des valeurs antérieures de l'entrée et de la sortie.

C.I.3. Il est souvent plus commode d'utiliser la différence Δy_k entre deux échantillons de la sortie :

$$\Delta y_k = y_k - y_{k-1}$$

Exprimer Δy_k en fonction des valeurs de l'entrée.

En déduire la relation de récurrence entre y_k d'une part et y_{k-1} , u_k , u_{k-1} , et u_{k-2} d'autre part.

C.I.4. À partir de conditions initiales nulles, et pour $u_k = \{\delta_{0i}\}$, entrée impulsionnelle discrète, déterminer y_0 , y_1 , y_2 et y_3 .

C.I.5. Calculer alors $Y(z)$, transformée en z de la séquence de sortie $\{y_k\}$, du régulateur discret ainsi constitué.

On donne :

$$S = 1 + z^{-1} + z^{-2} + \dots = \frac{1}{1 - z^{-1}}.$$

C.I.6. À l'aide de la relation précédente :

- C.I.6.1. Déterminer $P(z)$, transformée en z de la réponse impulsionnelle d'un correcteur proportionnel.
- C.I.6.2. Déterminer $I(z)$, transformée en z de la réponse impulsionnelle d'un intégrateur.
- C.I.6.3. Déterminer $D_r(z)$, transformée en z de la réponse impulsionnelle d'un dérivateur.
- C.I.6.4. Écrire $Y(z)$ sous une forme faisant apparaître les trois termes $P(z)$, $I(z)$ et $D_r(z)$.

C.II. Première détermination de la transformée en z d'un processus continu échantillonné-bloqué à l'ordre zéro.

Considérons à nouveau le dispositif de la figure 10, dans lequel le processus continu correspond à l'ensemble hacheur-moteur-capteur.

Par exemple, lorsque l'on s'intéresse à la vitesse en sortie, la transmittance $G(p)$ de ce processus est de la forme :

$$G(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{1}{1 + \tau p} = \frac{Y(p)}{U(p)}.$$

On cherche un modèle discret de ce processus, c'est-à-dire un modèle qui ne dépend que des grandeurs $u(kh) = u_k$ et $y(kh) = y_k$.

Pour cela, on applique à l'entrée du dispositif de conversion numérique analogique (CNA), la séquence particulière $\{\delta_0\}$.

La détermination de la séquence de sortie $\{y_k\}$, à partir des caractéristiques du système continu, permet d'obtenir $G(z)$ en utilisant la relation (1) :

$$Y(z) = G(z) \cdot U(z) + I_0(z) \quad (1)$$

expression dans laquelle $I_0(z)$ est un terme qui dépend des conditions initiales représentant l'état du système à l'instant $t = 0$.

Dans toute la suite, on ne considérera que des systèmes au repos à $t = 0$, de sorte que $I_0(z) = 0$.

C.II.1. Calculer $\Delta(z)$, transformée en z de la séquence $\{\delta_0\}$.

En déduire, à partir de la relation (1), une procédure de détermination de $G(z)$.

C.II.2. Afin d'illustrer simplement ce mode calcul, on considère un processus intégrateur défini par la fonction de transfert $G(p) = I(p) = \frac{1}{p}$ et excité, par le jeu des convertisseurs CNA et CAN de la figure 10, par la suite $\{\delta_0\}$.

C.II.2.1. Dessiner l'allure de $u(t)$.

C.II.2.2. Dessiner l'allure de $y(t)$.

C.II.2.3. Déterminer l'expression de $y(t)$.

En déduire $\{y_k\}$ si l'on pose $y_0 = 0$.

C.II.2.4. Déterminer $Y(z)$.

En déduire la transformée en z , $I(z)$, d'un intégrateur échantillonné-bloqué.

C.II.3. Transmittance $G(z)$ d'un processus échantillonné-bloqué du premier ordre, continu, de transmittance :

$$G(p) = \frac{1}{1 + \tau p}.$$

Le processus est excité par la séquence $\{\delta_0\}$.

C.II.3.1. Représenter graphiquement l'allure $y(t)$ de la sortie.

C.II.3.2. Déterminer l'expression de $y(t)$.

En déduire la valeur du terme $y_k = y(kh)$.

C.II.3.3. Déterminer $Y(z)$ puis $G(z)$.

$$\text{On donne } S_1 = 1 + (az)^{-1} + (az)^{-2} + \dots = \frac{1}{1 - (az)^{-1}}$$

avec $|a| > 1$.

C.II.3.4. Applications numériques :

$$K = 30 \quad \tau = 0,7 \text{ s} \quad h = 10 \text{ ms}.$$

Calculer les valeurs numériques des coefficients de $G(z)$.

C.III. Deuxième détermination de la transformée en z d'un processus continu échantillonné-bloqué à l'ordre zéro.

C.III.1. Soit $g(t)$ la réponse impulsionnelle d'un processus continu de transmittance $G(p)$:

$$G(p) = L[g(t)].$$

Aux instants $t = kh$, la réponse du système est $g_k = g(kh)$, appelée encore séquence de pondération.

Par définition de la transformée en z , on a :

$$G(z) = Z\{g_k\} = Z\{L[g(t)]\}.$$

Pour simplifier cette écriture, on note :

$$G(z) = Z\{G(p)\}$$

Par exemple, on obtient les relations suivantes :

$$Z\left\{\frac{1}{p}\right\} = \frac{1}{1 - z^{-1}} \quad Z\left\{\frac{1}{p^2}\right\} = \frac{h z^{-1}}{(1 - z^{-1})^2}$$

$$Z\left\{\frac{1}{p + a}\right\} = \frac{1}{1 - e^{-ah} z^{-1}}.$$

Considérons maintenant le dispositif de la figure 11.

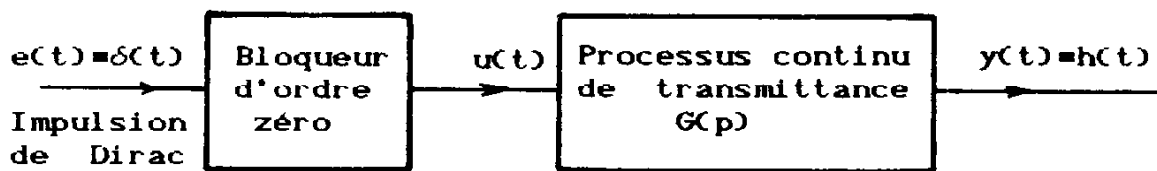


Figure 11

L'entrée du système est une impulsion de Dirac, de sorte que $u(t)$ est un créneau de largeur h et d'amplitude 1. La réponse impulsionnelle est notée $h(t)$.

C.III.1.1. Déterminer $U(p) = \mathcal{L}[u(t)]$.

C.III.1.2. En déduire $B_0(p)$, transmittance en p du bloqueur d'ordre zéro.

C.III.1.3. Exprimer $Z\{e^{-hp}\}$.

C.III.1.4. Exprimer $Z\left\{e^{-hp} \cdot \frac{G(p)}{p}\right\}$ en fonction de z^{-1} et de $Z\left\{\frac{G(p)}{p}\right\}$.

C.III.1.5. Montrer que :

$$G(z) = (1 - z^{-1}) \cdot Z\left\{\frac{G(p)}{p}\right\}.$$

C.III.2. Application au cas d'un processus du premier ordre échantillonné-bloqué de transmittance :

$$G(p) = \frac{\Omega(p)}{U(p)} = \frac{K}{1 + \tau p}.$$

En décomposant $\frac{G(p)}{p}$ en une somme de deux transmittances et en utilisant la relation obtenue en C.III.1.5., déterminer la transmittance $G_1(z)$ de ce système échantillonné-bloqué.

Comparer ce résultat à celui de la question C.II.3.3.

C.III.3. Application au cas d'un processus d'ordre un avec intégrateur.

Le processus continu est modélisé par sa transmittance :

$$G(p) = \frac{\Theta(p)}{U(p)} = \frac{K}{p(1 + \tau p)}.$$

C.III.3.1. Décomposer $\frac{G(p)}{p}$ en une somme de trois transmittances.

C.III.3.2. En déduire une expression de $G_2(z)$, transmittance en z du système échantillonné-bloqué.

C.III.3.3. Mettre $G_2(z)$ sous la forme standard :

$$G_2(z) = \frac{b_1 \cdot z^{-1} + b_2 \cdot z^{-2}}{1 + a_1 \cdot z^{-1} + a_2 \cdot z^{-2}}.$$

C.III.3.4. Quelle relation y a-t-il entre les pôles de $G_2(z)$ et ceux de $G(p)$?

C.III.3.5. *Applications numériques :*

$$h = 10 \text{ ms} \quad \tau = 0,7 \text{ s} \quad K = 30.$$

C.III.3.5.a. Calculer a_1 et a_2 .C.III.3.5.b. Calculer b_1 et b_2 .C.IV. **Modèle du deuxième ordre discret.**

À partir du modèle continu $H_m(p) = \frac{\omega_n^2}{\omega_n^2 + 2\eta\omega_n p + p^2}$, défini au paragraphe B.I., on cherche à établir un modèle discret d'ordre 2 que l'on définira par sa transmittance $H_m(z)$.

C.IV.1. Déterminer la réponse impulsionnelle $h(t)$ du modèle continu $H_m(p)$.En déduire la réponse impulsionnelle discrète $\{h_k\}$.C.IV.2. Déterminer $H_m(z) = Z\{H_m(p)\}$.

On pourra éventuellement se servir de la décomposition suivante :

$$H_m(p) = L[h(t)] = A \cdot \left[\frac{1}{p - p_1} - \frac{1}{p - p_2} \right].$$

C.IV.3. On pose :

$$H_m(z) = \frac{b_1 \cdot z^{-1}}{1 - 2\alpha \cos \psi z^{-1} + \alpha^2 z^{-2}}.$$

Montrer que :

$$\alpha = e^{-\eta\omega_n h}$$

$$\psi = h\omega_n \sqrt{1 - \eta^2}.$$

C.IV.4. *Applications numériques :*

$$h = 10 \text{ ms} \quad \omega_n = 10 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad \eta = 0,707.$$

Calculer numériquement α et ψ ainsi que les coefficients de $D(z)$, dénominateur de $H_m(z)$.

C.V. Synthèse de quelques correcteurs numériques.

C.V.1. Correcteur PI numérique.

Dans le cadre d'une correction cascade analogue à celle décrite en figure 9, on envisage la détermination du correcteur PI numérique de la boucle interne (fig. 12).

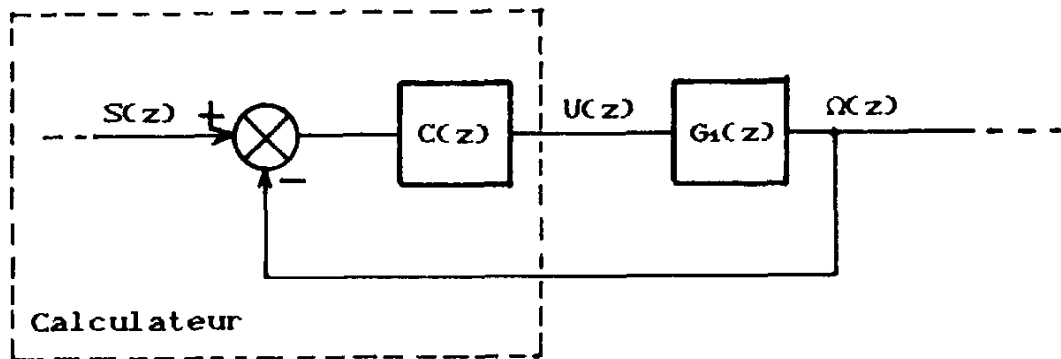


Figure 12

La transmittance $G_1(z)$ est celle du processus du premier ordre échantillonné-bloqué.

On pourra utiliser pour expression de $G_1(z)$:

$$G_1(z) = K \frac{(1 - e^{-\frac{h}{\tau}}) \cdot z^{-1}}{1 - e^{-\frac{h}{\tau}} \cdot z^{-1}}$$

Le correcteur numérique est de la forme générale :

$$C(z) = \frac{d_0 + d_1 \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

Ses coefficients d_0 et d_1 seront choisis de telle manière que le système bouclé se comporte comme un processus discret d'ordre 1, équivalent à un système continu du premier ordre de constante de temps $\tau' = \frac{\tau}{5} = 0,14$ s.

On notera donc que le zéro de $C(z)$ compense exactement le pôle de $G_1(z)$.

C.V.1.1. Déterminer l'expression de la transmittance $G'(z) = \frac{\Omega(z)}{S(z)}$ en fonction de K , d_0 , h et τ .

C.V.1.2. On compare cette expression de $G'(z)$ à celle d'un modèle discret d'ordre 1, de constante de temps équivalente τ' .

C.V.1.2.a. Déterminer d_0 en fonction de K , h , τ et τ' .

C.V.1.2.b. Déterminer d_1 en fonction de d_0 , h et τ .

C.V.1.2.c. Calculer numériquement les coefficients d_0 et d_1 du correcteur PI.

(Rappel : $K = 30$ $\tau = 0,7$ s $\tau' = 0,14$ s $h = 0,01$ s)

C.V.1.3. Afin de comparer ces résultats à ceux obtenus dans la question B.IV.1.4.a., on peut déterminer les coefficients c_0 et c_1 du correcteur continu équivalent de transmittance $C(p) = \frac{(c_0 + c_1 p)}{p}$, par exemple en utilisant les résultats du paragraphe C.II.2.4.

C.V.1.3.a. Montrer que l'expression de $C(z)$ est de la forme :

$$C(z) = \frac{c_1 - (c_1 - h \cdot c_0) \cdot z^{-1}}{1 - z^{-1}}.$$

C.V.1.3.b. En déduire les expressions de c_0 et c_1 en fonction de d_0 , d_1 et h .

C.V.1.3.c. Calculer numériquement les produits K_{c_1} et K_{c_0} .

Conclusion.

C.V.1.4. Écrire l'équation récurrente du correcteur ainsi constitué.

C.V.2. Correcteur PID discret.

Soit maintenant une correction du système, utilisé en asservissement de position, et sans boucle interne (fig. 13).

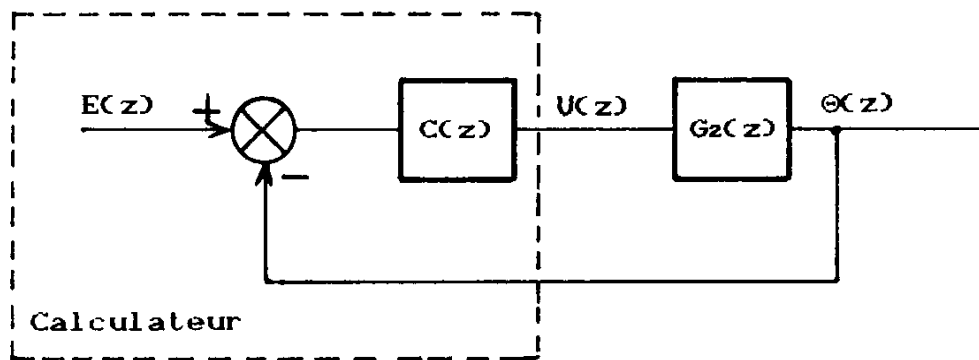


Figure 13

La transmittance $G_2(z)$ est alors celle étudiée dans la question C.III.3., et l'on admettra ici que $G_2(z)$ prend la forme approchée :

$$G_2(z) = 2,13 \cdot 10^{-3} \frac{1 + z^{-1}}{(1 - z^{-1})(1 - 0,986 \cdot z^{-1})}.$$

Le correcteur numérique, de type PID, a pour transmittance :

$$C(z) = \frac{d_0 + d_1 \cdot z^{-1} + d_2 \cdot z^{-2}}{1 - z^{-1}}.$$

que l'on écrira également sous la forme :

$$C(z) = \frac{d_0}{1 - z^{-1}} (1 + \gamma \cdot z^{-1})(1 + \beta \cdot z^{-1}).$$

On détermine alors les coefficients d_0 , d_1 et d_2 de telle sorte que :

- le zéro $-\beta$ de $C(z)$ compense un pôle de $G_2(z)$;
- le système bouclé se comporte comme un modèle discret d'ordre 2 équivalent à un modèle continu de pulsation $\omega_n = 10$ rad/s et d'amortissement $\eta = 0,707$;
- la correspondance entre modèle et système corrigé ne porte que sur les dénominateurs $D(z)$ des fonctions de transfert.

C.V.2.1. Déterminer l'expression de la transmittance $G''(z) = \frac{\Theta(z)}{E(z)}$ en fonction de d_0 et γ .

C.V.2.2. En déduire les deux relations qui lient d_0 , γ et les paramètres α et ψ de $D(z)$.

C.V.2.3. Calculer numériquement d_0 et γ .

C.V.2.4. En déduire l'expression numérique du correcteur $C(z)$.

C.V.2.5. Écrire l'équation récurrente décrivant le fonctionnement de ce correcteur $C(z)$.

SESSION DE 1990

CONCOURS EXTERNE

Sciences physiques. – Option : physique appliquée

AGRÉGATION

Épreuve C

PROBLÈME D'ÉLECTRICITÉ, D'ÉLECTRONIQUE, D'ÉLECTROTECHNIQUE ET D'AUTOMATIQUE

DURÉE : 6 heures

MACHINE SYNCHRONE AUTOPILOTÉE APPLIQUÉE À LA TRACTION FERROVIAIRE

Ce problème aborde l'étude d'une machine synchrone associée à un convertisseur indirect et destinée à la traction ferroviaire. Il se compose de quatre parties :

- I. L'étude de la machine synchrone en régime sinusoïdal à fréquence variable.
- II. L'étude du convertisseur.
- III. L'étude de la machine synchrone associée au convertisseur.
- IV. L'étude de l'ensemble modifié utilisé en freinage.

Les parties I, II, IV sont indépendantes, la partie III dépend pour certaines questions des parties I et II.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat détecte ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il a été amené à prendre pour cela.

Calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

CARACTÉRISTIQUES DE LA MACHINE SYNCHRONE

C'est une machine triphasée à pôles saillants dont les enroulements statoriques sont couplés en étoile.

Dans tout le problème, à l'exception de la quatrième partie, on négligera les pertes fer et les pertes mécaniques.

P_m = puissance maximale.

p = nombre de paire de pôles.

ω = $2 * \pi * f$ pulsation des grandeurs statoriques.

f = fréquence des grandeurs statoriques.

r = résistance statorique par phase.

l = inductance cyclique de fuite par phase.

L_q = inductance cyclique synchrone transversale par phase.

L_d = inductance cyclique synchrone longitudinale par phase.

L'_q = inductance cyclique synchrone subtransitoire transversale par phase.

L'_d = inductance cyclique synchrone subtransitoire longitudinale par phase.

α = coefficient d'équivalence de Potier dans le système d'axes triphasés.

$$p = 3$$

$$P_m = 1\,100 \text{ kW}$$

$$r = 9,21 \cdot 10^{-3} \, \Omega$$

$$L_d = 0,950 \text{ mH}$$

$$L'_d = 0,189 \text{ mH}$$

$$L_q = 0,700 \text{ mH}$$

$$L'_q = 0,183 \text{ mH}$$

$$l = 0,140 \text{ mH}$$

$$\alpha = 0,333$$

La caractéristique à vide de cette machine est représentée à la figure 4. On y définit le flux ϕ sur l'axe longitudinal de la machine et on en donne une expression analytique approchée.

L'ensemble de la rame de traction étudiée possède huit moteurs. En phase de traction, chaque bloc de deux moteurs est alimenté comme l'indique la figure 1. Toutefois il est possible de ramener l'étude à une machine synchrone associée à un convertisseur comme l'indique la figure 2.

En phase de freinage, chaque bloc de deux machines synchrones alimente une association hacheur-résistance par l'intermédiaire des deux convertisseurs utilisés en phase de traction comme l'indique la figure 3.

Le rapport entre la vitesse v de la rame et la vitesse de rotation n d'une machine synchrone est :

$$v = 0,075 * n \quad v \text{ en km/h} \quad \text{et} \quad n \text{ en tr/min.}$$

Le rapport entre la force totale de traction F au niveau de la jante et le couple C sur l'arbre d'une machine synchrone est :

$$F = 39,3 * C \quad F \text{ en N} \quad \text{et} \quad C \text{ en N*m.}$$

Il est à remarquer que l'étude du phénomène d'empiètement est abordé dans la partie traction et dans la partie freinage, mais que ces deux études sont indépendantes.

Dans toutes les études de convertisseurs statiques, les thyristors et les diodes seront considérés parfaits.

PREMIÈRE PARTIE

Dans toute cette partie, on étudie la machine synchrone alimentée par des grandeurs sinusoïdales de fréquence variable, en régime permanent.

On notera :

$\underline{V}$ la tension simple, de valeur efficace V ;

$\underline{E}$ la force électromotrice simple, de valeur efficace E ;

$\underline{I}$ le courant dans une phase de la machine, de valeur efficace I ;

C le couple électromagnétique ;

Ω la vitesse de rotation de la machine en rad/s ;

n la vitesse de rotation de la machine en tr/min ;

φ le déphasage entre la tension simple $\underline{V}$ et le courant $\underline{I}$ (orienté de $\underline{I}$ vers $\underline{V}$) ;

ψ le déphasage entre la force électromotrice $\underline{E}$ de la machine et le courant $\underline{I}$ (orienté de $\underline{I}$ vers $\underline{E}$) ;

J le courant continu d'excitation de la machine synchrone.

L'alimentation de la machine est une source de courant, c'est-à-dire qu'elle impose la valeur efficace I du courant statorique. La fréquence d'alimentation est variable entre 0 et 200 Hz.

- I.1. Donner la relation entre la vitesse de rotation n et la fréquence f des grandeurs statoriques. Entre quelles limites varie la vitesse n lorsque la fréquence varie entre 0 et 200 Hz ?
- I.2. On néglige la résistance des enroulements statoriques, on considère la machine linéaire quant à son fonctionnement magnétique, sans fuite magnétique et le rotor sans saillance. On prendra comme inductance cyclique synchrone L , la demi-somme des inductances longitudinale et transversale de la machine.
 - I.2.1. Représenter avec ces hypothèses le schéma équivalent d'une phase de la machine et le diagramme de fonctionnement en indiquant les angles précédemment définis et en utilisant une convention récepteur.
 - I.2.2. L'angle ψ étant considéré comme une grandeur de commande, l'étude au cours de ce paragraphe portera sur les caractéristiques du moteur synchrone en fonction du courant I et de l'angle ψ , à $J = \text{constante}$.
 - I.2.2.1. Entre quelles limites varie l'angle ψ lorsque la machine fonctionne en moteur ?
 - I.2.2.2. Donner l'expression du couple électromagnétique en fonction de l'angle ψ . Tracer l'allure de la courbe $C = f(\psi)$. Pour quelle valeur de ψ le couple est-il maximal ?
 - I.2.2.3. Exprimer le facteur de puissance de la machine, $\cos \varphi$, en fonction de ψ . Pour quelle valeur de ψ ce facteur de puissance est-il maximal ? Quelle est sa valeur pour $\psi = 0$?
Tracer la courbe $\cos \varphi = f(\psi)$ avec $I = 500 \text{ A}$ et $J = 175 \text{ A}$.
 - I.2.2.4. Que peut-on dire du choix de I et ψ si l'on souhaite un grand couple et un bon facteur de puissance ?
 - I.2.2.5. Donner l'expression de la tension V en fonction de ψ .
Tracer $V = f(\psi)$ à 1 000 tr/min avec $I = 500 \text{ A}$ et $J = 175 \text{ A}$.
 - I.2.2.6. Déterminer la caractéristique mécanique $C = f(n)$ de la machine.
Tracer celles qui correspondent aux ensembles de valeurs numériques suivants :

$I = 500 \text{ A}$	$J = 175 \text{ A}$	$\psi = 0$
$I = 500 \text{ A}$	$J = 175 \text{ A}$	$\psi = -44,4^\circ$

I.2.2.7. Pour le dernier ensemble de valeurs du I.2.2.6., tracer la courbe $V = f(n)$. Justifier son allure en observant comment se déforme le diagramme de fonctionnement lorsque la vitesse varie.

I.2.3. On prend maintenant comme grandeur de commande l'angle φ , et on étudie les caractéristiques du moteur synchrone en fonction de I et φ , à $J = \text{constante}$.

I.2.3.1. Entre quelles limites peut varier l'angle φ en fonctionnement moteur ?

I.2.3.2. Montrer que lorsque I , J , et φ sont définis, alors le couple C est parfaitement défini. Donner son expression en fonction de ces grandeurs.

I.2.3.3. Pour quelle valeur de φ , le couple est-il maximal ?

I.2.3.4. Que deviennent alors les caractéristiques mécaniques ?

On demande de les tracer pour les valeurs numériques suivantes :

$$\begin{array}{lll} I = 500 \text{ A} & J = 175 \text{ A} & \varphi = 35^\circ \\ I = 500 \text{ A} & J = 175 \text{ A} & \varphi = 0. \end{array}$$

I.2.4. On a choisi, pour la commande de ce moteur, d'adopter une loi de variation du courant d'excitation du moteur telle que $J = kI$ où k est une constante. Dégageons les conséquences de cette loi sur son fonctionnement.

I.2.4.1. Donner l'expression de V en fonction de I , k , ψ et ω .

I.2.4.2. En déduire le lieu des points du plan (C, n) correspondant à une tension V constante lorsque I , k et ψ sont donnés.

I.2.4.3. Le résultat précédent est obtenu dans l'étude d'une machine à courant continu, quel est son type d'excitation ?

I.2.4.4. Tracer la caractéristique $C = f(n)$ correspondant aux valeurs suivantes :

$$V = 400 \text{ V} \quad \psi = -30^\circ \quad k = 0,54.$$

I.2.4.5. Donner l'expression de V en fonction de I , k , φ et ω .

I.2.4.6. En déduire le lieu des points du plan (C, n) correspondant à une tension V constante lorsque I , k et φ sont donnés.

Comparer cette relation à celle obtenue au paragraphe I.2.4.2.

I.2.4.7. Tracer la caractéristique $C = f(n)$ correspondant aux valeurs suivantes :

$$V = 670 \text{ V} \quad \varphi = -30^\circ \quad k = 0,67.$$

I.2.4.8. Lorsqu'on atteint la tension maximale possible aux bornes du moteur, que peut-on faire si l'on veut que la vitesse puisse encore augmenter ?

I.3. Pour faire une étude plus conforme à la réalité, supprimons une à une les hypothèses simplificatrices des paragraphes précédents. Dans un premier temps nous tiendrons compte de la résistance statorique, puis de la saillance du rotor, et enfin nous tiendrons compte également de la saturation du circuit magnétique.

I.3.1. Les hypothèses restent les mêmes qu'au paragraphe I.2., à l'exception de celle sur la résistance statorique dont on tient compte maintenant.

- I.3.1.1. Dans quelle gamme de vitesse n'est-il plus possible de négliger la résistance d'un enroulement statorique ? Redessiner dans ce cas le diagramme de fonctionnement.
- I.3.1.2. Comment sont modifiées les caractéristiques mécaniques donnant le couple électromagnétique en fonction de la vitesse, lorsque ψ est adopté comme grandeur de commande ? Retracer si nécessaire les caractéristiques demandées à la question I.2.2.6.
- I.3.1.3. Comment sont modifiées les caractéristiques mécaniques donnant le couple électromagnétique en fonction de la vitesse, lorsque φ est adopté comme grandeur de commande ? Retracer si nécessaire les caractéristiques demandées à la question I.2.3.4.
- I.3.2. Le moteur synchrone est supposé avoir un comportement linéaire quant à son fonctionnement magnétique, mais on tient compte de la saillance du rotor.
- I.3.2.1. Représenter le schéma équivalent de la machine et le diagramme de fonctionnement avec ces nouvelles hypothèses.
- I.3.2.2. Donner l'expression de la puissance électromagnétique de la machine.
- I.3.2.3. En déduire l'expression du couple électromagnétique en fonction des composantes transversales et longitudinales du flux dans l'entrefer de la machine et du courant.
- I.3.2.4. Exploiter cette relation et donner une nouvelle expression du couple électromagnétique avec les hypothèses énoncées en début de paragraphe, en fonction de I , J et ψ .
- I.3.2.5. Interpréter les différents termes de cette expression.
- I.3.2.6. Tracer la courbe $C = f(\psi)$ lorsque $I = 500 \text{ A}$ et $J = 175 \text{ A}$.
Pour quelle valeur de ψ le couple est-il maximal ?
- I.3.2.7. Tracer également la courbe donnant le facteur de puissance de la machine en fonction de ψ , en négligeant la résistance des enroulements et les fuites magnétiques.
- I.3.3. On étudie ici la machine réelle, la seule hypothèse que l'on fera et qui est justifiée est que la machine n'est pas saturée suivant son axe transversal.
- I.3.3.1. Quelles sont les relations établies au paragraphe I.3.2. qui restent valables ?
- I.3.3.2. Donner les expressions des composantes transversale et longitudinale des forces magnéto-motrices de la machine.
- I.3.3.3. En déduire les expressions des composantes transversale et longitudinale du flux dans l'entrefer de la machine.
- I.3.3.4. Déterminer la démarche à suivre pour calculer le couple connaissant I , J et ψ .
- I.3.3.5. Tracer les courbes $C = f(\psi)$ avec les valeurs numériques suivantes :
- $I = 100 \text{ A} , \quad J = 54,4 \text{ A}$
 $I = 300 \text{ A} , \quad J = 163 \text{ A}$
 $I = 500 \text{ A} , \quad J = 272 \text{ A}$
 $I = 818 \text{ A} , \quad J = 445 \text{ A}$
 $I = 911 \text{ A} , \quad J = 496 \text{ A}.$
- I.3.3.6. Repérer les valeurs ψ_M de ψ qui permettent de rendre le couple maximal. Tracer ψ_M en fonction de I lorsque la valeur de k (défini à la question I.2.4.) est 0,544.
- I.3.3.7. Établir les expressions permettant de définir la tension V et l'angle φ en fonction de I , J , ψ , et ω .
- I.3.3.8. Tracer la courbe $\cos \varphi = f(\psi)$, avec $I = 818 \text{ A}$, $J = 445 \text{ A}$ et $n = 800 \text{ tr/min}$.

DEUXIÈME PARTIE

II.1. Étude de la source continue.

Elle est réalisée par deux ponts mixtes monophasés placés en série qui sont représentés à la figure 1 et dont les notations d'étude sont précisées à la figure 5. Les caractéristiques du transformateur d'alimentation qui sera considéré parfait sont les suivantes :

- tension primaire de valeur efficace $V_p = 25 \text{ kV}$;
- tension de chaque secondaire de valeur efficace $V_s = 1\,800 \text{ V}$;
- fréquence de fonctionnement 50 Hz .

La charge est telle que le courant $i_0 = I_0$ est continu. On notera α_A l'angle de retard à l'amorçage du pont A et α_B l'angle de retard à l'amorçage du pont B.

Les deux ponts sont commandés différemment suivant que la puissance demandée par la charge est supérieure ou inférieure à la moitié de la puissance maximale P_m .

Si la puissance demandée est inférieure à la puissance $P_m/2$, alors :

$$\alpha_B = \pi \quad \text{et} \quad 0 < \alpha_A < \pi.$$

Si la puissance demandée est supérieure à la puissance $P_m/2$, alors :

$$0 < \alpha_B < \pi \quad \text{et} \quad \alpha_A = 0.$$

II.1.1. Représenter la tension $2u$ et le courant i_p dans le premier cas avec $\alpha_A = \pi/2$, et dans le second cas lorsque $\alpha_B = \pi/4$, en justifiant les graphes obtenus.

II.1.2. Entre quelles limites peut varier la valeur moyenne de la tension $2u$? Sachant que la valeur de la résistance $2R_l$ de la bobine d'inductance $2L$ vaut $0,15 \, \Omega$, calculer la valeur maximale de la valeur moyenne de la tension u_0 lorsque $i_0 = I_0 = 0$ et lorsque $i_0 = I_0 = 1\,200 \text{ A}$.

II.1.3. Déterminer le facteur de puissance de l'ensemble vu du primaire du transformateur et donner son évolution en fonction de la puissance demandée.

II.1.4. Comparer le facteur de puissance ainsi obtenu à celui que l'on obtiendrait avec un seul pont contrôlant la même puissance.

II.1.5. Pourquoi utilise-t-on des ponts mixtes dont les thyristors ne sont pas à cathodes communes ?

II.2. Étude simplifiée du commutateur de courant.

L'étude porte sur un commutateur de courant et sa charge : une machine synchrone, représentés figure 6.

La machine synchrone se comporte comme une source de tension parfaite et impose des tensions sinusoïdales v_1, v_2, v_3 triphasées équilibrées, de valeur efficace V et de pulsation ω . On appelle φ , le déphasage de v_1 par rapport au fondamental de i_1 , noté i_{f1} , et on suppose les commutations instantanées.

On souhaite obtenir des courants i_1, i_2, i_3 définis comme suit :

$$i_1(t), \quad i_2 = i_1\left(t - \frac{T}{3}\right), \quad i_3 = i_1\left(t - 2 \cdot \frac{T}{3}\right)$$

qui sont représentés figure 7.

II.2.1. Quel doit être l'ordre d'amorçage des thyristors ?

II.2.2. Calculer la valeur efficace des courants i_1, i_2, i_3 et la valeur efficace de leur fondamental.

II.2.3. Déterminer les graphes de la tension u_0 , de la tension v_1 et du courant i_1 , lorsque v_1 est en retard de $\pi/3$ par rapport au fondamental de i_1 .

- II.2.4. En déduire la valeur moyenne de u_0 . Calculer la valeur maximale possible de V à l'aide des valeurs déterminées à la question II.1.3.
- II.2.5. Quelles sont les grandeurs qui permettent de choisir les thyristors ? Calculer leurs valeurs numériques en prenant $I_0 = 1\,200\text{ A}$.
- II.2.6. Discuter suivant les caractéristiques des tensions v_1 , v_2 , v_3 (amplitude et phase).
- II.2.6.1. Les possibilités d'amorçage des thyristors.
- II.2.6.2. Les possibilités d'extinction des thyristors.
- II.2.6.3. La réversibilité de l'ensemble ainsi constitué.
- II.2.6.4. L'influence de la fréquence de fonctionnement sur ces paramètres.
- II.2.7. Sachant que les instants d'amorçage peuvent être définis par l'intersection d'une tension continue et d'une tension de référence, quelle tension choisira-t-on pour servir de tension de référence ?
- II.2.8. Donner l'expression de la puissance délivrée par la source de courant et de la puissance reçue par la machine synchrone. En déduire la valeur du rendement théorique. Que vaut le facteur de puissance de cette dernière ?

II.3. Plaçons-nous dans le cas où les tensions de la machine ne peuvent assurer les commutations des thyristors. Un circuit, composé, pour un commutateur, d'un condensateur et de deux thyristors T_c et T'_c permet l'extinction des thyristors. Le schéma équivalent de la machine synchrone fait intervenir une inductance de commutation L_c que l'on prendra égale à la demi-somme des inductances subtransitoires transversale et longitudinale. L'ensemble est représenté à la figure 8 où sont précisées les conventions d'étude.

On désire commuter le courant I_0 de la phase 1 à la phase 2, c'est-à-dire bloquer le thyristor 1 et amorcer le thyristor 2.

Pendant cette commutation, le courant I_0 est constant et les tensions v_1 et v_2 seront négligées devant la tension u_c aux bornes du condensateur.

II.3.1. Pour démarrer cette commutation, le condensateur étant initialement chargé à la valeur $u_{c0} = K \cdot I_0$, on amorce le thyristor T_c .

II.3.1.1. Redessiner le schéma de l'ensemble en n'indiquant que les parties qui interviennent dans cette étude.

II.3.1.2. Déterminer les lois d'évolution de u_c , i_c et i_{T_1} au cours du temps. Tracer leurs graphes.

II.3.1.3. Quel événement interrompt cette évolution ?

II.3.1.4. Déterminer l'expression du temps, que l'on appellera t_1 , qui s'écoule entre l'amorçage de T_c et l'événement défini à la question précédente.

II.3.1.5. Redessiner le schéma de l'ensemble nécessaire à l'étude ultérieure du système.

II.3.1.6. Déterminer l'évolution des grandeurs étudiées à la question II.3.2. pendant cette nouvelle phase. Tracer leurs graphes.

II.3.1.7. Sachant que l'on amorce T_2 à un instant tel que la prochaine extinction ait lieu dans les mêmes conditions que l'extinction de T_1 , déterminer la durée, que l'on appellera t_2 , de cette nouvelle phase.

- II.3.1.8. T_2 étant amorcé, déterminer l'évolution de u_c , i_c et i_{T_2} . Tracer leurs graphes. En déduire la durée, que l'on appellera t_3 , de cette dernière phase.
- II.3.1.9. Calculer t_1 , t_2 , t_3 avec $K = 1,5$; $C = 235 \mu F$; $I_0 = 1\,200 \text{ A}$. Ces valeurs permettent-elles un fonctionnement correct du convertisseur sachant que le temps de désamorçage des thyristors est $t_q = 150 \mu s$?
- II.3.1.A. Préciser quelle sera la prochaine commutation et quel sera au cours de celle-ci le rôle de chaque composant concerné.

II.3.2. Dans la suite on appellera :

- ψ : déphasage entre la force électromotrice e_1 et le fondamental de i_1 ;
 ψ_a : angle repérant le passage à zéro de la force électromotrice e_1 par rapport au début de commutation (amorçage de T_c).

- II.3.2.1. Représenter sur le même graphe les courants i_1 et i_2 en tenant compte des temps de commutation déterminés précédemment.
- II.3.2.2. Déterminer la position du fondamental de i_1 et son amplitude en supposant les variations du courant linéaire pendant la commutation.
- II.3.2.3. Déterminer l'angle $\Delta\psi$ de déphasage entre le fondamental de i_1 obtenu en considérant la commutation instantanée et le fondamental de ce même courant en tenant compte de la durée de la commutation. L'exprimer en fonction de μ_1 , μ_2 , μ_3 avec :

$$\mu_1 = t_1 * \omega, \mu_2 = t_2 * \omega, \mu_3 = t_3 * \omega.$$

- II.3.2.4. Expliciter la relation qui existe entre ψ , ψ_a et $\Delta\psi$.

II.4. Plaçons-nous maintenant dans le cas où ce sont les tensions de la machine synchrone qui assurent les commutations des thyristors, et pour prendre en compte la durée de ces commutations, conservons cette fois le schéma équivalent de la machine synchrone défini au paragraphe II.3. v_1 , v_2 , v_3 sont des tensions sinusoïdales triphasées équilibrées.

II.4.1. Pourquoi les commutations ne peuvent-elles pas être instantanées ?

II.4.2. Les questions suivantes portent sur les phénomènes intervenant pendant la commutation des thyristors T_1 et T_2 .

- II.4.2.1. Donner l'expression de la tension v' aux bornes de la phase 1 de la machine synchrone pendant cet intervalle.
- II.4.2.2. Donner l'expression de la tension u_0 pendant l'intervalle de temps correspondant à cette commutation.
- II.4.2.3. Que vaut la tension entre phases u'_{12} pendant cet intervalle ?
- II.4.2.4. Représenter sur le document-réponse joint où figure l'instant d'amorçage du thyristor T_2 et, avec un angle d'empiètement égal à 30° , les tensions v' , u'_{12} , et u_0 .
- II.4.2.5. Établir l'expression du courant i_2 dans la phase 2. On fera intervenir l'angle φ_a indiqué sur le document-réponse ; φ_a = angle de déphasage entre le passage à zéro de la tension u_{12} en l'absence d'empiètement et l'amorçage du thyristor 2, et on prendra comme origine des temps le début de la commutation.
- II.4.2.6. Représenter i_2 sur le document-réponse.

II.4.3. L'angle d'empiétement est appelé μ . Et on appelle γ la différence entre les angles φ_a et μ :
 $\gamma = \varphi_a - \mu$.

II.4.3.1. Établir une relation entre φ_a , μ et x'' avec $x'' = l_c \omega I_0 / V$.

II.4.3.2. Comment choisir γ ? De quelles grandeurs dépend-il ?

II.4.3.3. Quelle est la relation qui lie les angles φ_a , φ et μ , si on admet que les variations de i_2 sont linéaires pendant les empiétements ?

II.4.3.4. Calculer φ_a , μ , γ avec les données suivantes :

$$V = 513 \text{ V};$$

$$I_0 = 950 \text{ A};$$

$$\varphi = -42^\circ;$$

$$\omega = 838 \text{ rad/s};$$

$$t_q = 150 \text{ } \mu\text{s} = \text{temps de désamorçage des thyristors}.$$

Les valeurs trouvées permettent-elles un fonctionnement correct du convertisseur ?

TROISIÈME PARTIE

Cette partie se compose de trois études. La première consiste à prévoir le comportement de la machine synchrone alimentée, non plus en régime sinusoïdal, mais par le convertisseur ; la seconde permet de préciser les différents critères d'optimisation et de pilotage ; la troisième établit l'enveloppe maximale dans le plan effort-vitesse connaissant les variations des grandeurs de commande en fonction de la vitesse.

III.1.1. La machine synchrone étudiée dans la première partie est alimentée par le convertisseur étudié dans la seconde partie du problème. Pour définir les angles utilisés dans l'étude de la machine synchrone, on prendra le fondamental d'une grandeur non sinusoïdale. On suppose les commutations des composants du convertisseur instantanées, le fonctionnement magnétique de la machine synchrone linéaire, on néglige la saillance du rotor et l'influence des amortisseurs de Leblanc.

III.1.1.1. Décrire l'évolution de la force magnétomotrice créée par les courants i_1 , i_2 , i_3 définis à la figure 7, en précisant quelles sont les positions successives du champ tournant créé par ces courants pour la machine bipolaire équivalente.

III.1.1.2. De quel angle mécanique le champ tourne-t-il dans la machine réelle à chaque commutation ?

III.1.1.3. On place au stator de la machine synchrone trois capteurs délivrant des signaux en phase avec les forces électromotrices de la machine et dont les commutations sont déclenchées par le passage d'un pôle du rotor. Représenter schématiquement le stator de la machine synchrone et indiquer la position que l'on doit adopter pour ces capteurs.

III.1.1.4. Étude du couple instantané.

III.1.1.4.1. Plaçons-nous dans l'intervalle où $i_1 = I_0$ et $i_2 = -I_0$.

Représenter les positions du champ statorique et du champ créé par le rotor à un instant compris dans cet intervalle pour la machine bipolaire équivalente, en indiquant l'angle ψ .

Représenter également les positions du champ rotorique en début et en fin d'intervalle.

III.1.1.4.2. Que vaut l'angle entre le flux créé par le stator et le flux créé par le rotor ?

III.1.1.4.3. Proposer une expression du couple instantané $C(t)$ qui s'exerce sur le rotor, en exprimant sa proportionnalité aux grandeurs dont il dépend.

III.1.1.4.4. Représenter les variations du couple instantané en fonction du temps pour $\psi = 0$, $\psi = -30^\circ$, $\psi = -60^\circ$. Pour quelle valeur de ψ l'ondulation de couple est-elle minimale ?

Quelle est la pulsation de cette ondulation ?

III.1.1.4.5.1. Donner l'expression du couple moyen. Peut-on l'identifier au couple obtenu dans l'étude en régime sinusoïdal ?

III.1.1.4.5.2. Donner la décomposition en série de Fourier de $C(t)$.

Calculer le rapport :

amplitude du fondamental / valeur moyenne du couple

lorsque $\psi = -30^\circ$.

III.1.1.4.5.3. Sachant que la fréquence de résonance des bogies est 12 Hz, quelles sont les vitesses critiques pour lesquelles il peut y avoir des vibrations ?

III.1.2. Pour se rapprocher de la réalité, on souhaite traduire la présence d'amortisseurs de Leblanc. On conserve comme hypothèses : la commutation des composants du convertisseur est instantanée, le fonctionnement magnétique de la machine est linéaire, et l'on suppose que les amortisseurs de Leblanc sont parfaitement efficaces.

Afin de mener à bien l'étude du couple instantané, rappelons la définition de la transformation de Park. Cette transformation permet de passer des grandeurs instantanées triphasées exprimées dans un repère lié au stator à des grandeurs, d'une machine diphasée équivalente, exprimées dans un repère lié au rotor.

Soient par exemple les courants i_1, i_2, i_3 parcourant les enroulements triphasés de la machine, les courants i_d, i_q et i_{h_0} sont donnés par la relation matricielle :

$$\begin{pmatrix} i_d \\ i_q \\ i_{h_0} \end{pmatrix} = \frac{2}{3} \begin{pmatrix} \cos \Theta, \cos (\Theta - 2\pi/3), \cos (\Theta - 4\pi/3) \\ \sin \Theta, \sin (\Theta - 2\pi/3), \sin (\Theta - 4\pi/3) \\ 1/2, 1/2, 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \\ i_3 \end{pmatrix}$$

Les courants i_d et i_q sont les composantes longitudinale et transversale du courant équivalent aux courants statoriques dans un repère lié au rotor, i_{h_0} tient compte d'une éventuelle composante homopolaire de ces courants. Les repères utilisés dans cette transformation ainsi que l'angle Θ sont représentés figure 9.

Le changement de variable relatif aux tensions et aux flux s'effectue par la même transformation.

L'expression du couple instantané avec les grandeurs exprimées dans ce nouveau repère est $C(t) = 3 * p/2 * (\varphi_d * i_q - \varphi_q * i_d)$ où φ_d et φ_q sont les composantes du flux dans l'entrefer de la machine dans le repère lié au rotor.

III.1.2.1. Exprimer i_d et i_q dans l'intervalle où $i_1 = I_0$ et $i_2 = -I_0$ en fonction de l'angle ψ .

III.1.2.2. Calculer les valeurs moyennes I_d et I_q de i_d et i_q .

III.1.2.3. Exprimer les flux φ_d et φ_q .

III.1.2.4. Que peut-on dire de ces flux lorsque les amortisseurs de Leblanc sont parfaitement efficaces ?

III.1.2.5.

III.1.2.5.1. Donner l'expression du couple instantané en fonction des grandeurs de commande I, J, ψ .

III.1.2.5.2. Préciser sa valeur moyenne.

III.1.2.5.3. Trouver l'expression de la valeur de ψ qui donne une ondulation de couple minimale, en adoptant la loi $J = kI$ comme à la question I.2.4. Calculer ψ avec $k = 0,54$.

III.1.2.6. Il est possible d'exprimer le couple instantané en fonction d'autres grandeurs I, J et φ , par exemple. Et pour faire cette étude on néglige la résistance des enroulements statoriques et les fuites magnétiques.

III.1.2.6.1. Quelle est la relation qui lie les angles φ et ψ ?

III.1.2.6.2. Donner l'expression du couple instantané en fonction de I, J et φ .

III.1.2.6.3. Quelle est la valeur de φ qui permet d'obtenir une ondulation de couple minimale ? Cette valeur permet-elle un fonctionnement correct du convertisseur dans tous les cas ?

III.1.2.7. Lorsque les courants dans la machine synchrone sont élevés, il faut tenir compte de la saturation du circuit magnétique.

III.1.2.7.1. Comment pourrait-on utiliser les résultats précédents pour les étendre au cas où la machine est saturée ?

III.2. Nous nous intéressons maintenant aux différentes stratégies de commande de l'ensemble à la lumière des résultats obtenus dans les études précédentes.

III.2.1. On souhaite en traction ferroviaire bénéficier d'une accélération importante. Quelle grandeur devra-t-on imposer ?

III.2.2. Indiquer quelles sont les différentes limitations de la machine synchrone et celles du convertisseur. À quelles grandeurs sont liés les échauffements du stator et ceux du rotor ?

III.2.3. Sachant que l'on souhaite un couple donné, quel critère de fonctionnement doit-on adopter si l'on souhaite en plus :

III.2.3.1. Limiter les échauffements de la machine synchrone ?

III.2.3.2. Limiter les vibrations ?

III.2.3.3. Limiter le dimensionnement du convertisseur ?

Ces critères sont-ils compatibles ?

III.2.4. Au démarrage, et jusqu'à ce que la vitesse atteigne 80 km/h, le convertisseur fonctionne en commutation assistée (partie II.3.), puis au-delà de cette vitesse, en commutation naturelle (partie II.4.). Dans le premier cas l'autopilotage se fait à partir de la position du rotor, et dans le second cas à partir des tensions statoriques.

III.2.4.1. Préciser quelles sont, dans chaque cas, les grandeurs de commande de l'ensemble convertisseur-machine.

III.2.4.2. Que devra-t-on faire pour assurer le passage de la commutation assistée à la commutation naturelle sans difficulté ? Quelle sera la conséquence de ce passage sur la valeur du couple ?

III.3. Sur la figure 10, on a indiqué les valeurs de I , J et d'un angle d'autopilotage permettant d'obtenir un effort maximal dans les deux cas, commutation assistée et commutation naturelle. Le courant i_1 sera remplacé par son fondamental, et pour calculer sa valeur efficace, on ne tiendra pas compte de la durée de commutation ; et pour faire les autres calculs, on adoptera les méthodes proposées aux paragraphes I.4.2., II.3.2. et II.4.3.

III.3.1. Calculer pour les quatre vitesses suivantes : 20 km/h, 40 km/h, 60 km/h et 80 km/h :

III.3.1.1. Le couple électromagnétique ;

III.3.1.2. La tension V aux bornes de la machine ;

III.3.1.3. Le facteur de puissance de la machine synchrone.

Placer les points de fonctionnement correspondants sur le document-réponse.

III.3.2. Sur la figure 10, on a représenté la valeur limite de l'angle φ_a permettant d'éviter toute possibilité de raté de commutation en fonction de x'' défini dans la deuxième partie. Sachant que l'on souhaite obtenir les points de fonctionnement suivants :

$$v = 150 \text{ km/h} \quad V = 379 \text{ V} \quad V_d/V_q = 0,368$$

$$v = 200 \text{ km/h} \quad V = 497 \text{ V} \quad V_d/V_q = 0,351$$

$$v = 250 \text{ km/h} \quad V = 646 \text{ V} \quad V_d/V_q = 0,356$$

$$v = 300 \text{ km/h} \quad V = 744 \text{ V} \quad V_d/V_q = 0,347$$

où V_d et V_q sont les composantes de $\underline{V}$ sur les axes d et q , calculer pour chaque point :

III.3.2.1. Les angles μ , γ , φ et ψ correspondants ;

III.3.2.2. La valeur du couple électromagnétique.

Placer les points de fonctionnement ainsi déterminés sur le document-réponse.

Le pilotage se fait grâce à cette courbe ; le système de commande reçoit comme information V , I_0 et v , il calcule x'' et en déduit la valeur de l'angle d'amorçage.

QUATRIÈME PARTIE

Le freinage de la rame étudiée est un freinage de type rhéostatique. Chaque groupe de deux machines associé à un convertisseur débite dans un rhéostat par l'intermédiaire d'un convertisseur $\neq$ comme représenté à la figure 3.

Dans cette phase de freinage, le convertisseur utilisé dans la phase de traction en commutateur de courant, fonctionne en redresseur avec un angle de retard à l'amorçage nul, il pourra donc être considéré comme un simple redresseur à diodes.

Les caractéristiques des machines synchrones et de la rame sont celles données en début de problème.

Le rendement de l'ensemble transmission - machine synchrone - redresseur est considéré constant et égal à 0,936.

IV.1. Étude du convertisseur $\neq$.

Les différentes grandeurs intervenant dans cette étude sont indiquées sur le schéma de la figure 11. H est un interrupteur parfait, soit :

$$H \text{ ouvert } i_h = 0 ; \quad H \text{ fermé } v_h = 0.$$

Sa fréquence de fonctionnement est $f_h = 1/T_h = 300 \text{ Hz}$; il est fermé dans l'intervalle $[0, \delta T_h]$, et ouvert dans l'intervalle $[\delta T_h, T_h]$. Le rapport cyclique δ est compris entre deux limites qui sont :

$$\delta_m < \delta < \delta_M \quad \text{avec} \quad \delta_m = 0,17 \quad \text{et} \quad \delta_M = 0,94.$$

IV.1.1. Déterminer les schémas équivalents ainsi que les équations différentielles régissant l'évolution du courant i_a dans les intervalles de temps $[0, \delta T_h]$ et $[\delta T_h, T_h]$.

IV.1.2. Établir les expressions de $i_a(t)$ dans chacun de ces intervalles. On appellera i_{a_m} la valeur minimale de i_a et i_{a_M} la valeur maximale de i_a .

IV.1.3. Représenter les graphes de v_h et i_a en fonction du temps.

IV.1.4. Exprimer i_{a_m} et i_{a_M} en fonction des éléments du montage et de δ .

IV.1.5. Que deviennent les expressions établies à la question précédente lorsque les constantes de temps sont supérieures à T_h ?

IV.1.6. En déduire les expressions, en conservant l'hypothèse du IV.1.4. :

IV.1.6.1. De la valeur moyenne I_a de i_a ;

IV.1.6.2. De la valeur moyenne V_h de v_h ;

IV.1.6.3. De l'ondulation Δi_a du courant i_a et du rapport $\Delta i_a / I_a$.

Pour quelle valeur de δ ce rapport est-il maximal ? Quelle est alors sa valeur ?

IV.1.7. Dans le cas où Δi_a est faible :

IV.1.7.1. Exprimer $v_{h_{\max}}$ en fonction de $2 U_0$ et δ ;

IV.1.7.2. Donner une relation entre I_a et I_r = valeur moyenne de i_r ;

IV.1.7.3. Déterminer $I_{r_{\text{eff}}}$ = valeur efficace de i_r .

IV.1.8. Exprimer la résistance équivalente au montage vue par la source de tension $2U_0$. Entre quelles limites peut-elle varier ? Quelle est l'utilité du montage ?

IV.1.9. Exprimer la puissance dissipée dans R et la puissance délivrée par la source $2U_0$. Que représente la différence entre ces deux puissances ?

IV.2. Étude du redresseur associé à la machine synchrone.

La machine synchrone associée au redresseur est représentée figure 12 où l'on précise le schéma équivalent adopté, L_c est l'inductance de commutation, on la prendra égale à la demi-somme des inductances subtransitoires longitudinale et transversale. Les tensions v_1, v_2, v_3 , de valeur efficace V , sont sinusoïdales triphasées équilibrées. Et on suppose le courant i_a parfaitement lissé, soit $i_a = \text{constante} = I_a$.

IV.2.1. On néglige dans un premier temps l'influence de L_c .

IV.2.1.1. Représenter u_0 et i dans ce cas.

IV.2.1.2. Donner la valeur moyenne de U_0 de u_0 , la valeur efficace I_{eff} de i , et la valeur efficace I du fondamental de i .

IV.2.2. Compte tenu du phénomène d'empiétement :

IV.2.2.1. En supposant que l'on s'intéresse à la commutation des diodes D_1 et D_2 , donner l'expression de u_0 pendant cette commutation.

IV.2.2.2. En déduire l'expression de la valeur moyenne U_0 de u_0 en fonction de V et I_a et une relation permettant de déterminer l'angle d'empiétement que l'on appellera μ .

IV.2.2.3. En supposant que l'amplitude du fondamental de i n'est que fort peu modifiée par l'empiétement, exprimer la puissance délivrée par la machine synchrone ainsi que sa puissance apparente et son facteur de puissance.

IV.3. Lors d'un freinage maximal que nous allons maintenant étudier, le point de fonctionnement de la rame suit le trajet défini à la figure 13. La partie AB est une hyperbole, les parties BC et CD sont linéaires.

IV.3.1. Étude de la première zone de fonctionnement (partie AB).

Dans toute cette partie, δ est conservé constant et égal à δ_m . Pour étudier la machine synchrone on utilisera le diagramme de Potier appliqué au fondamental des grandeurs lorsqu'elles ne sont pas sinusoïdales ; on tiendra compte de l'empiétement dans l'étude du redresseur.

IV.3.1.1. Sachant que, dans cette zone, la puissance mécanique reste constante, évaluer la puissance électrique à dissiper dans R . En déduire les grandeurs qui restent constantes dans cette partie et donner leurs valeurs numériques.

IV.3.1.2. Établir la relation qui existe entre V, U_0, I_a et v .

IV.3.1.3. Pour les valeurs de v suivantes : 300 km/h, 250 km/h, 200 km/h, 156 km/h, déterminer la valeur de V et la valeur à donner à l'excitation J de la machine synchrone.

IV.3.2. Dans la seconde partie notée BC, J est maintenu constant et égal à la dernière valeur trouvée à la question précédente et on néglige la résistance des enroulements statoriques.

IV.3.2.1. Quelle grandeur reste constante dans cette zone de fonctionnement ?

IV.3.2.2. De quel paramètre de réglage dispose-t-on pour contrôler le freinage ?

IV.3.2.3. En supposant que l'on maintienne constant le courant I_a , comment évolue la tension U_0 en fonction de v ? Justifier votre réponse.

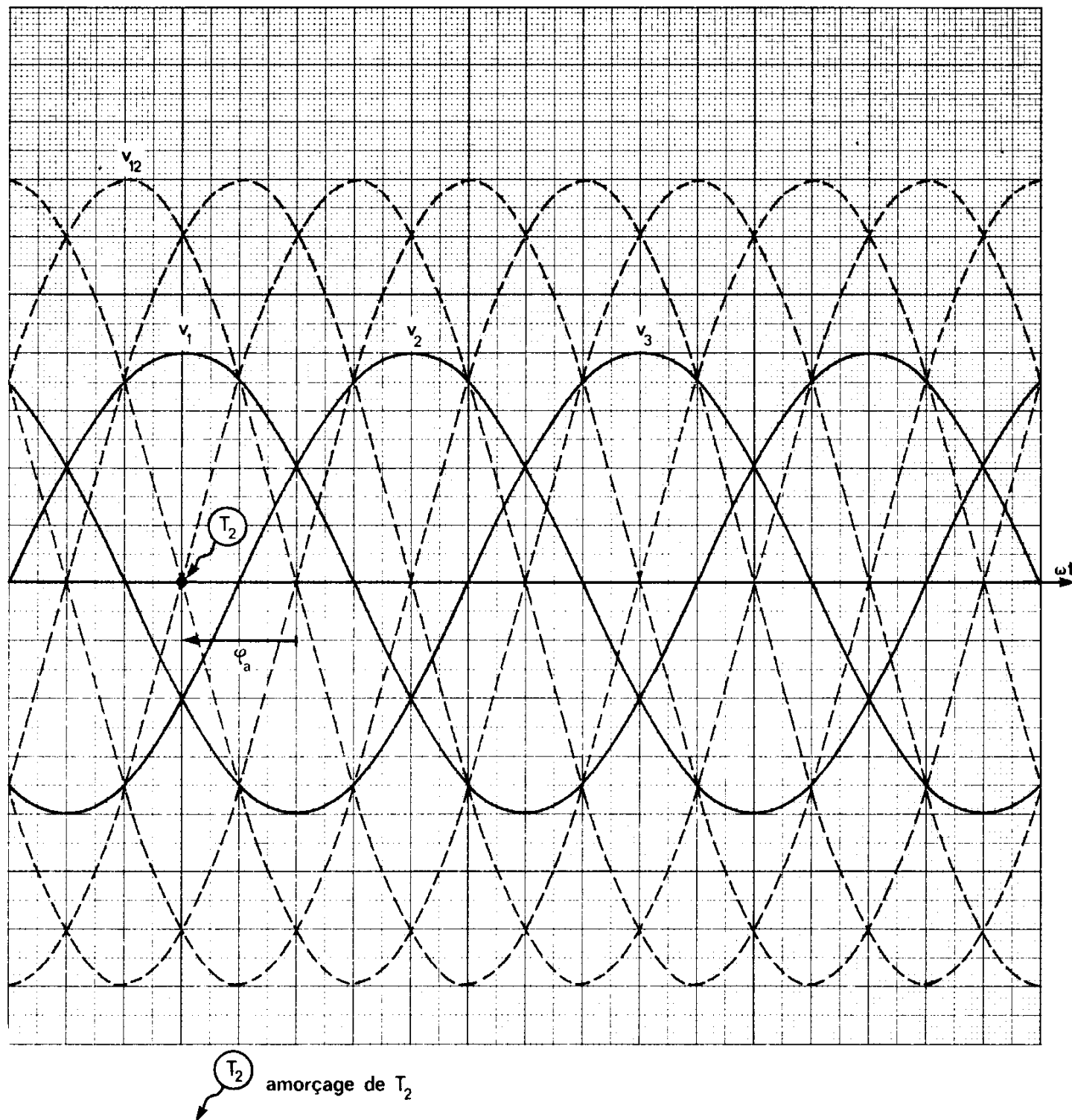
IV.3.2.4. Déterminer l'évolution du paramètre de réglage en fonction de la vitesse, en supposant $I_a = \text{constante}$.

IV.3.2.5. Calculer la puissance dissipée dans R en fonction de v .

IV.3.2.6. Quelles sont les contraintes maximales subies par l'interrupteur H ?

IV.3.2.7. Expérimentalement, on fait varier le paramètre de réglage en provoquant une augmentation de I_a aux basses vitesses. Quelles sont la ou les hypothèses qui deviennent injustifiées aux basses vitesses ?

IV.3.3. Expliquer comment évoluent les différentes grandeurs mécaniques et électriques dans la dernière partie notée OC.



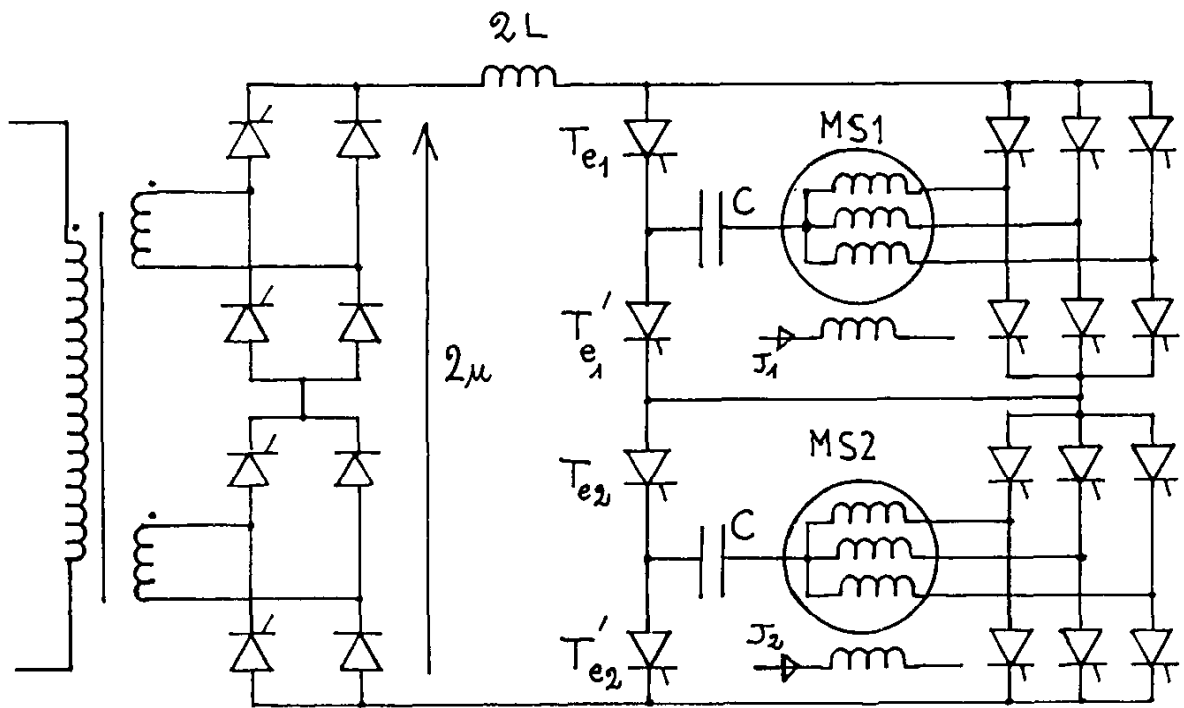


FIGURE 1

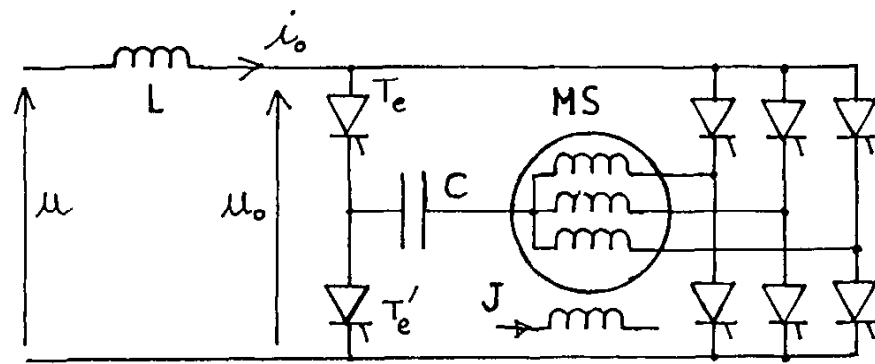


FIGURE 2

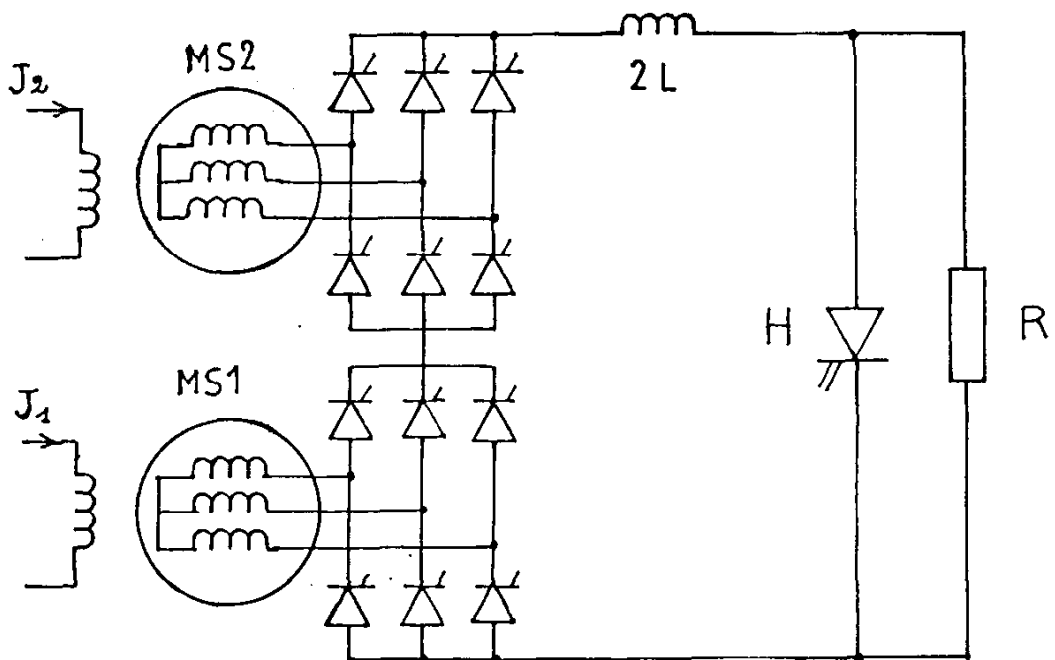


FIGURE 3

CARACTÉRISTIQUES À VIDE :

$$E = f(J) \text{ à } n = 2\,000 \text{ tr/min}$$

E = tension simple à vide

J = courant d'excitation

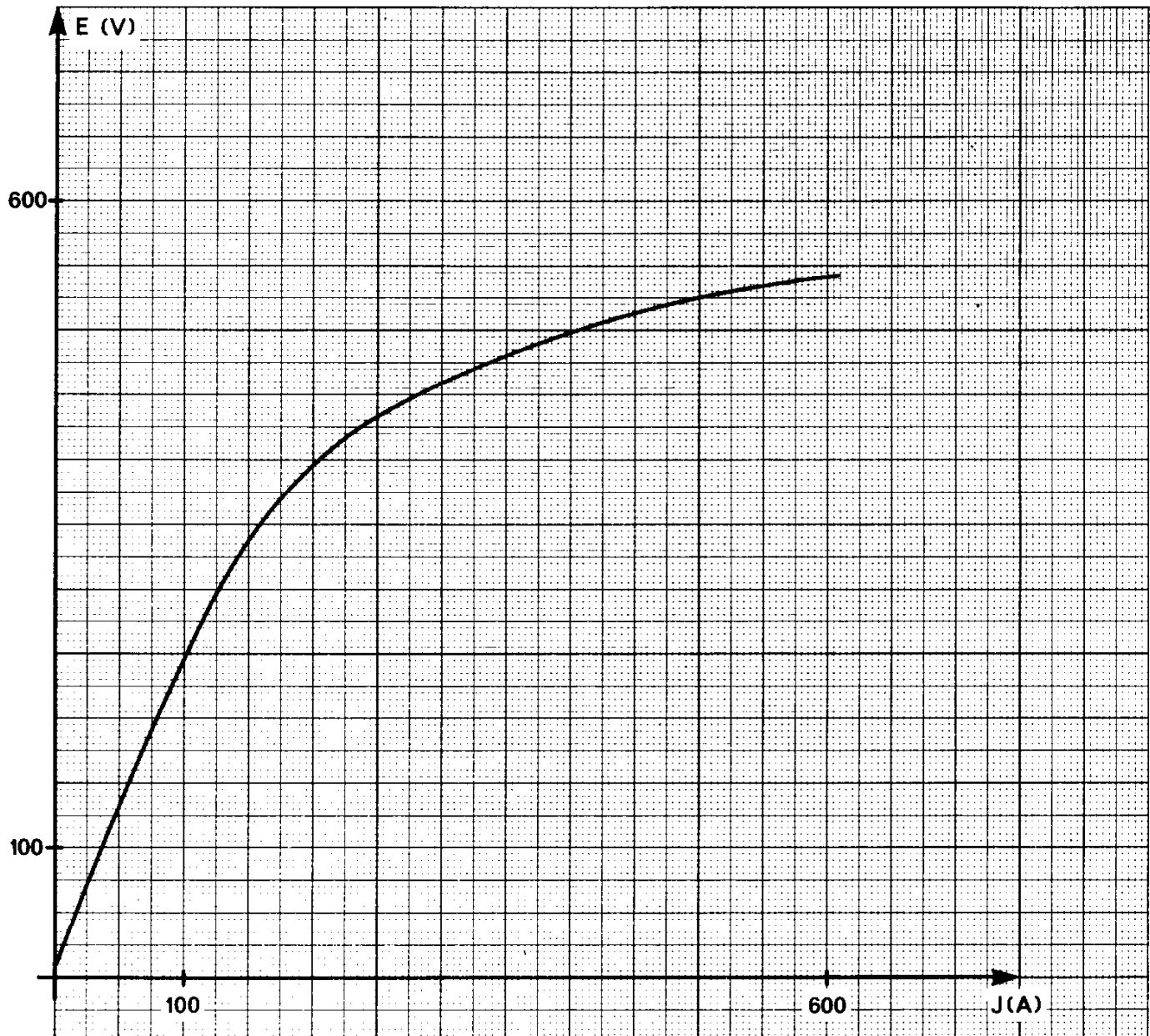


Figure 4

Une expression analytique du flux ϕ créé par J est :

$$\phi = \frac{E}{\omega} = a + bJ + cJ^2 + dJ^3 + eJ^4$$

ϕ en Wb ; E en V ; ω en rad/s ; J en A

$$a = 1,633 \cdot 10^{-2} \quad b = 4,852 \cdot 10^{-3} \quad c = -1,175 \cdot 10^{-5}$$

$$d = 1,367 \cdot 10^{-8} \quad e = -6,22 \cdot 10^{-12}$$

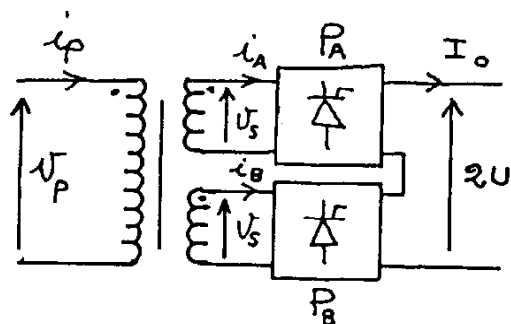


FIGURE 5

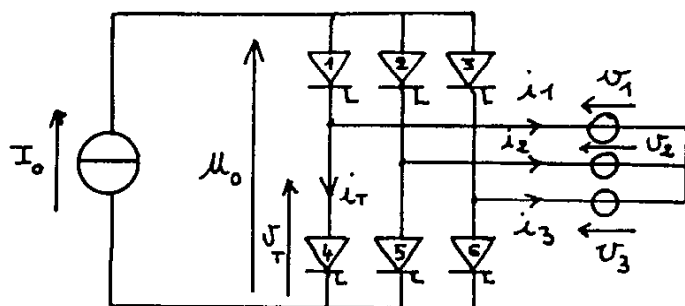


FIGURE 6

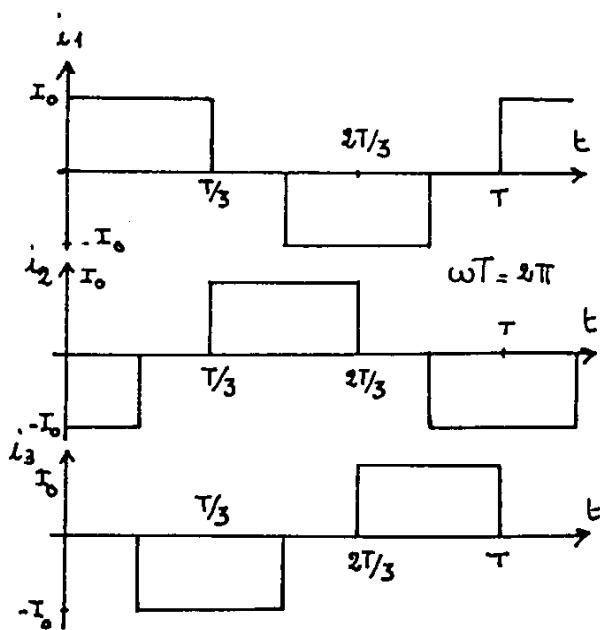


FIGURE 7

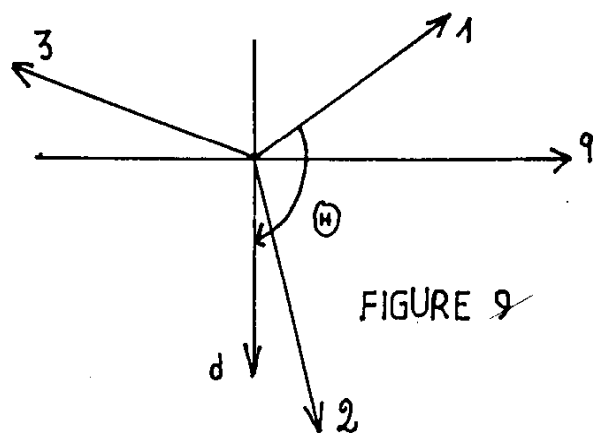


FIGURE 9

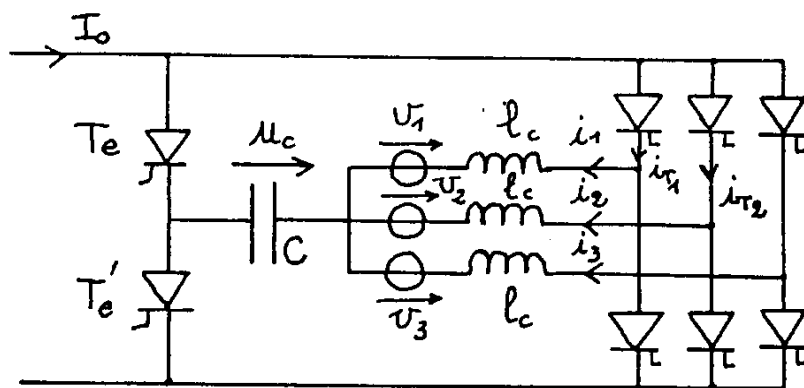


FIGURE 8

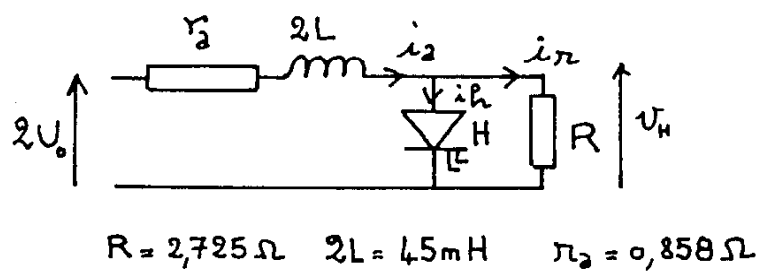


FIGURE 11

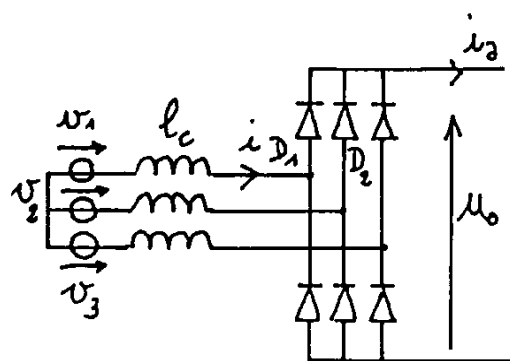


FIGURE 12

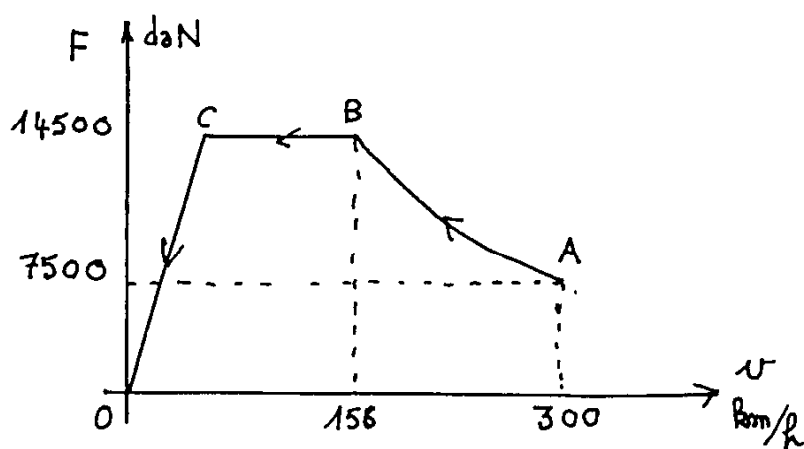


FIGURE 13

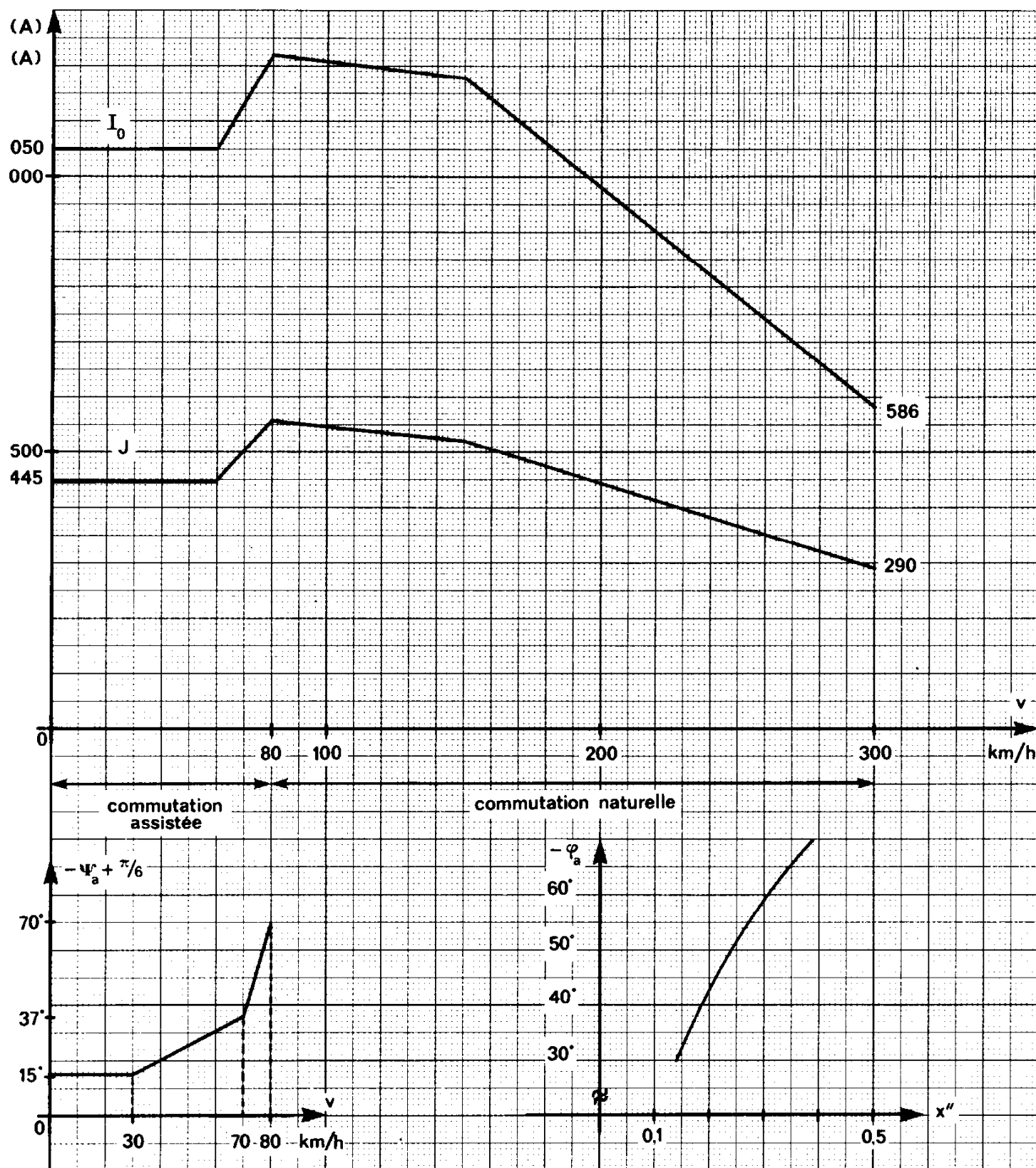


Figure 10

XO 1

J. 2902-A

AGRÉGATION**session de 1990**

**concours interne
et concours d'accès à l'échelle de rémunération
des professeurs agrégés**

**COMPOSITION SUR LA PHYSIQUE
ET LE TRAITEMENT AUTOMATISÉ DE L'INFORMATION**

Durée : 5 heures

**Épreuve commune aux options
PHYSIQUE ET CHIMIE, PHYSIQUE ET PHYSIQUE APPLIQUÉE**

Aucune documentation n'est autorisée.

Calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Rappel du texte définissant la nature de l'épreuve.

Le candidat propose, pour un niveau et des objectifs désignés, une progression relative à une partie d'un programme de lycée, classes post-baccalauréat comprises, en approfondit quelques points, prévoit un accompagnement expérimental utilisant éventuellement l'ordinateur, élabore des exercices propres à consolider l'acquisition des connaissances, savoir-faire et méthodes ainsi qu'à participer à l'évaluation des élèves.

Organisation de l'épreuve.

La première partie a pour but d'aider le candidat à rassembler les éléments lui permettant de traiter la deuxième partie. Les questions y ont été classées selon un ordre qui ne suggère aucune progression pédagogique. Le candidat doit s'efforcer de résoudre les questions posées dans la première partie, même s'il ne souhaite pas les utiliser toutes dans la seconde partie.

Dans la seconde partie, il est demandé au candidat de proposer une progression relative au paragraphe « 2. Interférences, diffraction » de la partie « B. Physique ondulatoire » du programme de la classe de Mathématiques spéciales P'. Un extrait du programme et les horaires de cette classe sont rappelés en annexe.

Le candidat peut utiliser, s'il le souhaite, les questions évoquées dans la première partie même s'il ne les a résolues que partiellement. Le candidat garde la liberté d'introduire des points qui n'auraient pas été abordés dans la première partie et qu'il estime nécessaires à la cohérence de sa progression.

Une troisième partie concerne des aspects complémentaires de la lumière à travers un problème que le candidat doit résoudre. Cette troisième partie est indépendante des deux précédentes.

PREMIÈRE PARTIE

I. MODÉLISATION

Une grandeur oscillante est représentée par $s(t) = A \cos \omega t$. On appellera intensité la grandeur $I = \langle s^2(t) \rangle$, $\langle s^2(t) \rangle$ désignant la valeur moyenne temporelle de $s^2(t)$ sur une durée $\Delta t \gg \frac{2\pi}{\omega}$.

1. Deux ondes scalaires planes, progressives, de même pulsation ω , d'amplitudes A_1 et A_2 , de vecteurs d'onde $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$, interfèrent au point P de l'espace repéré par le vecteur $\vec{OP} = \vec{r}$. Donner l'expression de l'amplitude complexe de la vibration résultante puis de l'amplitude réelle. Calculer l'intensité $I(\vec{r})$ au point $\vec{r}$. Quelles sont les surfaces d'égale intensité ?

Calculer l'intensité $I_1(\vec{r})$ et $I_2(\vec{r})$ de chacune des ondes supposée seule. Comparer avec $I(\vec{r})$ et commenter.

2. On considère deux sources lumineuses S_1 et S_2 , ponctuelles, cohérentes, émettant en phase des vibrations de même amplitude et de même période. La célérité de l'onde est c et la longueur d'onde est λ . On représente $s_1 = A \cos \omega t$ et $s_2 = A \cos \omega t$ les grandeurs vibratoires en S_1 et S_2 . On pose $a = S_1 S_2$, $\delta = S_2 P - S_1 P$ où P représente un point de l'espace, et l'on appelle O le milieu du segment $S_1 S_2$.

2.1. Montrer que, assez loin des sources, les surfaces d'égale intensité sont des hyperboloïdes.

2.2. Déterminer l'intensité en un point P situé :

a. dans un plan parallèle à $S_1 S_2$, à une distance D grande devant a et au voisinage de O' projection de O sur ce plan. Définir l'interfrange. Quelle est la valeur moyenne spatiale de l'intensité observée sur le plan ?

b. dans un plan perpendiculaire à $S_1 S_2$ et à une distance de S_1 grande devant a .

On pose $\theta = (\overrightarrow{S_2 S_1}, \overrightarrow{OP})$. Montrer que l'on observe des anneaux alternativement sombres et brillants.

L'anneau brillant correspondant à l'ordre d'interférence p_k est vu du point O sous le diamètre angulaire $2\theta_k$. Exprimer l'angle θ_k , supposé petit, en fonction de p_k , λ et a , puis en fonction de p_k , a , λ et p_0 où p_0 est l'ordre d'interférence au centre.

II. DISPOSITIFS EXPÉRIMENTAUX ET APPLICATIONS

1. Décrire brièvement deux dispositifs expérimentaux de production d'interférences lumineuses à l'exception de l'interféromètre de Michelson. On précisera le champ d'interférence dans le cas où cela est possible.
2. Citer et décrire sommairement au moins deux applications scientifiques ou industrielles des interférences.
3. Décrire deux expériences mettant en évidence des interférences dans d'autres domaines que l'optique.

III. CAS D'UNE SOURCE PRIMAIRE ÉTENDUE

On utilise le dispositif des trous d'Young (S_1, S_2) éclairé par une fente rectangulaire de largeur b et de hauteur h émettant avec une intensité uniforme de la lumière monochromatique, spatialement incohérente (fig. 1). Le phénomène est observé dans le plan $x O' y$ parallèle au plan de la source primaire. On s'intéresse aux rayons émis d'un point P (X, Y) de la fente et reçus au point M (x, y) du plan d'observation.

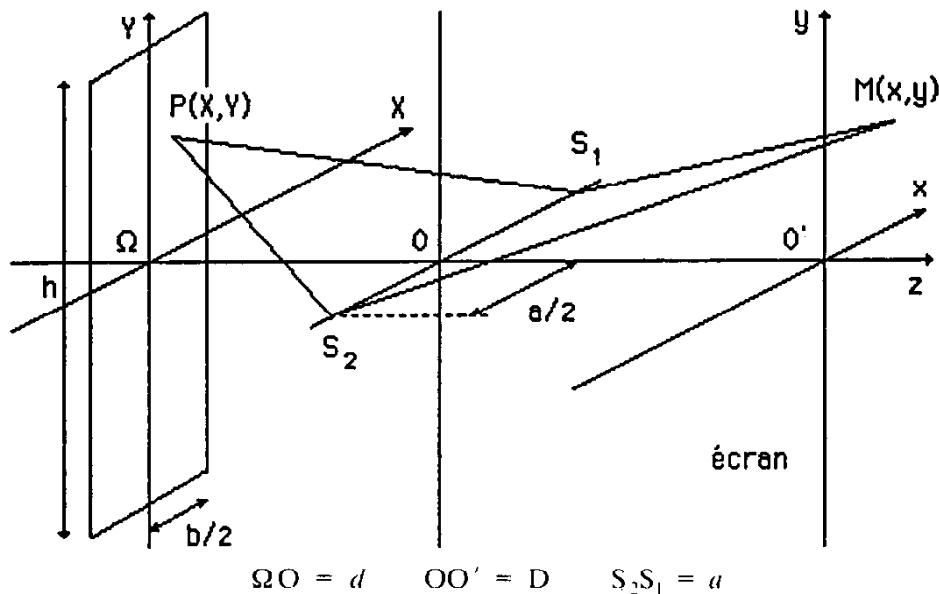


Figure 1

On suppose que $a, |X|, |Y|, |x|$ et $|y|$ sont petits devant les distances d et D .

1. Exprimer en fonction de a , X , x , d et D l'avance de phase de la vibration émise par P et passant par S_2 sur la vibration émise par P et passant par S_1 .
2. En déduire l'intensité recueillie au point M . Montrer qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$I = K \left[1 + \frac{\sin\left(\frac{\pi ab}{\lambda D}\right)}{\frac{\pi ab}{\lambda D}} \cos\left(\frac{2\pi xa}{\lambda D}\right) \right].$$

Pour quelles valeurs de b , les franges disparaissent-elles ?

IV. CAS D'UNE SOURCE POLYCHROMATIQUE

On réalise des interférences à deux ondes à l'aide d'une source primaire polychromatique supposée ponctuelle. On se place dans l'hypothèse où la différence de marche δ des deux rayons qui interfèrent ne dépend pas de la longueur d'onde.

Dans la source primaire ne sont présentes que les radiations de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 ($\lambda_2 > \lambda_1$) de même intensité lumineuse. Les deux longueurs d'onde sont voisines et l'on pose :

$$\lambda_1 = \lambda \quad \text{et} \quad \lambda_2 = \lambda + \Delta\lambda \quad \text{avec} \quad \frac{\Delta\lambda}{\lambda} \ll 1.$$

1. Montrer que l'intensité peut se mettre sous la forme :

$$I(\delta) = I_0 \left[1 + V(\delta) \cos\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right) \right]$$

où V est le facteur de visibilité.

Donner l'allure de $V(\delta)$ en fonction de δ . Quelle est la signification physique de $V(\delta)$ négatif ?

On définit localement le contraste des franges par :

$$C = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$$

où $I_{\max}$ et $I_{\min}$ sont respectivement les valeurs locales maximale et minimale de I .

Donner l'expression littérale de C .

2. On utilise la raie jaune du mercure, constituée d'un doublet de longueur d'onde moyenne $\lambda = 578 \text{ nm}$. On constate que la périodicité de réapparition (ou de disparition) des franges exprimée en nombre de franges est de 288.

Calculer $\Delta\lambda$.

Quel appareil utiliseriez-vous pour faire cette mesure ? Donnez-en une description sommaire.

V. CARACTÉRISTIQUE DE LA LUMIÈRE ÉMISE PAR UNE SOURCE LUMINEUSE PONCTUELLE

1. On se place ici dans l'hypothèse où un atome émet un paquet d'ondes scalaires sinusoïdales. La densité spectrale d'amplitude $a(\omega)$ de ces ondes en fonction de la pulsation ω suit la loi :

$$a(\omega) = \frac{A}{\omega_2 - \omega_1}$$

où A est une constante non nulle pour $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$; $a(\omega)$ est nulle en dehors de cet intervalle. A l'instant $t = 0$, toutes ces ondes sont en phase et cette phase commune est prise égale à zéro. La grandeur lumineuse $s(t)$ correspondant à l'onde résultante à l'instant t au niveau de la source est définie, en notation complexe, par :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(\omega) e^{-i\omega t} d\omega.$$

- 1.1. Calculer l'amplitude de l'onde résultante $s(t)$ à l'instant t au niveau de la source. Soit 2τ la durée de l'émission de l'atome. Donner un ordre de grandeur de τ en fonction de la différence $\omega_2 - \omega_1$.

- 1.2. Quelle est la date qui correspond au centre du paquet ?

2. On considère maintenant une source lumineuse de dimensions négligeables formée d'un très grand nombre n d'atomes identiques à l'atome étudié précédemment. On suppose l'intensité de la source suffisamment faible. Dans ces conditions, chaque atome émet indépendamment des autres ; on note t_m la date qui correspond au centre du paquet d'ondes émis par l'atome repéré par l'indice m . Il s'ensuit que l'onde $S(t)$ au voisinage immédiat de la source résulte de la superposition de n paquets d'ondes, approximativement ceux émis sur l'intervalle $(t - \tau, t + \tau)$, la distribution des valeurs de t_m étant aléatoire sur cet intervalle.

- 2.1. Donner l'expression de $S(t)$ sous forme :

$$S(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} c(\omega) e^{i\phi(\omega)} e^{-i\omega t} d\omega$$

où $c(\omega)$ est réelle.

- 2.2. D'après ce qui précède, $S(t)$ est la somme d'ondes sinusoïdales de pulsation ω , d'amplitude $c(\omega)$ et de phase $\phi(\omega)$. Sur quelle durée faut-il analyser l'onde pour que son amplitude et sa phase puissent être considérées comme constantes ?

Quel est le comportement de $c(\omega)$ et de $\phi(\omega)$ sur un intervalle de temps $T \gg \tau$?

- 2.3. n étant très grand, montrer que l'amplitude moyenne de $c(\omega)$ est proportionnelle à $\sqrt{n}$. En quoi ce résultat est-il en accord avec le bon sens du point de vue de l'intensité ?

- 2.4. On montre à partir du modèle précédent que la fluctuation quadratique moyenne ΔI de l'intensité I est telle que $\frac{\Delta I}{I}$ est de l'ordre de l'unité.

Pour certaines sources très intenses, on constate que $\frac{\Delta I}{I}$ est très inférieur à l'unité. Quelle hypothèse remettez-vous en cause ?

Donner un exemple d'une telle source.

VI. DIFFRACTION

A

1. On considère une fente à bords rectilignes de hauteur grande devant sa largeur b éclairée sous incidence normale par une onde plane monochromatique de longueur d'onde λ . On n'observe les phénomènes que dans des directions perpendiculaires à la hauteur de la fente dans un plan (P) très éloigné (diffraction à l'infini).

Dans l'approximation du principe de Huygens-Fresnel :

- 1.1. Exprimer l'amplitude de la vibration envoyée dans la direction θ (fig. 2) par une portion élémentaire de la fente (de largeur $d\xi$ et de hauteur unité). On prendra comme origine des phases celle de l'onde émise par le centre O de la fente.

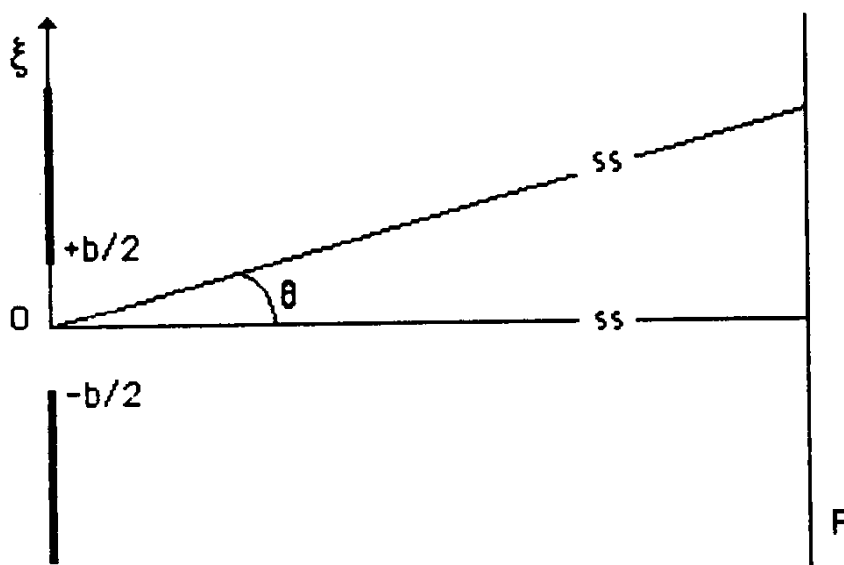


Figure 2

- 1.2. Donner l'amplitude puis l'intensité lumineuse envoyée dans la direction θ par la totalité de la fente.
- 1.3. Si l'on pose $\alpha = \frac{\sin \theta}{\lambda}$, montrer que l'amplitude vibratoire $A(\alpha)$ peut s'écrire sous la forme d'une transformée de Fourier de la répartition vibratoire dans le plan de la fente $T(\xi)$:

$$(1) \quad A(\alpha) = \int_{-\infty}^{+\infty} T(\xi) e^{\epsilon i 2\pi \alpha \xi} d\xi \quad \text{avec} \quad \epsilon = \pm 1$$

selon le choix pris pour l'écriture de la phase de l'onde. Préciser $T(\xi)$ dans le cas particulier considéré ici.

2. On translate la fente dans son plan d'une distance ξ_0 parallèlement à $O\xi$ (fig. 2). Trouver simplement à l'aide de l'expression (1) comment sont modifiés $A(\alpha)$ et $I(\alpha)$.

3. En utilisant les résultats obtenus en 2. :

3.1. Calculer l'amplitude vibratoire envoyée dans la direction θ par un système de N fentes identiques de largeur b dont les centres sont espacés de a (fig. 3).

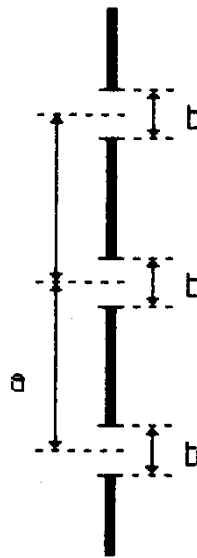


Figure 3

3.2. Calculer l'intensité vibratoire en fonction de α , puis en fonction des coordonnées du point courant appartenant au plan d'observation ramené à distance finie à l'aide d'une lentille.

3.3. L'expression obtenue pour l'intensité est le produit de deux facteurs. En la comparant à celle obtenue en 1.2., pour une fente seule, que peut-on en conclure ?

4. L'application du principe de Huygens-Fresnel montre que le phénomène de diffraction est la résultante d'un processus d'interférences. Peut-on le montrer sur l'expression obtenue en 3.2. dans le cas particulier où $N = 2$ et en prenant $a = b$?

5. Dans le cas général de N fentes traité en 3. :

5.1. Déterminer pour quelles valeurs de α on observe des maximums d'interférences. Calculer dans ces cas la valeur du terme d'interférence.

5.2. Montrer que les maximums les plus intenses coïncident avec tous ceux obtenus lorsque $N = 2$.

On définit la largeur d'un pic principal d'interférence par la distance entre deux zéros consécutifs.

Calculer cette largeur dans le plan d'observation. Pouvez-vous, sans calculs, justifier l'affinement du pic observé par rapport au cas $N = 2$ en considérant, par exemple, le pic central (cas où $\sin \theta \approx \theta$) ?

Rappel.

La somme des N premiers termes d'une suite géométrique a pour expression :

$$S = \sum_{n=0}^{N-1} x^n = \frac{x^N - 1}{x - 1}.$$

B

Les figures 4 et 5 reproduisent des ouvertures diffractantes éclairées sous incidence normale par une onde plane monochromatique ainsi que leur figure de diffraction à l'infini.

Associer chaque ouverture avec sa figure de diffraction en précisant bien, chaque fois, les raisons de votre choix.

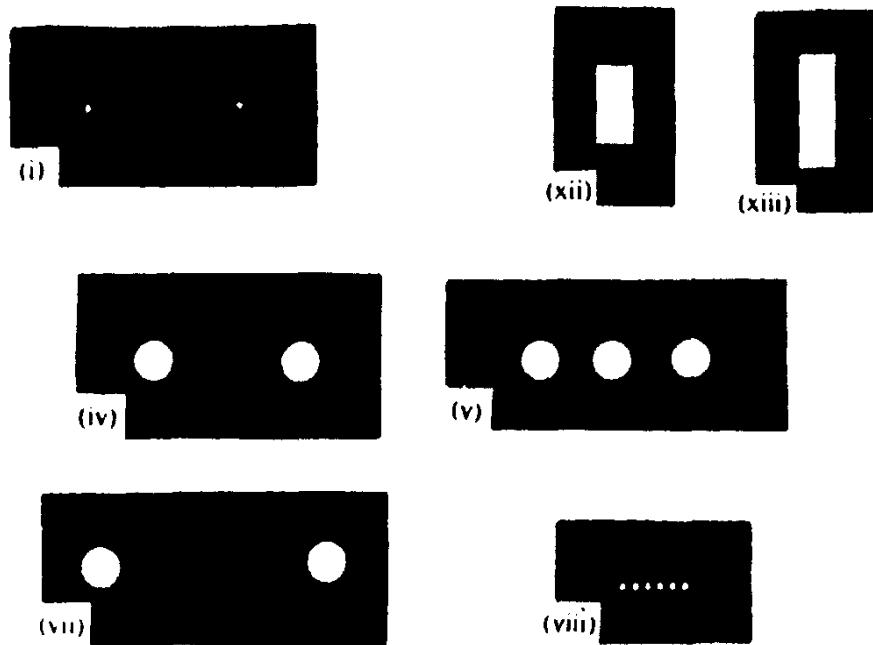


Figure 4

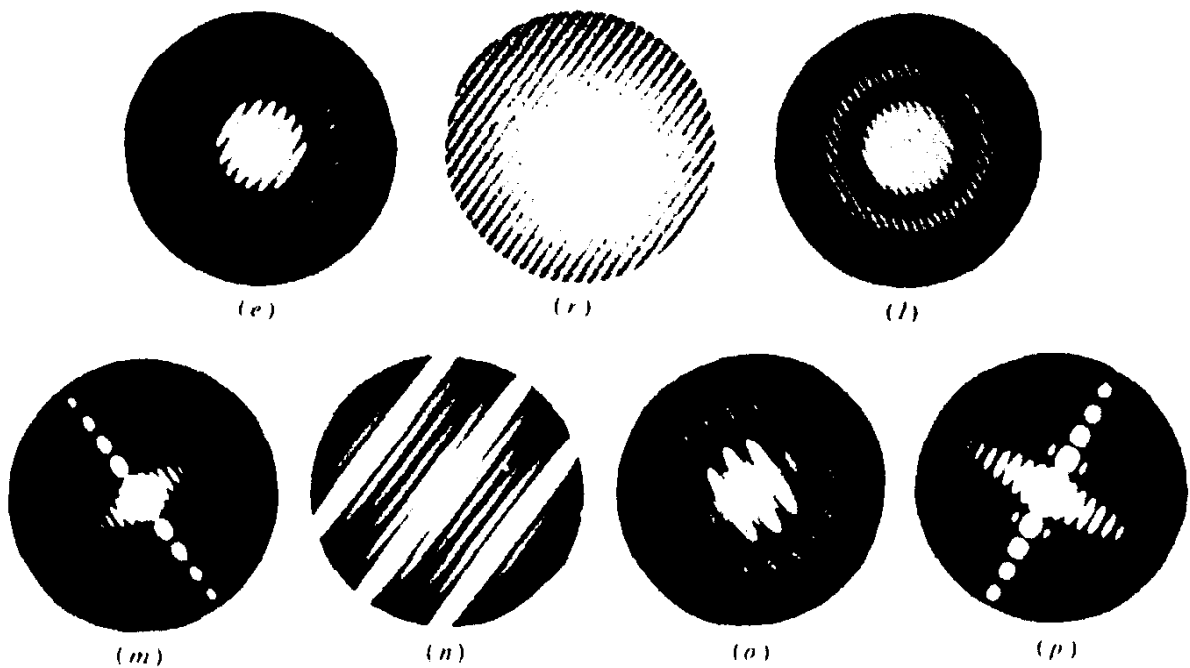


Figure 5

DEUXIÈME PARTIE

Le candidat propose une progression relative au paragraphe « 2. Interférences, diffraction » de la partie « B. Physique ondulatoire » du programme de physique de la classe de Mathématiques Spéciales P'. Si le candidat le juge utile, il peut faire référence aux questions abordées dans la première partie en citant le numéro précis de la question.

Il est demandé de :

- décrire sommairement les expériences réalisées par le professeur ;
- proposer des exercices ou des problèmes qui peuvent comprendre ceux dont la résolution a été demandée dans la première partie. Préciser leur place dans la progression et leur rôle selon qu'ils sont destinés à l'assimilation d'un point de cours, à l'illustration d'un ordre de grandeur, à la justification de l'emploi d'une technique ou d'un appareil, à la vérification des capacités acquises.

La rédaction de cette partie doit être concise et ne doit pas dépasser trois pages.

TROISIÈME PARTIE

Rédiger la solution de la partie ci-dessous d'un problème du type « Concours aux grandes écoles » et intitulée :

Réflexion de la lumière sur un métal

Cette partie du problème étudie la réflexion normale de la lumière sur la surface des métaux simples comme les alcalins. Elle utilise la théorie électromagnétique classique de Maxwell et le modèle élémentaire du gaz d'électrons libres pour le métal.

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $Oxyz$, les trois vecteurs unitaires étant notés $\hat{x}$, $\hat{y}$, et $\hat{z}$. Le demi-espace $z > 0$ est entièrement occupé par un métal de surface $z = 0$ non chargée.

Une onde électromagnétique incidente, plane, progressive, polarisée rectilignement et sinusoïdale de pulsation ω se propage dans le demi-espace vide $z < 0$ selon la direction des z croissants. On écrit son champ électrique, en notation complexe, sous la forme :

$$\vec{E}_i(z, t) = E_0 \cdot \hat{x} \cdot e^{i(k_0 z - \omega t)}$$

E_0 et k_0 étant deux réels positifs.

On rappelle que le champ magnétique s'obtient par la relation :

$$\vec{B}_i = \frac{\hat{z} \wedge \vec{E}_i}{c}.$$

On suppose que le métal a des permittivités électrique et magnétique ϵ_0 et μ_0 identiques à celles du vide. On désigne par n le nombre par unité de volume des électrons de conduction de masse m et par e la charge élémentaire.

On appelle pulsation de plasma :

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n e^2}{m \epsilon_0}}$$

on donne :

$$\begin{aligned} m &= 0,9 \cdot 10^{-30} \text{ kg}; & \mu_0 &= 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1} \\ e &= 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}; & c &= (\epsilon_0 \cdot \mu_0)^{-\frac{1}{2}} = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \end{aligned}$$

On rappelle les formules suivantes concernant le rotationnel d'un vecteur $\vec{a}$ et l'expression de son laplacien vectoriel $\Delta \vec{a}$ en coordonnées cartésiennes x, y, z :

$$\operatorname{div} \operatorname{rot} \vec{a} = 0 \quad \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{a} = \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{a} - \Delta \vec{a}$$

$$\Delta \vec{a} = \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \vec{a}}{\partial z^2}.$$

- I.1. Écrire les équations de Maxwell dans la partie conductrice où le champ électrique est $\vec{E}$, le champ magnétique $\vec{B}$, la densité de charge ρ et la densité du courant $\vec{j}$.
- I.2. Dans un modèle simplifié, on fait abstraction de l'agitation thermique et on suppose que tous les électrons de conduction ont même vitesse $\vec{v}$ par rapport au réseau cristallin et qu'en plus des forces électrique et magnétique, ils sont soumis à une force de freinage $-\frac{m \vec{v}}{\tau_0}$ par électron.

On cherche le champ électrique $\vec{E}$ de l'onde qui s'est établi dans le métal sous la forme :

$$\vec{E}(z, t) = \tau \cdot E_0 \cdot \hat{x} \cdot e^{i(kz - \omega t)}$$

k et τ étant des quantités complexes.

En appliquant la relation fondamentale de la dynamique à un électron et en négligeant la force magnétique, montrer que $\vec{j}$ peut se mettre sous la forme $\vec{j} = \sigma(\omega) \cdot \vec{E}$, $\sigma(\omega)$ étant complexe.

On précisera les approximations faites.

- I.3. La conductivité σ du sodium à la température ambiante mesurée en courant continu est $2,1 \cdot 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. Sa densité d'électrons de conduction vaut $n = 2,65 \cdot 10^{28} \text{m}^{-3}$. Calculer τ_0 . Quelle est sa signification physique ?

- II. On suppose que la pulsation ω du champ $\vec{E}$ est du domaine de l'optique donc que $\omega \gg \frac{2\pi}{\tau_0}$.

- II.1. Quelle hypothèse vous semble remise en cause ?

Montrer qu'on peut néanmoins conserver la relation :

$$\vec{j} = \sigma(\omega) \cdot \vec{E} \quad \text{avec} \quad \sigma(\omega) = \frac{n e^2}{-i \omega m}.$$

- II.2. On admet que la relation précédente reste applicable dans le contexte étudié même au voisinage de $z = 0$. Montrer que la densité de charge ρ dans le métal est nulle et que $\vec{E}$ satisfait à l'équation :

$$\Delta \vec{E} = \frac{\omega_p^2 - \omega^2}{c^2} \cdot \vec{E}$$

- III. On suppose maintenant que $\left(\frac{2\pi}{\tau_0}\right) \ll \omega < \omega_p$.

- III.1. Calculer $\vec{E}(z, t)$ et $\vec{B}(z, t)$ dans le métal et les exprimer à l'aide de τ , E_0 , ω et $\delta = c(\omega_p^2 - \omega^2)^{-\frac{1}{2}}$. Que peut-on dire de l'onde dans le métal ?

- III.2. Les courants volumiques $\vec{j}(z, t)$ qui se sont établis dans le métal créent dans le demi-espace vide $z \leq 0$ une onde réfléchie que l'on admet être de la forme :

$$\vec{E}_r = r \cdot E_0 \cdot \hat{x} \cdot e^{i(-k_0 z - \omega t)}$$

r étant complexe.

Déterminer r et τ en fonction de δ , ω et c à l'aide de la continuité des champs électrique et magnétique en $z = 0$.

Quelle conséquence physique tirez-vous de l'expression de r ?

III.3. Application numérique.

Calculer un ordre de grandeur de la profondeur de pénétration du champ électromagnétique pour une onde lumineuse de longueur $\lambda = 0,6 \mu\text{m}$ dans le cas du sodium.

III.4. Lorsque le paramètre δ défini en III.1. est très petit, on peut considérer que les courants circulent uniquement sur la surface $z = 0$ avec une densité de courant $\vec{j}_s = j_s \cdot \hat{x}$.

Donner l'expression du champ électromagnétique créé par cette nappe de courant dans le demi-espace $z > 0$. En déduire que l'onde réfléchie a bien la forme admise à la question III.2.

IV. Expérimentalement on étudie la réflexion de la lumière sous incidence normale sur des lames métalliques à faces parallèles d'épaisseur l .

IV.1. À partir de quelle valeur de l les résultats obtenus précédemment s'appliquent-ils sans modification ?

Que faut-il considérer si tel n'est pas le cas ?

IV.2. Les mesures expérimentales montrent que lorsque la longueur d'onde λ de la lumière incidente diminue, le pouvoir réfléchissant très élevé des métaux alcalins s'effondre et que ceux-ci deviennent transparents dans l'ultraviolet. Le tableau ci-dessous rassemble les densités électroniques n et les longueurs d'onde de coupure λ_c obtenues expérimentalement (pour $\lambda < \lambda_c$ le film métallique est transparent).

	Li	Na	K	Rb
$n (10^{28} \text{ m}^{-3}) \dots\dots\dots$	4,70	2,65	1,40	1,15
$\lambda_c (\mu\text{m}) \dots\dots\dots$	0,155	0,210	0,315	0,340

Le modèle étudié rend-il compte du phénomène ? S'il existe des divergences, comment les interprétez-vous ?

ANNEXE

**Programme et horaires de physique des classes
de mathématiques Spéciales P,P'.**

1) Horaires.

Cours de physique : 7 heures

Travaux pratiques de physique : 2,5 heures

2) Extrait du programme.

B — Physique ondulatoire

Cette partie du programme sera étudiée en liaison notamment avec la partie C — Electromagnétisme.

L'ordre de présentation est laissé au libre choix du professeur

Programme	Commentaires
1. Equation d'onde classique à une dimension	— La forme de l'équation d'onde sera établie dans deux cas : ondes électromagnétiques, propagation d'une onde longitudinale dans un fluide.
Forme générale des solutions ; solutions stationnaires ; ondes progressives ; principe de superposition. Vibrations longitudinales et transversales.	— On se limitera à une description qualitative et expérimentale.
Solution avec deux conditions aux limites ; modes propres ; superposition de solutions stationnaires, analyse en série de Fourier. Ondes planes progressives, vecteur d'onde. Paquet d'ondes.	
2. Interférences, diffraction	
Interférences non localisées entre deux ondes cohérentes.	— Toute étude générale de la cohérence est exclue. On se limitera au cas d'ondes scalaires. En optique, on utilisera la représentation scalaire.
Interférences à l'infini entre N ondes cohérentes ; réseaux plans, pouvoir dispersif et pouvoir de résolution.	
Principe de Huygens-Fresnel ; diffraction à l'infini d'une onde plane par une ouverture rectangulaire, cas de la fente. Rôle de la diffraction en pratique dans l'utilisation des réseaux et dans le pouvoir séparateur des instruments d'optique.	— Le principe de Huygens-Fresnel sera simplement énoncé.
3. Optique géométrique	
Approximation de l'optique géométrique ; rayons lumineux ; réflexion, réfraction. Principe de Fermat, conséquences. Miroirs sphériques et lentilles sphériques minces dans l'approximation de Gauss.	— On se bornera à une description qualitative de cette approximation. — Toute étude générale des systèmes centrés est exclue. La méthode matricielle est hors programme. Le but est de familiariser les élèves avec des montages simples comportant des lentilles et des miroirs. Il est particulièrement recommandé d'utiliser des représentations géométriques. L'étude du prisme sera faite en travaux pratiques.

B.O. n° 34 - 13 octobre 1988

C — Electromagnétisme

Une épreuve portant *uniquement* sur les phénomènes de rayonnement est exclue.

Programme

Commentaires

1. Electrostatique

Equilibre électrostatique d'un conducteur dans le vide :
théorème de Coulomb.
Condensateurs.

Energie d'un condensateur.

— On introduira, à propos du condensateur plan, la densité volumique d'énergie $\frac{\epsilon_0}{2} E^2$. On admettra la validité

générale de cette expression ; l'expression de l'énergie électrostatique en fonction du potentiel et de la densité de charges est en dehors du programme.

2. Magnétostatique dans le vide

Champ magnétique défini par son action sur des courants. Force de Lorentz, force de Laplace. Action d'un champ magnétique uniforme sur un circuit filiforme indéformable, moment magnétique, énergie potentielle d'interaction, couple.

Les courants comme sources du champ magnétique.
Champ créé par une distribution stationnaire de courants. Loi de Biot et Savart. Conservation du flux de $\vec{B}$.
Potentiel vecteur $\vec{A}$. Expression du potentiel vecteur créé par une distribution stationnaire de courants. Théorème d'Ampère.
Equations locales du champ magnétostatique.
Dipôle magnétique : signification physique.
Champ créé, actions subies.

— Le potentiel scalaire magnétique est hors programme.

B.O. 3. Induction

Champ électromoteur d'induction ; f.e.m. d'induction pour un circuit ou une portion de circuit filiformes.

Induction mutuelle de deux circuits ; Induction propre.
Energie magnétique.

— On considérera le cas du déplacement d'un circuit dans un champ magnétique stationnaire et le cas d'un circuit fixe dans un champ magnétique variable.

— On se limitera au cas de deux circuits filiformes.

— On introduira à propos du solénoïde infini la densité d'énergie $\frac{B^2}{2\mu_0}$ dont on admettra la validité générale ;

l'expression de l'énergie magnétostatique

$$\iiint \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{A} \, d\tau \text{ est en dehors du programme.}$$

Expression de la loi de Faraday sous forme locale.

4. Equations de Maxwell

Equations de Maxwell.

Energie électromagnétique, puissance échangée entre un champ électromagnétique et des porteurs de charges libres. Vecteur de Poynting, densité d'énergie électromagnétique.

— Le formalisme quadridimensionnel et les transformations relativistes des champs sont hors programme.

5. Propagation

Equation de propagation des champs électrique et magnétique dans le vide. Transversalité des champs. Caractère vectoriel des ondes électromagnétiques, états de polarisation.

— Les potentiels retardés sont hors programme.

— On indiquera l'action d'une lame quart d'onde et d'une lame demi-onde sur un état de polarisation rectiligne. On supposera les lames « idéales », c'est-à-dire sans absorption. Toute étude de leur structure, de leur fonctionnement et de leur réalisation pratique est hors programme.

— L'étude des lames ne pourra faire l'objet de questions aux concours qu'en travaux pratiques.

Comportement, sous incidence normale, d'une onde électromagnétique au voisinage d'un conducteur. Limite du conducteur parfait.

6. Rayonnement

Champ électromagnétique rayonné à grande distance par un dipôle électrique.
Puissance rayonnée.

Approximation locale par une onde plane.

— On énoncera sans démonstration la formule donnant le champ électromagnétique rayonné à grande distance, dont la connaissance ne pourra être exigée ni aux épreuves écrites ni aux épreuves orales.
La théorie générale du rayonnement est hors programme.
Toute étude des antennes est hors programme.

E — Milieux

Programme

Commentaires

1. Milieux diélectriques

Notions sur les processus microscopiques de polarisation : polarisation électronique, atomique et ionique, polarisation d'orientation.

Champ électrique macroscopique. Vecteur polarisation macroscopique. Distribution macroscopique de charges équivalentes ; densité de courant équivalente dans le cas d'une polarisation variable dans le temps.

Approximation linéaire ; susceptibilité.

Vecteur $\vec{D}$.

Relations de passage entre deux milieux.

Propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu diélectrique, linéaire, homogène, isotrope et non magnétique ; dispersion ; absorption ; indice complexe ; vitesse de phase ; vitesse de groupe.

— Toute étude thermodynamique des propriétés des milieux diélectriques est hors programme.

— Les aspects dynamiques seront abordés et illustrés à l'aide du modèle de la « charge élastiquement liée » pour la polarisation électronique et du modèle de Debye avec l'introduction d'un temps de relaxation pour la polarisation d'orientation.

— On introduira le champ macroscopique comme une moyenne spatiale du champ microscopique sans toutefois soulever les difficultés méthodologiques que pose cette moyenne.

On introduira la notion de champ local et on admettra l'expression de Lorentz pour les milieux denses isotropes.

— On se limitera au cas des milieux isotropes.

— Aucune dénomination n'est imposée pour le vecteur $\vec{D}$.

2. Milieux magnétiques

Sources microscopiques du champ magnétique. Moment magnétique et moment cinétique. Précession de Larmor.

— Toute étude thermodynamique des propriétés des milieux magnétiques est hors programme.

— Toute étude quantique est hors programme.

Champ magnétique macroscopique $\vec{B}$. Vecteur aimantation macroscopique. Courants macroscopiques équivalents. Vecteurs $\vec{H}$.
Aimantation induite ; susceptibilité magnétique ; perméabilité.
Diamagnétisme. Paramagnétisme.

— On introduira le champ magnétique macroscopique comme une moyenne spatiale du champ microscopique. Aucune dénomination n'est imposée pour le vecteur $\vec{H}$.

— On interprétera le diamagnétisme à partir de la précession de Larmor. Pour le paramagnétisme, on traitera le modèle de Langevin ou un modèle à deux niveaux.

Ferromagnétisme. Étude macroscopique. Aimantation spontanée. Hystérésis. Importance pratique du ferromagnétisme.

— L'étude des circuits magnétiques est hors programme.

0. n° 34 - 12 octobre 1988

AGRÉGATION

session de 1990

**concours interne
et concours d'accès à l'échelle de rémunération
des professeurs agrégés**

COMPOSITION AVEC EXERCICES D'APPLICATION

Durée : 5 heures

Option : **CHIMIE**..... page 2

Option : **PHYSIQUE APPLIQUÉE**..... page 13

Calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique à fonctionnement autonome, non imprimante — autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

5 feuilles de papier millimétré pour chacune des options.

Aucun document n'est autorisé, notamment tableau périodique interdit.

*Les candidats doivent traiter le sujet
correspondant à l'option à laquelle ils sont inscrits*

Option : **CHIMIE**

QUELQUES ASPECTS DE LA CHIMIE DU CHLORE

Le texte suivant est centré sur l'étude de quelques aspects de la chimie du chlore et de ses composés. Les différentes parties sont strictement indépendantes.

On a regroupé en tête différentes valeurs numériques à utiliser dans la suite.

Les indices g, l, s, d, placés après une formule chimique signifient gaz, liquide, solide, dissous. Ils ne sont utilisés qu'en cas d'ambiguïté.

Données physico-chimiques.

Constante des gaz parfaits : $R = 8,32 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

$\mathcal{F} = 1 \text{ Faraday} = 96\,500 \text{ Coulombs}$.

Numéro atomique et masse atomique de quelques éléments :

	H	O	Na	Cl	Br
Z.....	1	8	11	17	35
M (g · mol ⁻¹)	1,0	16,0	23,0	35,5	79,9

Potentiels normaux de quelques couples rédox relatifs à l'électrode normale à hydrogène.

$\text{H}_2\text{O}/\text{H}_2$	$E^\circ = 0,00 \text{ V}$
$\text{O}_2/\text{H}_2\text{O}$	$E^\circ = + 1,23 \text{ V}$
Na^+/Na	$E^\circ = - 2,71 \text{ V}$
Br_2/Br^-	$E^\circ = + 1,08 \text{ V}$

$\text{Cl}_{2,\text{g}}/\text{Cl}^-$	$E^\circ = + 1,359 \text{ V}$
$\text{Cl}_{2,\text{d}}/\text{Cl}^-$	$E^\circ = + 1,395 \text{ V}$
HClO/Cl^-	$E^\circ = + 1,50 \text{ V}$
$\text{HClO}_2/\text{Cl}^-$	$E^\circ = + 1,56 \text{ V}$
$\text{ClO}_3^-/\text{Cl}^-$	$E^\circ = + 1,45 \text{ V}$
$\text{ClO}_4^-/\text{Cl}^-$	$E^\circ = + 1,38 \text{ V}$

Pk des acides oxygénés du chlore (pour ceux qui sont faibles) :



I. Récolte du chlorure de sodium

Le diagramme de cristallisation des systèmes eau-chlorure de sodium comporte trois branches que l'on supposera linéaires :

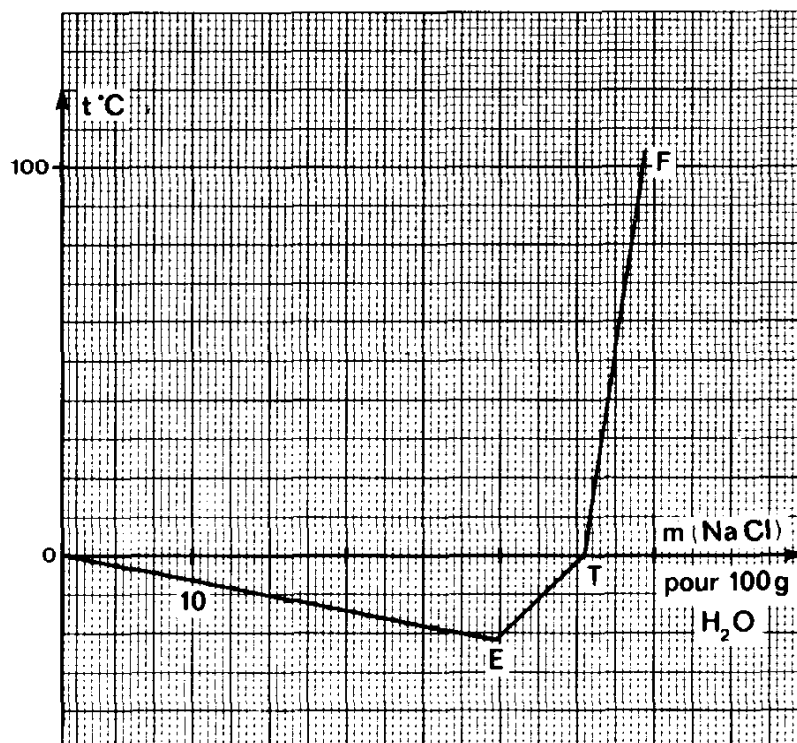
- branche OE : équilibre glace-solution ;
- branche ET : équilibre $\text{NaCl} \cdot 2\text{H}_2\text{O}$ -solution ;
- branche TF : équilibre NaCl -solution.

(F est le point d'ébullition d'une solution saturée).

On le représente ci-dessous en portant en abscisse la masse de NaCl (en grammes) pour 100 grammes d'eau, en ordonnée la température Celsius.

Les coordonnées des points remarquables sont :

E	— 21,6°	29,7 g
T	+ 0,2°	35,7 g
F	+ 105,0°	39,4 g



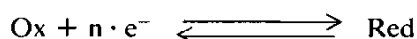
1. Sur un diagramme de cristallisation, qu'appelle-t-on liquidus ? Qu'appelle-t-on solidus ? Indiquer le liquidus et le solidus de la partie représentée du diagramme eau- NaCl .
2. En France, la récolte du sel, à partir de l'eau de mer se fait par simple évaporation. Quelle est la composition de la saumure saturée à 25 °C ?

3. Dans la région d'Arkhangelsk (URSS), au bord de la mer Blanche, le climat ne permet pas de procéder de la même façon. On peut proposer la technique suivante :
- Avant l'hiver, l'eau de mer qui contient 2,96 g de sel pour 100 g d'eau est admise dans des rigoles. À quelle température va se former une couche de glace à la surface des rigoles ?
 - Le froid devient très rigoureux ; la température descend communément en dessous de $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$; la couche de glace grossit protégeant la saumure des chutes de neige. Comment évolue la composition de la saumure ? Quelle limite atteint-on quand les grands froids sont installés ?
 - Vient ensuite une saison très froide, sèche et ventée. La saumure est alors admise dans des bassins exposés au vent. Quel cristal va se déposer par évaporation ?
 - Ce cristal est récolté puis réchauffé (au printemps). Que se passe-t-il alors ?
 - Déterminer la composition du système (nature et masse des phases) obtenu en amenant 100 g du sel récolté, à la température $t = 25\text{ }^{\circ}\text{C}$.

II. Production industrielle du chlore

La production industrielle du chlore s'effectue par électrolyse des solutions aqueuses de chlorure de sodium.

1. Quand on étudie sur une électrode de nature déterminée une réaction d'oxydo-réduction du type :

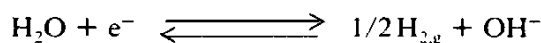


la densité de courant j , relative à cette réaction est, dans les cas simples, de la forme :

$$j = j_0 \cdot \left[\exp \left(\alpha \cdot \frac{n \cdot \mathcal{F}}{R \cdot T} \cdot \eta \right) - \exp \left(- (1 - \alpha) \cdot \frac{n \cdot \mathcal{F}}{R \cdot T} \cdot \eta \right) \right]$$

On rappelle que, conventionnellement, l'intensité correspondant à l'oxydation est comptée positivement (elle est représentée par le premier terme) ; celle correspondant à la réduction est comptée négativement (elle est représentée par le second terme).

- Justifier le fait que la mesure de l'intensité du courant dans une électrode représente la vitesse de la réaction rédox.
 - Donner la définition de la surtension η .
 - Lorsque la surtension η est nulle, l'électrode est en équilibre. Préciser la signification physique de j_0 , densité de courant à l'équilibre. Qu'appelle-t-on réaction rapide ? réaction lente ?
 - Expliquer la signification physique du paramètre α appelé coefficient de transfert.
2. On étudie le dégagement d'hydrogène par réduction de l'eau lors de l'électrolyse d'une solution de soude de concentration $c_0 = 0,1\text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$, dans une première expérience sur une électrode en fer, dans une seconde expérience sur une électrode en mercure :



Les caractéristiques cinétiques sont les suivantes :

électrode	α	j_0 ($\text{A} \cdot \text{cm}^{-2}$)
Fe	0,5	$1,6 \cdot 10^{-6}$
Hg	0,5	$3,0 \cdot 10^{-15}$

Déterminer les surtensions permettant d'obtenir pour chaque électrode :

$$|j| = 0,005 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}, \quad |j| = 0,05 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}, \quad |j| = 0,5 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2};$$

on prendra $T = 298 \text{ K}$. Tracer les deux courbes densité de courant-surtension (On utilisera comme échelle $0,1 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$ par cm pour j et $0,1 \text{ V}$ par cm pour η). Commenter.

3. Toutes les électrolyses des solutions aqueuses de chlorure de sodium se font grâce à des anodes inertes vis-à-vis des produits. On a d'abord utilisé le graphite.

a. Comment sont constituées les électrodes modernes (électrodes DSA) ?

b. Représenter sur un même graphique les courbes densité de courant-potentiel (*remarque* : les courbes tracées précédemment sont des courbes densité de courant-surtension) [pour cela on calculera les surtensions nécessaires pour obtenir $j = 0,005 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$, $j = 0,05 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$, $j = 0,5 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$ et on prendra $T = 298 \text{ K}$]:

- pour l'oxydation des ions chlorures ($j_0 = 10^{-3} \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$, $\alpha = 0,5$, activité des ions chlorures (Cl^-) = 1);
- pour l'oxydation du solvant ($j_0 = 10^{-10} \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$, $\alpha = 0,5$, au contact de l'électrode le pH de la solution est $\text{pH} = 4$).

Afin de simplifier les calculs de cette question on a donné des valeurs de α réalistes mais approchées. (On utilisera comme échelle $0,1 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$ par cm pour j et $0,2 \text{ V}$ par cm pour E).

c. Commenter ces courbes et déterminer quelle réaction se produit à l'anode.

4. Dans un premier type d'électrolyseurs on utilise des cathodes en fer. Pour répondre à cette question on ajoute aux données de la question II.3 toujours valables, la valeur du pH au contact de la cathode, $\text{pH} = 14$.

a. Justifier, grâce aux courbes intensité-potentiel, la nature de la réaction cathodique.

b. Compte tenu des produits apparaissant à l'anode quelle(s) réaction(s) parasite(s) risque(nt) de se produire ?

c. Quels sont les moyens mis en œuvre industriellement pour éviter cette (ou ces) réaction(s) ?

d. Estimer la tension théorique aux bornes de la cellule dans les conditions précédentes, pour obtenir $j = 0,5 \text{ A} \cdot \text{cm}^{-2}$.

e. Industriellement la tension nécessaire est supérieure à la valeur trouvée. Quels phénomènes sont responsables de cette augmentation ?

5. Dans un autre type d'électrolyseurs, la cathode est en mercure. On sait que le sodium est soluble dans le mercure ; on obtient un amalgame ; compte tenu de ce phénomène, il faut considérer un nouveau potentiel standard :



cette réaction est une réaction rapide. Le pH de la solution au contact de l'électrode est voisin de 14.

- Écrire la loi de Nernst pour l'équilibre précédent.
 - À l'aide des courbes intensité-potentiel, justifier la nature de la réaction sur la cathode en mercure.
 - Dans ces installations la cathode est circulante : à la sortie de l'électrolyseur, le mercure est envoyé dans un réacteur appelé décomposeur dans lequel il entre en contact avec du fer (ou du carbone) ; le décomposeur reçoit également un courant d'eau. À l'aide des courbes intensité-potentiel montrer qu'il se passe deux réactions l'une à l'interface mercure-eau, l'autre à l'interface fer-eau. Quels sont les produits qui sortent du décomposeur ?
6. Aux bornes d'une cellule à cathode en fer la tension est 3,45 V ; elle est de 4,4 V aux bornes d'une cellule à cathode en mercure.
- Estimer l'énergie nécessaire pour produire une tonne de chlore dans chacun des deux cas. Le résultat sera exprimé d'abord en joules puis en kWh.
 - Ce résultat semble montrer que l'un des procédés est nettement plus intéressant ; en fait le bilan énergétique global amène les deux techniques pratiquement à égalité. Quelle opération rend nécessaire l'utilisation d'un complément d'énergie ?
7. Les deux procédés considérés ci-dessus, qui sont utilisés majoritairement en Europe, tendent à être supplantés par une technique dans laquelle les compartiments anodiques et cathodiques sont séparés par une membrane qui permet le passage des cations Na^+ mais pas des anions, OH^- notamment. Quelle est la nature des polymères organiques permettant d'obtenir cette propriété ?
8. L'élément brome, sous forme d'ions bromures, se trouve concentré dans les eaux mères d'où l'on a précipité le chlorure de sodium (dans les salines par exemple). Dans cette situation, quelle réaction chimique très simple utilise-t-on pour préparer le dibrome ?

III. Les composés du chlore en solution aqueuse

Les propriétés des différents composés d'un élément, au contact d'un solvant tel que l'eau, peuvent être visualisées grâce à un certain nombre de représentations dont les plus classiques sont :

- les diagrammes de Frost ;
- les diagrammes de Pourbaix ou diagrammes tension-pH.

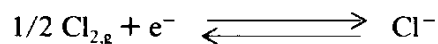
Un diagramme de Frost pour un élément est relatif à un solvant (on prendra l'eau) et à un pH donné. Chaque composé est représenté par un point :

- dont l'abscisse est le nombre d'oxydation de l'élément dans le composé ;
- dont l'ordonnée, y , est le produit de ce nombre d'oxydation par le potentiel normal apparent, au pH précisé, de la demi-réaction rédox entre le corps simple et le corps composé. Ce potentiel normal apparent étant relatif à une électrode de référence précisée.

À chaque pH, on ne considère que les espèces majoritaires du point de vue des équilibres acide-base.

On réunit les différents points par des segments ; un diagramme de Frost se présente donc sous forme d'une ligne brisée.

1. Considérons la demi-réaction :



Son potentiel normal, par rapport à l'électrode normale à hydrogène (ENH) est $E^0 = 1,359 \text{ V}$. Montrer que l'ordonnée du point figuratif de l'ion chlorure dans un diagramme de Frost du chlore représente la variation d'enthalpie libre d'une réaction que l'on écrira (préciser l'unité d'énergie).

Ce résultat, montré dans un cas particulier, est évidemment tout à fait général.

2. On donne les coordonnées de certains points nécessaires à la construction du diagramme de Frost du chlore à $\text{pH} = 0$ et à $\text{pH} = 14$:

$\text{pH} = 0$	N.O.	- I	0	+ I	+ III	+ V	+ VII
	espèces	Cl^-	$\text{Cl}_{2,\text{d}}$	HClO	HClO_2	ClO_3^-	ClO_4^-
	y (eV)	?	0	?	4,845	7,305	?

$\text{pH} = 14$	N.O.	- I	0	+ I	+ III	+ V	+ VII
	espèces	Cl^-	$\text{Cl}_{2,\text{d}}$	ClO^-	ClO_2^-	ClO_3^-	ClO_4^-
	y (eV)	?	0	?	1,605	2,265	?

Compléter ce tableau à l'aide des données du début de l'énoncé.

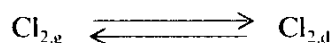
Tracer le diagramme de Frost des composés du chlore à $\text{pH} = 0$ et à $\text{pH} = 14$ (On utilise comme échelle 1 eV par cm pour l'enthalpie libre et 2 cm par unité de degré d'oxydation).

- 3.a. Montrer à l'aide de ce diagramme que trois seulement des espèces contenant l'élément chlore, peuvent être thermodynamiquement stables au contact de l'eau.
- b. Montrer également que le dichlore dissous ne peut exister comme espèce majoritaire qu'à un des pH considérés.
- 4.a. Les données numériques utilisées ci-dessus et le diagramme établi laissent-ils prévoir un pouvoir oxydant important des ions chlorates et des ions perchlorates en solution aqueuse ?

Ce pouvoir oxydant se manifeste-t-il ? Si oui, citer des expériences mettant en évidence cette propriété ; si non, justifier l'échec de ces prévisions.

- b. Les chlorates et les perchlorates sont également utilisés à sec ; pour quelle propriété ? Citer pour chaque type de sel, un exemple d'application.

5. Nous nous intéressons plus particulièrement aux degrés d'oxydation $-I$, 0 , $+I$ dont les propriétés seront visualisées par un diagramme de Pourbaix construit selon le plan suivant :
 - a. Limiter d'abord le plan E, pH en trois zones correspondant aux domaines de prédominance des espèces Cl^- , HClO , ClO^- ;
 - b. Considérant une solution d'un chlorure de concentration $c_0 = 0,1 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$, dans quel domaine du plan E, pH faut-il se placer pour obtenir un dégagement de dichlore sous la pression $p = 1 \text{ bar}$?
 - c. Considérant une solution de chlore au degré d'oxydation $+I$ (HClO ou ClO^-) de même concentration c_0 , dans quel domaine du plan E, pH obtiendra-t-on le dégagement de dichlore ?
 - d. Conclusion, après avoir tracé le domaine de stabilité thermodynamique de l'eau, en hachurant la zone du plan E, pH dans laquelle on obtient un dégagement de dichlore.
6. À l'aide des données fournies en début d'énoncé, calculer la constante de Henry pour le dichlore, constante de l'équilibre, à la température de 298 K :



7. Montrer que le dichlore dissous ne peut être une espèce majoritaire dans une solution d'un composé du chlore de concentration $c_0 = 0,1 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$.
8. On appelle eau de chlore la solution obtenue en faisant barboter (sous la pression $p = 1 \text{ bar}$), le dichlore dans de l'eau.
 - a. Évaluer les concentrations de toutes les espèces présentes dans cette solution (solution fraîchement préparée) ; calculer son pH ; calculer la tension par rapport à l'ENH d'une électrode de platine plongeant dans cette solution.
 - b. Discuter la stabilité de cette solution.
 - c. Citer quelques expériences mettant en évidence les propriétés de cette solution.
9. On appelle eau de Javel la solution obtenue en dissolvant du dichlore dans la soude.
 - a. Quelles sont les espèces majoritaires présentes dans l'eau de Javel ? Situer sur le diagramme établi en 5. la position du point figuratif de cette solution.
 - b. Que se passe-t-il si on ajoute de l'acide sulfurique dilué à cette solution ?
 - c. Citer quelques expériences mettant en évidence les propriétés de cette solution.

IV. Oxydo-réduction par voie sèche

1. Considérons une réaction chimique $\text{I} \rightleftharpoons \text{J}$ dont on connaît l'enthalpie standard et l'entropie standard à 298 K, $\Delta H^\circ(298)$ et $\Delta S^\circ(298)$. Les constituants I et J ont des capacités calorifiques molaires C_I et C_J considérées comme constantes. Montrer que l'enthalpie libre standard de la réaction à la température T peut se mettre sous la forme :

$$\Delta G^\circ(T) = A + B \cdot T \cdot \ln T + C \cdot T$$

où A, B et C sont des constantes que l'on exprimera en fonction de $\Delta H^\circ(298)$, $\Delta S^\circ(298)$, C_I et C_J .

2. Pour un très grand nombre de réactions, on peut se contenter, sur un domaine de température donné, de l'approximation d'Ellingham ; l'enthalpie libre standard de la réaction est alors fonction affine de T :

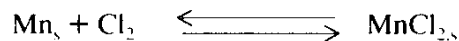
$$\Delta G^0(T) = \alpha + \beta \cdot T \quad (\alpha \text{ et } \beta \text{ constantes})$$

Montrer que cette approximation revient à considérer que ΔH^0 et ΔS^0 sont constantes. Calculer ΔH^0 et ΔS^0 en fonction de α et β .

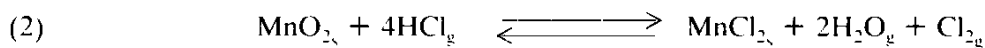
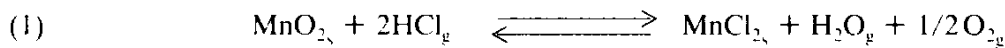
Le tableau suivant rassemble les enthalpies molaires standard de formation et les entropies molaires standard absolues utiles dans la suite ; elles sont considérées comme constantes.

	O_{2g}	H_2O_g	Cl_{2g}	HCl_g	MnO_{2s}	$MnCl_{2s}$	Mn_s
ΔH^0 (kJ).....		- 241,6		- 92	- 519,6	- 481,5	
S^0 (J · K ⁻¹).....	204,9	188,6	222,8	186,6	53,1	117,0	31,8

- 3.a. Calculer en fonction de la température, l'enthalpie libre standard de la réaction :



- b. Considérons maintenant un diagramme obtenu en portant en abscisse la température T et en ordonnée la quantité $y = RT \cdot \ln(p_{Cl_2})$. Ce diagramme permet de définir trois zones : $y = \Delta G^0(T)$, $y > \Delta G^0(T)$, $y < \Delta G^0(T)$. Définir pour chacune de ces zones la nature des systèmes chlore-manganèse pouvant exister.
4. On souhaite préparer du dichlore par réduction d'un oxyde d'un métal de transition par le chlorure d'hydrogène. On utilise l'oxyde de manganèse-IV, MnO_2 . Il peut se produire les deux réactions :

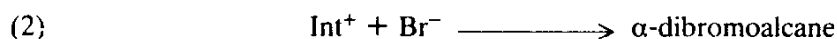
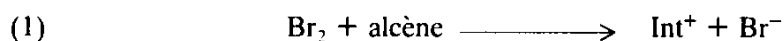


- a. Déterminer les variations d'enthalpie libre standard $\Delta G^0_1(T)$ et $\Delta G^0_2(T)$ des deux réactions en fonction de la température et les représenter graphiquement pour $400 \text{ K} < T < 1000 \text{ K}$ (on utilisera comme échelle 50 K par cm et 5 kJ par cm).
- b. Préciser la variance de ces équilibres.
- c. Discuter qualitativement suivant la température la possibilité d'obtenir du dichlore ou du dioxygène lorsqu'on enferme dans un réacteur MnO_2 et le chlorure d'hydrogène.

V. Les halogènes en chimie organique

1. Les halogènes Cl_2 , Br_2 , I_2 donnent des réactions d'addition avec les alcènes.

- a. Préciser les conditions expérimentales de ces réactions : nature de la phase réactionnelle, nature du solvant, conditions de température, présence éventuelle d'un catalyseur.
- b. Le cas de l'addition du dibrome a été particulièrement étudié. On a pu montrer que la réaction se fait en deux étapes :



Préciser la nature de l'intermédiaire de réaction noté Int^+ . Quelles preuves expérimentales peut-on apporter pour justifier ce mécanisme ?

- c. Représenter le ou les isomères obtenus en faisant agir le dibrome :

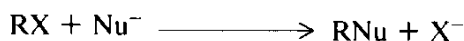
- sur le (Z)-but-2-ène ;
- sur le (E)-but-2-ène ;
- sur le cyclohexène.

2. L'action de Cl_2 et Br_2 sur le benzène et ses dérivés évolue de manière différente.

- a. Préciser pour ces deux halogènes le bilan et les conditions expérimentales (phase, solvant, température, catalyseur) de la réaction sur le benzène.
- b. Quel est le mécanisme de ces réactions ?

3. Étudier l'action de Cl_2 ou de Br_2 sur le phénol d'une part, sur le nitrobenzène d'autre part.

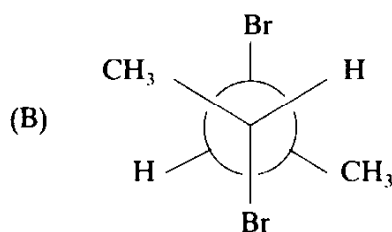
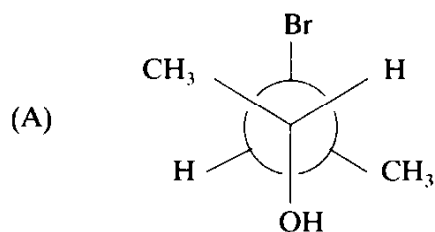
4. Considérons un dérivé monohalogéné aliphatique, noté RX . L'halogène peut être substitué par action d'un nucléophile noté Nu ou Nu^- :



Ces réactions se font dans les cas simples suivant l'un des deux mécanismes appelés SN_1 et SN_2 .

- a. Citer quelques nucléophiles classiques moléculaires ou ioniques.
- b. Préciser le mécanisme d'une réaction SN_1 . Quelles sont les caractéristiques cinétiques et stéréochimiques de cette réaction ? Discuter la facilité de cette réaction suivant la nature de l'halogène et suivant la nature du groupement R.
- c. Même question pour une réaction SN_2 .

5. Un 3-bromobutan-2-ol (A) est traité par HBr. On obtient uniquement un 2,3-dibromobutane (B). (A) et (B) sont représentés ci-dessous en notation de Newman.



- Préciser la configuration absolue des carbones asymétriques de (A) et de (B).
 - Les composés (A) et (B) sont-ils optiquement actifs ?
 - Si la réaction (A) $\longrightarrow$ (B) était une S_N1 , quel serait le produit final ? Même question si la réaction était une S_N2 . Conclure.
 - Pour expliquer le résultat expérimental on suppose que le mécanisme réactionnel est le suivant :

étape (1), protonation de (A) : $A + HBr \longrightarrow AH^+ + Br^-$;
 étape (2), déshydratation de AH^+ : $AH^+ \longrightarrow H_2O + Int^+$;
 étape (3), attaque nucléophile de Int^+ : $Int^+ + Br^- \longrightarrow B$.

 Représenter AH^+ et Int^+ . Expliquer pourquoi l'attaque de Int^+ par Br^- conduit obligatoirement à (B).
 - Quel(s) produit(s) (B') obtiendrait-on en traitant l'énantiomère de (A) par HBr ?
6. Les réactions de substitution S_N2 sont en concurrence avec des réactions d'élimination dites E_2 conduisant aux alcènes.
- Quelle est l'influence de la basicité du nucléophile sur l'orientation de ces réactions ? Quelle est l'influence de la nature du solvant ?
 - La réaction E_2 est généralement assez régiospécifique. Énoncer et justifier la règle d'orientation (règle de Zaitsev). Écrire le bilan de la réaction E_2 sur le 2-bromobutane.
 - La réaction E_2 est généralement assez stéréospécifique. Décrire le déroulement dans l'espace de l'acte élémentaire et représenter le produit obtenu dans le cas du (2*R*, 3*R*)-2-bromo-3-méthylpentane.
- 7.a. Quelles sont les conditions nécessaires pour transformer le monochlorobenzène en phénol ? Expliquer les différences entre cette réaction et celle qui permet de passer du 1-chlorobutane au butan-1-ol.
- b. À partir d'un polychlorophénol particulier, la réaction d'hydrolyse alcaline peut conduire si elle est mal maîtrisée à un produit particulièrement toxique. Donner la structure du phénol de départ, le nom trivial et la structure du produit toxique.

Option : PHYSIQUE APPLIQUÉE

Cette composition comprend deux problèmes totalement indépendants.

Ces deux problèmes sont obligatoires.

Les deux problèmes seront traités sur des copies différentes. Les candidats noteront de façon très visible, en haut de chaque feuille intercalaire, le numéro du problème abordé dans ledit intercalaire. Dans le cas où un(e) candidat(e) croit détecter une erreur dans l'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement dans sa copie, propose la correction, et poursuit en conséquence le problème.

Il (elle) prend bien entendu l'entière responsabilité de la correction proposée.

PREMIER PROBLÈME

Ce problème comporte les parties suivantes :

- I. Principe de l'échantillonnage (études de spectres de signaux).
- II. Étude d'un montage échantillonneur bloqueur.
- III. Étude de l'influence du blocage (étude d'un bloqueur et conséquences).
- IV. Systèmes bouclés :
 - modélisation d'un asservissement de vitesse de servo-moteur à courant continu ;
 - étude de l'asservissement analogique (pour modélisation) puis échantillonné.

Les différentes parties sont largement indépendantes.

On trouvera en annexe :

- une table de transformées en z ;
- un tableau de valeurs prises par la fonction $\sin x$ pour quelques valeurs de x .

On rappelle au candidat que plus un énoncé est long, plus il y est guidé.

I. Principe de l'échantillonnage

On désire échantillonner une tension $v(t)$ à l'aide d'un signal dit « d'échantillonnage » $e(t)$.

Pour cela, les deux tensions sont placées à l'entrée d'un multiplieur analogique de constante K (exprimée en V^{-1}) comme l'indique la figure 1.

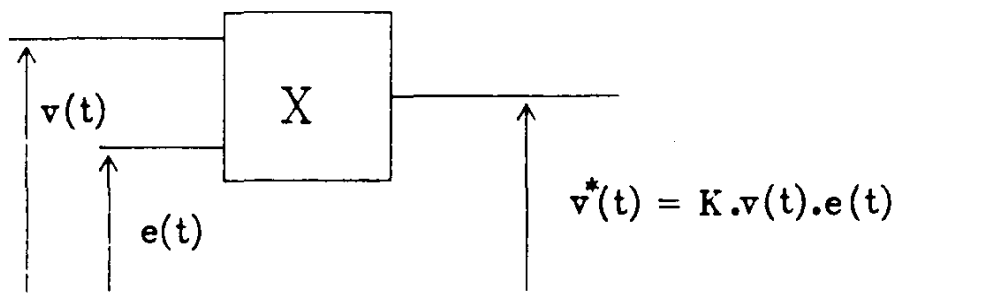


Figure 1

La tension $e(t)$ est une suite d'impulsions de durée τ , d'amplitude E , de période T_e . L'origine des temps est définie sur la figure 2.

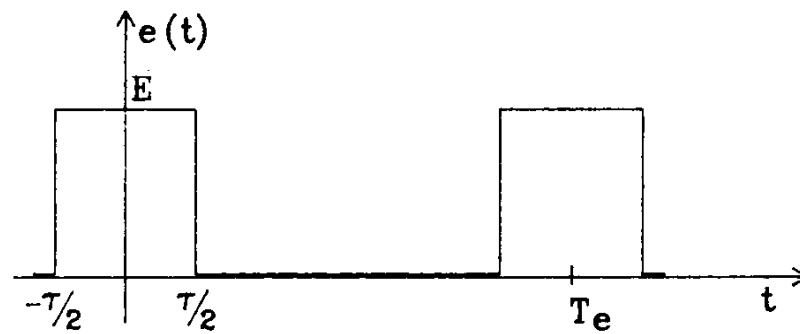


Figure 2

N.B. : les développements en série de Fourier et les spectres demandés par la suite pourront être déterminés :

- Soit avec des pulsations uniquement positives.

Le développement d'une fonction $f(t)$ de pulsation ω s'écrit alors :

$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t).$$

- Soit avec des pulsations positives et négatives.

Le développement d'une fonction $f(t)$ de pulsation ω s'écrit alors :

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{in\omega t}.$$

1. Signal d'échantillonnage.

- 1.1. Déterminer les coefficients du développement en série de Fourier de $e(t)$ avec l'origine des temps choisie.

- 1.2. Représenter l'enveloppe du spectre (d'amplitude) en fréquences de $e(t)$ en choisissant un rapport

$$\frac{\tau}{T_e} = 0,1.$$

- 1.3. Quels choix de l'amplitude E et de la durée τ permettent, sur une période, d'obtenir comme approximation d'une des impulsions précédentes, une impulsion de Dirac δ définie mathématiquement par :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1 \quad \text{et} \quad \delta(t) = 0, \quad \forall t \neq 0 ?$$

- 1.4. L'échantillonnage idéal correspond à un signal $e(t)$ formé d'une suite d'impulsions de Dirac.

Que devient le développement de $e(t)$?

Représenter le spectre du signal d'échantillonnage idéal.

2. Spectres d'un signal échantillonné.

2.1. Signal sinusoïdal.

Le signal $v(t)$ est sinusoïdal pur, de pulsation ω :

$$v(t) = V_M \cos \omega t.$$

On a, par hypothèse :

$$\omega < \frac{\omega_c}{2} = \frac{\pi}{T_e}.$$

Quel est le développement en série de Fourier de la tension de sortie du multiplieur $v^*(t)$:

2.1.1. dans le cas du signal d'échantillonnage idéal.

2.1.2. dans le cas du signal d'échantillonnage défini au 1.1 ?

Représenter l'enveloppe du spectre de $v^*(t)$ dans chaque cas avec :

$$\frac{\tau}{T_e} = 0,1 \text{ pour le cas 2.}$$

2.2. Signal à spectre borné.

Le signal $v(t)$ a le spectre donné figure 3.

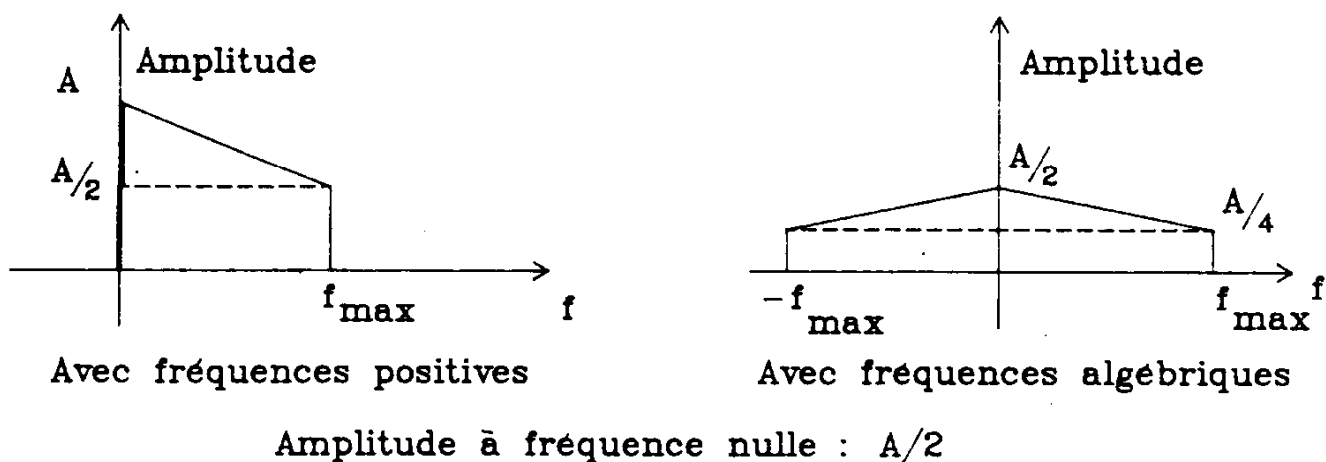


Figure 3

Par hypothèse :

$$\omega_{\text{MAX}} < \frac{\omega_c}{2}.$$

2.2.1. Donner l'allure du spectre de $v^*(t)$ dans le cas du signal d'échantillonnage idéal.

2.2.2. Comment se déforme-t-il dans le cas du signal d'échantillonnage défini au 1.1. ?

2.3.

2.3.1. Que se passerait-il si ω_{MAX} était supérieure à $\frac{\omega_c}{2}$ (ou $\omega > \frac{\omega_c}{2}$ dans le cas du 2.1. ?)

2.3.2. Quelle conclusion en tirez-vous ? Que faut-il placer avant l'échantillonneur pour éviter ce problème ?

2.3.3. Quel est le nom du théorème énonçant la condition à réaliser sur ω_{MAX} ?

II. Étude d'un montage échantillonneur bloqueur

On a besoin, dans certains systèmes, d'éviter le retour à 0 de la tension de sortie $v^*(t)$ après la prise d'échantillon : on bloque alors $v^*(t)$ à sa valeur actuelle jusqu'à la prise d'échantillon suivante.

Le schéma fonctionnel est celui de la figure 4.

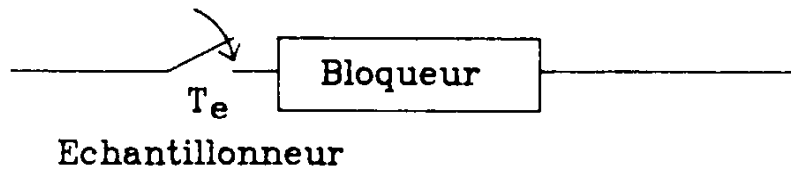


Figure 4

L'influence du bloqueur sur les spectres étudiés précédemment sera vue dans la partie III.

Cette partie II propose l'étude d'un montage réalisant la fonction échantillonneur-bloqueur.

Le montage est représenté figure 5.

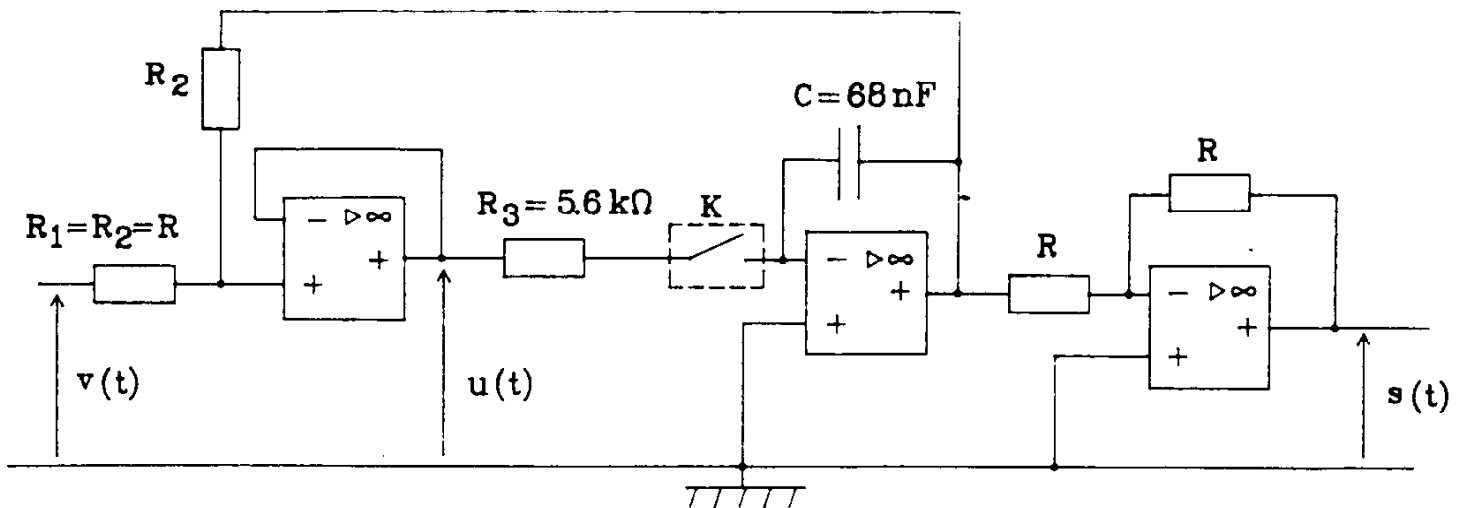


Figure 5

Les amplificateurs opérationnels sont supposés parfaits et fonctionnent en régime linéaire.

Le signal d'entrée $v(t)$ est de la forme :

$$v(t) = V_M \sin \omega t \quad \text{pour } t \in] - \infty, + \infty [$$

avec $V_M = 10 \text{ V}$
 $\omega = 25 \text{ rd/s.}$

L'interrupteur K est supposé idéal dans un premier temps.

Il est commandé par la grandeur $k(t)$ dont le graphe en fonction du temps est représenté figure 6.

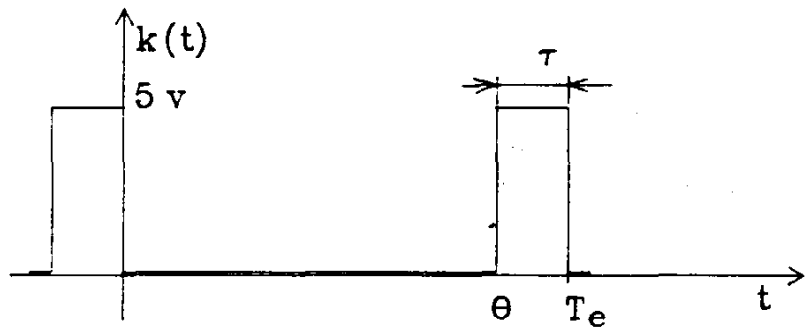


Figure 6

On a :

K ouvert si $k(t) = 0$.

K fermé si $k(t) = 5 \text{ V}$.

Pour les applications numériques, on prendra :

$$\theta = 40,5 \text{ ms}$$

$$\tau = 4,5 \text{ ms} \quad \text{soit } T_e = 45 \text{ ms}.$$

1. Étude de $s(t)$.

Pendant la première partie de la période de $k(t)$, l'interrupteur K est ouvert, c'est la phase « de maintien ».

Pendant la seconde partie de la période de $k(t)$, l'interrupteur K est fermé, c'est la phase « de prise d'échantillon ».

On appelle S_n la valeur prise par la tension $s(t)$ à l'instant $t = n T_e$ (n entier).

1.1. $k(t)$ est au niveau bas.

Donner pour $t \in [n T_e, n T_e + \theta]$, la valeur de $s(t)$.

1.2. $k(t)$ est au niveau haut : $t \in [n T_e + \theta, (n + 1) T_e]$.

1.2.1. Établir l'équation différentielle liant $s(t)$ à $v(t)$.

1.2.2. La résoudre : donner la forme mathématique de la solution.

1.2.3. On appelle S_M l'amplitude et φ le déphasage par rapport à $v(t)$ de la solution correspondant au régime permanent.

Calculer S_M en fonction de V_M .

Calculer φ .

1.2.4. $s(t)$ atteint-elle ce régime permanent ?

1.3. Calculer les valeurs numériques de S_0, S_1, S_2, S_3 .

1.4. Représenter dans un même repère $v(t)$ et l'allure de $s(t)$ pour $t \in [0, 3 T_e + \theta]$.

2. Fonction $u(t)$.

2.1. Que vaut $u(t)$ en fonction de $v(t)$ et $s(t)$?

2.2. En déduire l'allure du graphe de $u(t)$ pour $t \in [0, 3 T_e + \theta]$.

3. Réalisation de l'interrupteur.

L'interrupteur K est en fait l'espace Drain-Source d'un transistor à effet de champ à jonction canal n , fonctionnant dans sa zone ohmique, monté comme l'indique la figure 7.

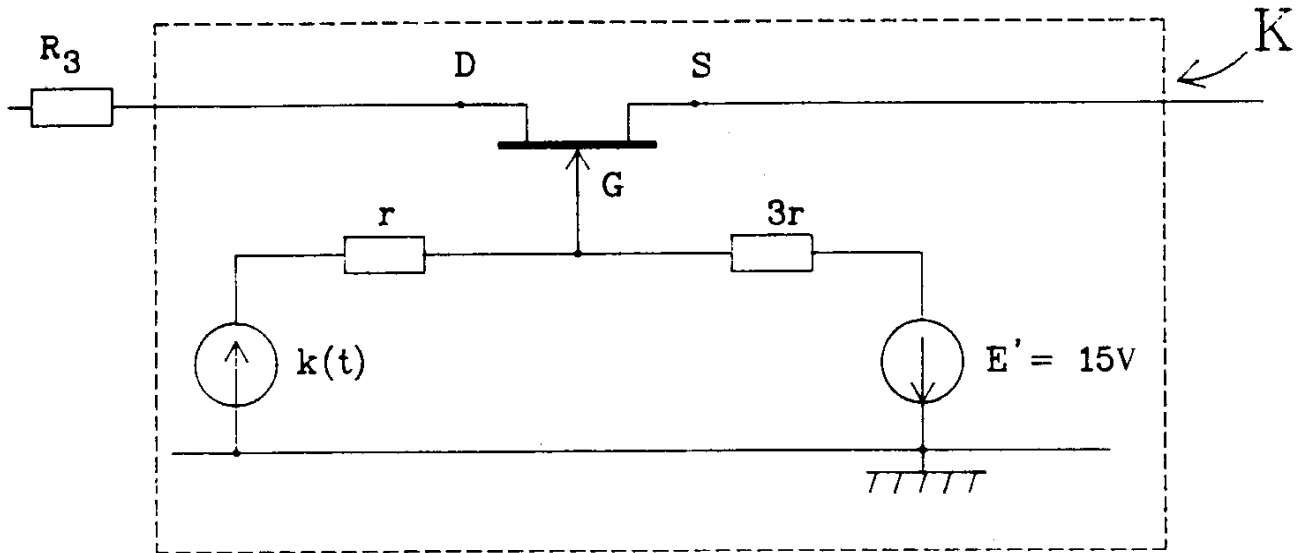


Figure 7

(Le montage de la figure 7 s'insère donc à la place de K dans la figure 5.) Pour le transistor utilisé, on donne :

Si $v_{GS} = 0$, $r_{DS} \approx 200 \, \Omega$.

Si $v_{GS} < V_p$, $r_{DS} \rightarrow \infty$.

- 3.1. Rappeler quels sont les deux types de fonctionnement possibles d'un transistor à effet de champ à jonction et représenter son réseau de caractéristiques (dans le cas d'un canal n). Que représente V_p ?
- 3.2. Donner l'expression de $v_{GS}(t)$ en fonction de $k(t)$.
- 3.3. Pour le transistor utilisé, $V_p = -2 \, \text{V}$. Cela convient-il?
- 3.4. Quelle doit être la valeur de R_3 , compte tenu du transistor à effet de champ, pour avoir le fonctionnement prévu au II.1.?
- 3.5. Pour le transistor utilisé, la limite de fonctionnement en zone ohmique est $|v_{DS}| = 200 \, \text{mV}$.
On admettra que, pour une période T_c donnée, $|u(t)|$ atteint son maximum lors du front montant de $k(t)$.
Montrer que l'hypothèse du fonctionnement en zone ohmique est justifiée a posteriori.
- 3.6. Donner un autre exemple de réalisation possible de la fonction interrupteur pour ce montage.

III. Étude de l'influence du blocage

L'échantillonneur bloqueur précédent est assimilé au schéma fonctionnel de la figure 8.

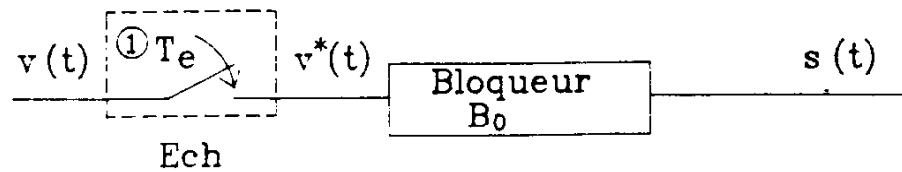


Figure 8

L'échantillonneur ① a été étudié au I (principe donné figure 1).

$e(t)$ est maintenant le signal défini par la figure 9 avec :

$$\frac{\tau}{T_e} = 0,1.$$

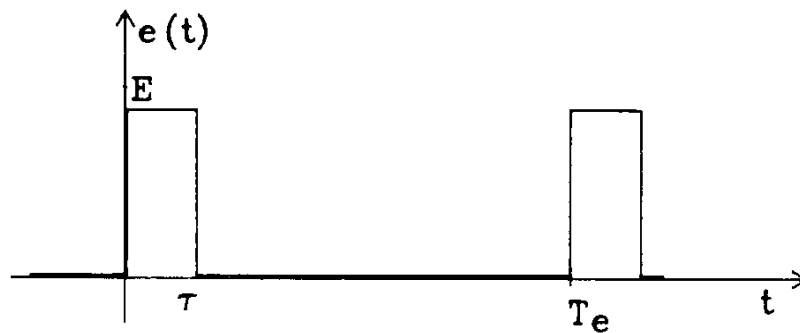


Figure 9

On a ici $K = \frac{1}{E} \cdot V^{-1}$ pour le multiplieur.

On se propose de comparer le spectre d'un signal échantillonné à celui du même signal échantillonné et bloqué.

Hypothèses :

- $v(t)$ est une fonction analogique à spectre borné (fig. 3) avec $\omega_{MAX} < \frac{\omega_c}{2}$.
- $v^*(t)$ est la fonction $v(t)$ échantillonnée par $e(t)$.
- Pour le bloqueur :
 - $s(t) = v^*(t)$ pendant les intervalles de prise d'échantillon (on peut supposer que, pendant ces intervalles, $v^*(t)$ est constante car $\omega_{MAX} < \frac{\omega_c}{2}$ et $\frac{\tau}{T_e} = 0,1$).
 - $s(t) = v^*(nT_e + \tau) = v^*(nT_e), \forall t \in [nT_e + \theta, (n+1)T_e]$, pour les intervalles où $e(t) = 0$.

1. Transmittance du bloqueur.

À l'entrée du bloqueur, on applique le signal représenté figure 10 ($v_I^*(t)$).

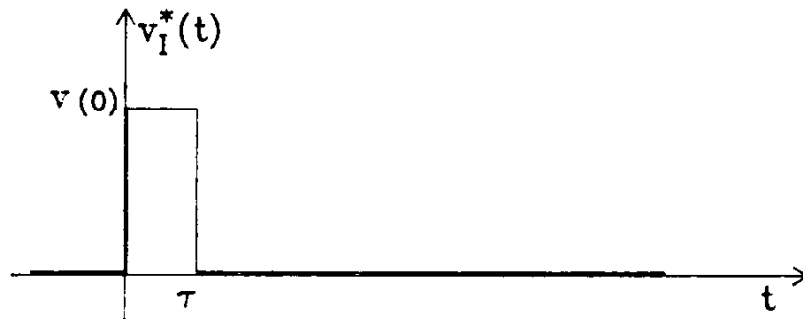


Figure 10

1.1. Représenter la réponse (tension de sortie) du bloqueur : $s_I(t)$.

1.2.

1.2.1. Exprimer les transformées de Laplace de $v_I^*(t)$ et de $s_I(t)$.

1.2.2. En déduire la fonction de transfert $B_0(p)$ du bloqueur.

1.2.3. En utilisant l'hypothèse $\tau \ll T_e$, donner l'expression approchée de $B_0(p)$: $B_0^*(p)$.

1.3. En déduire la fonction de transfert équivalente du bloqueur en régime sinusoïdal : $\underline{B}_0^*(j\omega)$.

1.4. Montrer que l'on peut écrire :

$$\underline{B}_0^*(j\omega) = B_0 \frac{\sin x}{x} e^{j\varphi}$$

Définir B_0 , x , φ .

1.5. Esquisser l'allure des courbes de module et argument de $\underline{B}_0^*(j\omega)$ en fonction de la fréquence f portée en échelle linéaire.

2. Spectres.

Le spectre de $v(t)$ est donné figure 3.

2.1. Le spectre de $v^*(t)$ a été étudié au 1.2.2.2. avec la tension $e(t)$ de la figure 2. Est-ce le même ici ? Pourquoi ?

2.2. Donner l'allure du spectre de $s(t)$ en se limitant aux premiers motifs

$$\left(f < \frac{3 \omega_c}{2 \pi} \right)$$

IV. Systèmes bouclés

1. Modélisation d'un servo-moteur.

On utilise un servo-moteur à courant continu à aimant permanent. Le schéma équivalent de l'induit est représenté figure 11.

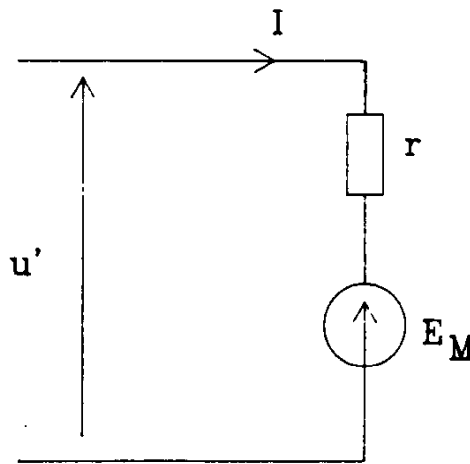


Figure 11

- 1.1. Quelle est l'expression de E_M en fonction de Ω , vitesse de rotation du moteur en rd/s ?
- 1.2. Quelle est l'expression du moment du couple électromagnétique T en fonction de I ?
- 1.3. La charge entraînée impose un couple résistant de moment T_R . On néglige les pertes mécaniques et les pertes fer du moteur.

On appelle J le moment d'inertie par rapport à l'axe de rotation de l'ensemble des parties tournantes.

Établir l'équation différentielle liant u' , Ω , T_R .

1.4.

- 1.4.1. On a $u' = U'$ tension constante, $T_R = T_{RP}$ couple résistant constant. Quelle est, en régime permanent, la relation liant U' , Ω_p et T_{RP} ?

Ω_p : vitesse en régime permanent.

- 1.4.2. Soit $u'(t) = U' + v'_E(t)$, $\Omega(t) = \Omega_p + \Omega'(t)$ et $T_R = T_{RP} = \text{Constante}$.

Montrer que l'on peut écrire :

$$\frac{\Omega'(p)}{V'_E(p)} = \frac{T_0}{1 + \alpha p}.$$

Préciser T_0 et α .

Les fonctions de p représentent les transformées de Laplace des fonctions de t .

1.4.3. La tension d'entrée est maintenant constante. Le couple résistant subit une perturbation T'_R .

Soit $u'(t) = U'$, $\Omega(t) = \Omega_p + \Omega'(t)$ et $T_R(t) = T_{RP} + T'_R(t)$.

Montrer que l'on peut écrire :

$$\frac{\Omega'(p)}{T'_R(p)} = \frac{-W_0}{1 + \alpha p}.$$

Préciser W_0 et α .

2. Système asservi analogique.

Le système bouclé analogique est représenté figure 12.

Le capteur de vitesse est une génératrice tachymétrique de rapport $K = \frac{1}{T_0}$.

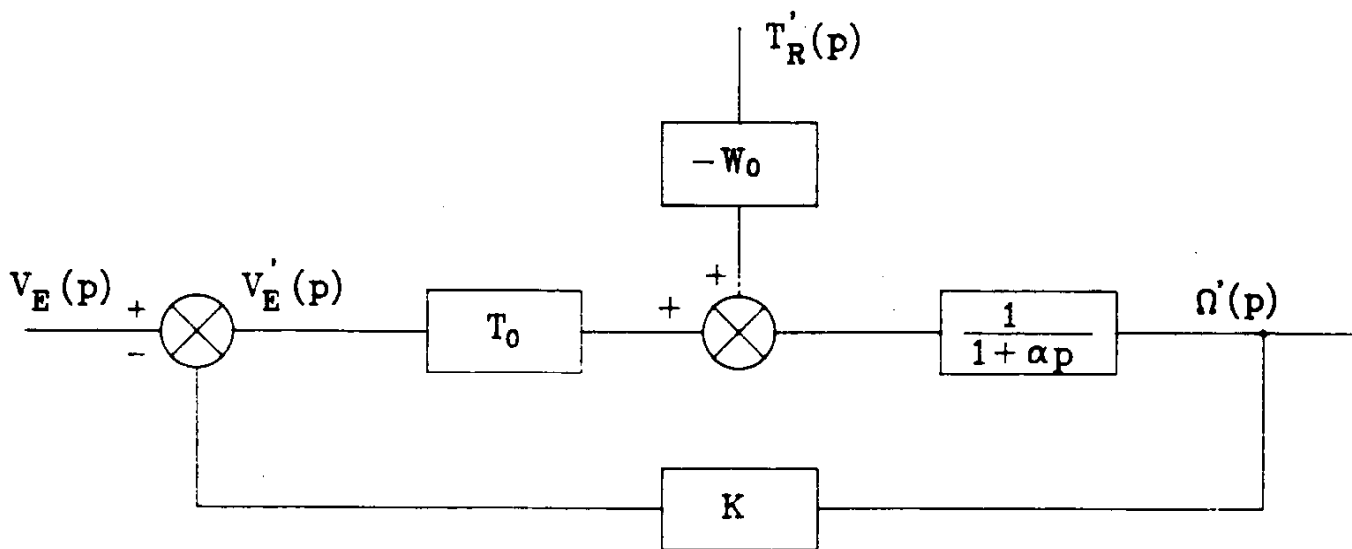


Figure 12

On suppose que $T'_R(t) = 0$ (fonctionnement à couple résistant constant).

Montrer que l'on peut transformer le schéma de la figure 12 en schéma à retour unitaire : figure 13.

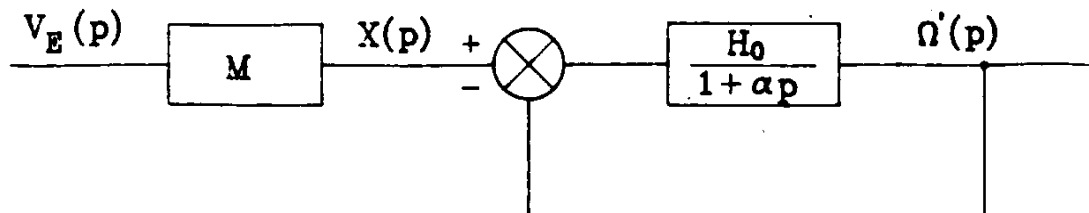


Figure 13

Préciser M et H_0 .

3. Système asservi échantillonné.

La comparaison entrée-sortie est en fait effectuée par un ordinateur qui aura l'avantage de pouvoir, dans une phase de mise au point ultérieure, servir en plus de correcteur (c'est-à-dire qu'on pourra alors, par une programmation appropriée, améliorer la précision, le temps de réponse du système...).

On se place, dans cette partie 3, dans le cas du fonctionnement à couple résistant constant, donc $T'_R = 0$. On peut représenter le système asservi échantillonné à entrée $x(t)$ par le schéma fonctionnel de la figure 14 (le bloqueur provenant de la sortie « lachée » du calculateur). Par commodité, en pratique, on « résume » ce schéma par celui de la figure 15 dans lequel l'échantillonneur placé en sortie signifie que l'on ne s'intéresse à cette sortie qu'aux instants d'échantillonnage.

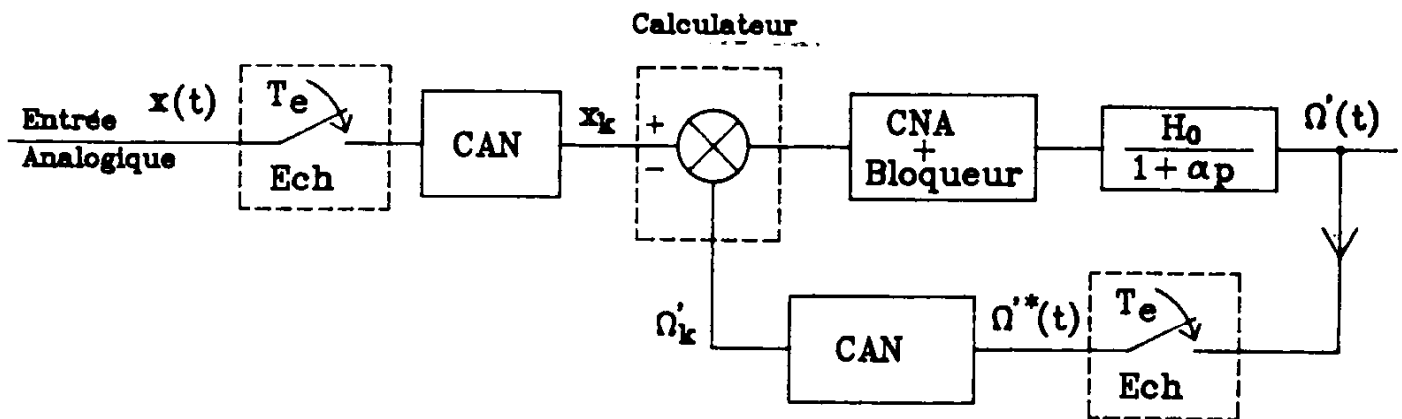


Figure 14

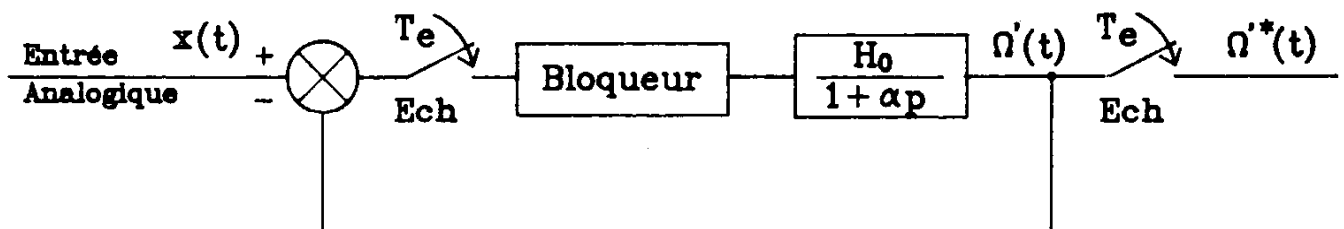


Figure 15

Pour étudier cet asservissement, on va utiliser les transformées en z .

3.1. Transmittance en z de l'ensemble de la chaîne directe.

3.1.1. Définir la transmittance en z : $G(z)$ du système (bloqueur + système du premier ordre) en fonction de $A(z)$ et $\Omega'(z)$: transformée en z des signaux d'entrée et de sortie (voir fig. 16).

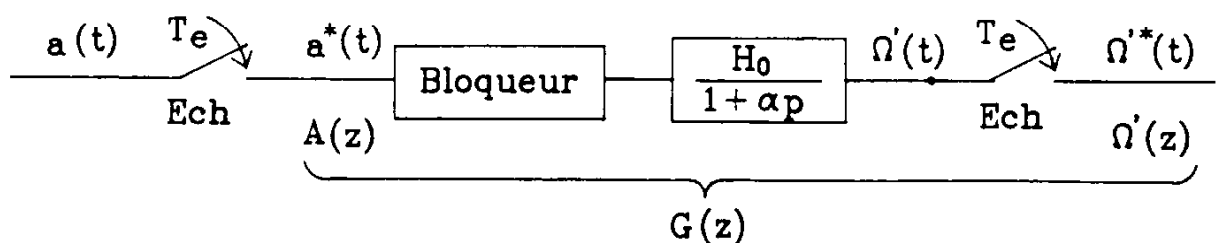


Figure 16

- 3.1.2. Pour déterminer $G(z)$, on va établir l'expression de $\Omega'(z)$ pour une entrée $A(z)$ connue.
 $a^*(t)$ sera en effet une séquence échelon d'amplitude E , définie sur la figure 17.

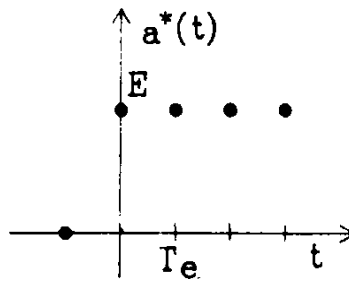


Figure 17

Le bloqueur maintient la valeur obtenue à la prise d'échantillon.

- 3.1.2.1. Quelle est l'entrée analogique pour le système de fonction de transfert $\frac{H_0}{(1 + \alpha p)}$?
 3.1.2.2. Quelle est la sortie analogique correspondante ?
 3.1.2.3. En déduire comment s'écrit la séquence numérique $\{\Omega'_n\}$.
 3.1.2.4. Établir l'expression de $\Omega'(z)$.
 3.1.2.5. En déduire que :

$$G(z) = H_0 \frac{1 - e^{-\frac{T_e}{\alpha}}}{z - e^{-\frac{T_e}{\alpha}}} = H_0 \frac{1 - \beta}{z - \beta}.$$

- 3.1.2.6. Écrire l'équation récurrente qui correspond au système d'entrée $a(t)$, de sortie $\Omega'(t)$.
 3.1.2.7. Calculer les échantillons (se limiter aux vingt premiers) de la réponse indicielle de ce système (entrée échelon unité) pour :
 $\alpha = 0,45 \text{ s}$
 $T_e = 45 \text{ ms}$
 $H_0 = 1$.
 Représenter les échantillons de $a(t)$ et de $\Omega'(t)$ sur le même graphe, en fonction du temps.

3.2. Transmittance en z de la chaîne fermée : $F(z)$ [fig. 18].

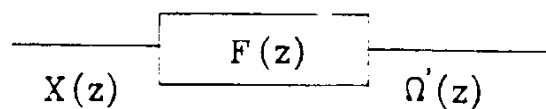


Figure 18

- 3.2.1. Déterminer $F(z)$ et l'équation récurrente à laquelle elle correspond.
 3.2.2. Étudier la stabilité du système bouclé pour H_0 quelconque.

Application numérique.

$$H_0 = 1.$$

3.2.3. Calculer les échantillons (se limiter aux quinze premiers) de la réponse du système en boucle fermée à un échelon unité pour :

$$H_0 = 1 \quad \text{et} \quad \alpha = 0,45 \text{ s.}$$

3.2.3.1. Avec $T_e = 45 \text{ ms.}$

3.2.3.2. Avec $T_e = 311,9 \text{ ms.}$

3.2.4. Que vaut l'erreur relative en régime permanent dans chaque cas ?

Qu'y a-t-il de particulier dans le deuxième cas ?

3.2.5.

3.2.5.1. Établir l'expression littérale du terme général de la séquence réponse indicielle précédente.

3.2.5.2. En déduire l'expression de la « constante de temps du système bouclé » : constante de temps de l'enveloppe des échantillons de la séquence réponse indicielle.

Comparer, pour les deux valeurs de T_e ci-dessus, la valeur trouvée à celle que l'on peut estimer sur les graphes du 3.2.3.

3.2.5.3. En déduire l'erreur en régime permanent. Comparer au résultat du 3.2.3.

3.3. Correction du système.

On introduit dans la boucle un correcteur de transmittance en z :

$$C(z) = \frac{c_0 + c_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

Avec $c_0 = 1$

$c_1 = 0,1$ (voir fig. 19).

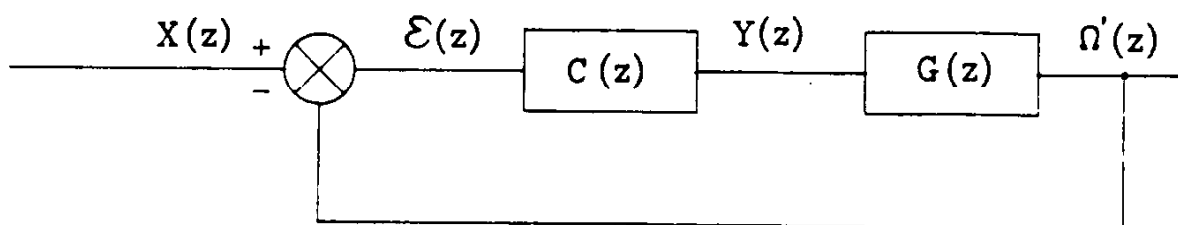


Figure 19

Le système de transmittance $G(z)$ est tel que :

$$H_0 = 1$$

$$\alpha = 0,45 \text{ s.}$$

On utilise la période d'échantillonnage : $T_e = 311,9 \text{ ms.}$

3.3.1.

3.3.1.1. Écrire l'équation récurrente correspondant à ce correcteur.

3.3.1.2. Calculer les échantillons de sa réponse indicielle (condition initiale sortie nulle à $t = -T_e$) [se limiter à cinq échantillons].

3.3.1.3. Tracer cette réponse. Le correcteur est-il de type PI (proportionnel et intégral) ou PD (proportionnel et dérivé) ?

3.3.2. Déterminer l'expression de la fonction $F_c(z)$: transmittance en z du système bouclé corrigé.

3.3.3. Étudier les pôles de $F_c(z)$ et montrer que le système est stable.

3.3.4.

3.3.4.1. Déterminer l'expression de :

$$\mathcal{E}(z) = X(z) - \Omega'(z)$$

en fonction de $X(z)$ et $F_C(z)$.

3.3.4.2. En déduire l'erreur en régime permanent pour la réponse indicielle (échelon unité).

3.3.5. Les premiers échantillons de cette réponse indicielle sont donnés figure 20.

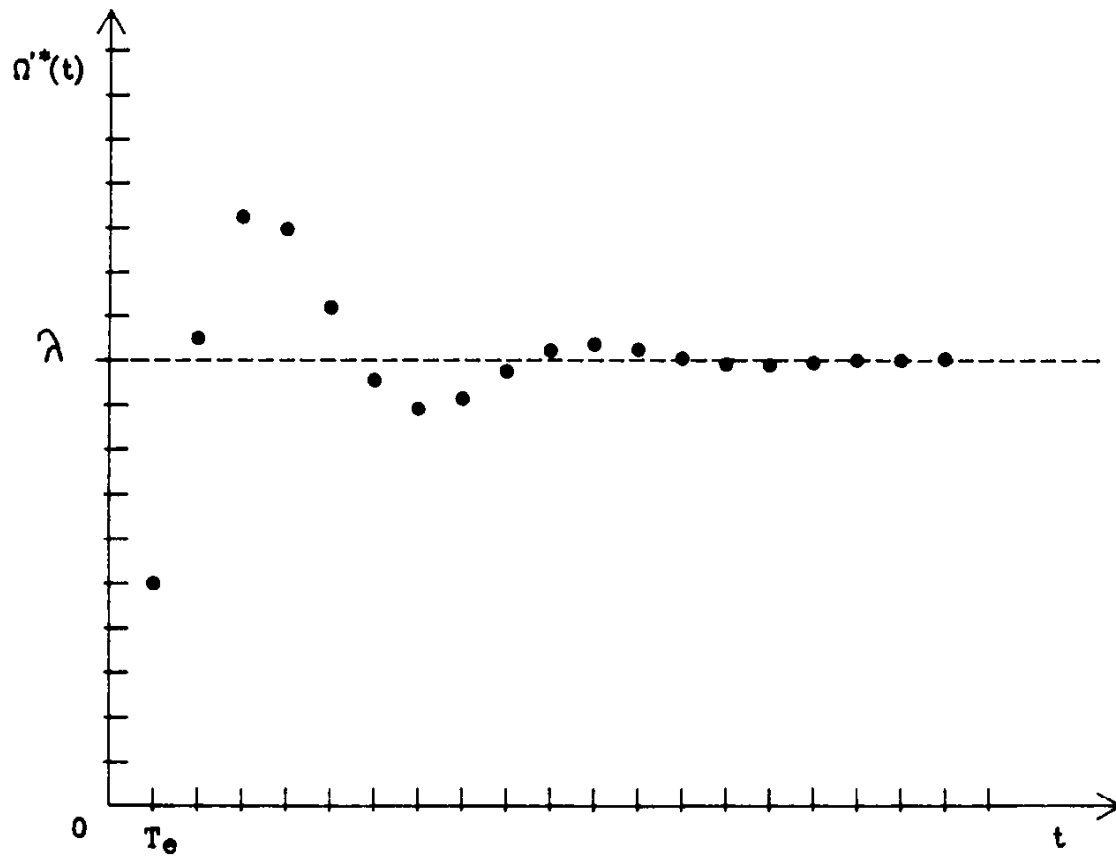


Figure 20

Justifier l'existence d'un dépassement.

Quelle est la valeur de λ ?

ANNEXE

Transformée en Z d'une séquence.

$\{ x (n) \}$	$X (z) = \sum_{k = 0}^{k \infty} x (k) \cdot z^{- k}$
$\{ \delta (n) \}$	1
$\{ \delta (n - k) \}$	$z^{- k}$
$\{ u (n) \}$	$\frac{1}{1 - z^{- 1}}$
$\{ a^n \cdot u (n) \}$	$\frac{1}{1 - a \cdot z^{- 1}}$
$\{ e^{j n \omega T} \cdot u (n) \}$	$\frac{1}{1 - e^{j \omega T} \cdot z^{- 1}}$
$\{ x (n - k) \}$	$X (z) \cdot z^{- k}$

$u (t)$: fonction échelon unité.

x	$\left \frac{\sin x}{x} \right $
0	1
$\frac{\pi}{5}$	0,94
$\frac{2 \pi}{5}$	0,76
$\frac{3 \pi}{5}$	0,50
$\frac{4 \pi}{5}$	0,23
π	0
$\frac{6 \pi}{5}$	0,16
$\frac{7 \pi}{5}$	0,22
$\frac{8 \pi}{5}$	0,19
$\frac{9 \pi}{5}$	0,10
2π	0
$\frac{11 \pi}{5}$	0,09
$\frac{12 \pi}{5}$	0,13
$\frac{13 \pi}{5}$	0,12
$\frac{14 \pi}{5}$	0,07

SECOND PROBLÈME

Pour alimenter en courant continu un engin de traction à partir d'une source de tension monophasée sinusoïdale, on utilise un ensemble transformateur-redresseur. Le redresseur est traversé par des courants harmoniques et consomme de la puissance réactive à la fréquence fondamentale. Le facteur de puissance de l'ensemble rend compte de ces deux inconvénients.

Le but de ce problème est de comparer les performances de différents redresseurs. On adopte les hypothèses suivantes :

- L'alimentation est une source de tension sinusoïdale (impédance interne nulle).
- Le transformateur ne présente pas de pertes, les réactances de fuites et le courant magnétisant sont nuls.
- Les semi-conducteurs ne provoquent pas de chute de tension quand ils sont passants et leur courant de fuite est nul quand ils sont bloqués.
- L'inductance du récepteur est suffisamment grande pour que le courant à la sortie du redresseur puisse être considéré comme constant (courant continu).

Notations.

On désigne par :

- $v = V \sqrt{2} \sin \omega t$ la valeur instantanée de la tension délivrée par l'alimentation (V : valeur efficace de v , ω : pulsation);
- i l'intensité instantanée du courant fourni par la source; sa valeur efficace est notée I ;
- i_1 l'intensité instantanée de la composante fondamentale de i ; sa valeur efficace est notée I_1 et son déphasage par rapport à la tension v est ϕ ;
- n_1 le nombre de spires du primaire du transformateur et n_2 le nombre de spires du secondaire ou de chacun des secondaires;
- α l'angle de retard à l'amorçage des thyristors du pont, ce retard étant compté par rapport à la commutation naturelle;
- u_d la tension unidirectionnelle aux bornes de la charge; sa valeur moyenne est notée U_d pour un retard α quelconque et U_{d0} si $\alpha = 0$;
- i_d l'intensité instantanée du courant dans la charge; sa valeur moyenne est notée I_d et à chaque instant $i_d = I_d$;
- P la puissance active fournie par la source;
- Q et S_1 respectivement la puissance réactive et la puissance apparente transportées par le fondamental du courant i ;
- $F = \frac{P}{S}$ (avec $S = VI$) le facteur de puissance du convertisseur.

L'intensité moyenne I_d dépend du récepteur. Dans tout le problème on suppose que I_d est constant.

1. Pont complet à thyristors.

Le montage est représenté sur la figure 1. L'angle de retard à l'amorçage est compris entre 0 et $\frac{\pi}{2}$.

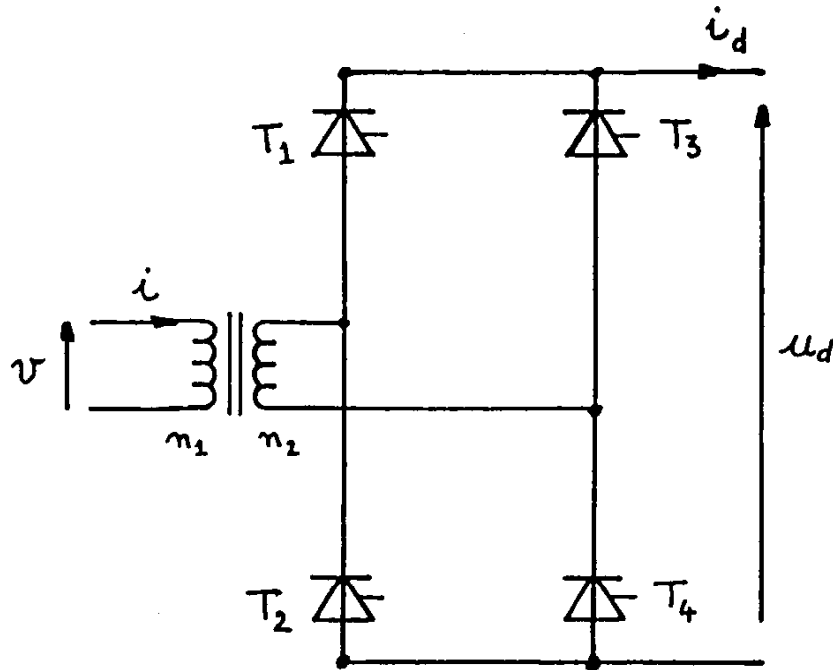


Figure 1

1.1. Pour $\alpha = \frac{\pi}{3}$ tracer les formes d'ondes de u_d et de i . Indiquer les intervalles de conduction de chaque semi-conducteur au cours d'une période.

1.2. Donner l'expression de U_d en fonction de U_{d0} et de α .

1.3. Calculer le rapport $\frac{I_1}{I}$. Que peut-on conclure sur l'importance des harmoniques ?

1.4. Donner l'expression de $\cos \phi$ en fonction de $\frac{U_d}{U_{d0}}$. Quelle conclusion peut-on tirer quant à la consommation d'énergie réactive ?

Calculer F et tracer les courbes représentatives de $\cos \phi$ et de F en fonction de $\frac{U_d}{U_{d0}}$

1.5. Dans le repère (P, Q) quelle courbe est décrite par le point de fonctionnement lorsque α varie de 0 à $\frac{\pi}{2}$?

2. Pont mixte asymétrique.

Le montage est représenté sur la figure 2. Le retard angulaire à l'amorçage est compris entre 0 et π .

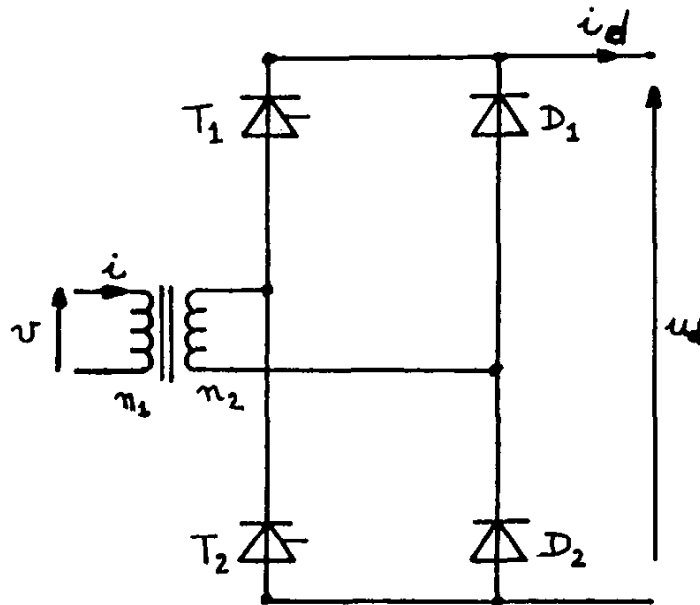


Figure 2

2.1. Pour $\alpha = \frac{\pi}{2}$ tracer les formes d'ondes de u_d et de i . Indiquer les intervalles de conduction de chaque semi-conducteur au cours d'une période.

2.2. Donner l'expression de U_d en fonction de U_{d0} et de α .

2.3. Calculer I et I_1 . Tracer la courbe représentative de $\frac{I_1}{I}$ en fonction de $\frac{U_d}{U_{d0}}$.

Comparer avec le cas du pont complet.

2.4. Donner l'expression de $\cos \phi$ en fonction de $\frac{U_d}{U_{d0}}$.

Calculer F et tracer les courbes représentatives de $\cos \phi$ et de F en fonction de $\frac{U_d}{U_{d0}}$.

Comparer les performances du pont mixte à celles du pont complet.

2.5. Dans le repère (P, Q) quelle courbe est décrite par le point de fonctionnement lorsque α varie de 0 à π ? Quelle conclusion peut-on tirer quant à la consommation d'énergie réactive?

3. Association en série de deux ponts asymétriques.

Pour améliorer les performances du convertisseur, on utilise deux ponts mixtes asymétriques connectés en série. Ils sont alimentés par deux secondaires du même transformateur comme l'indique la figure 3

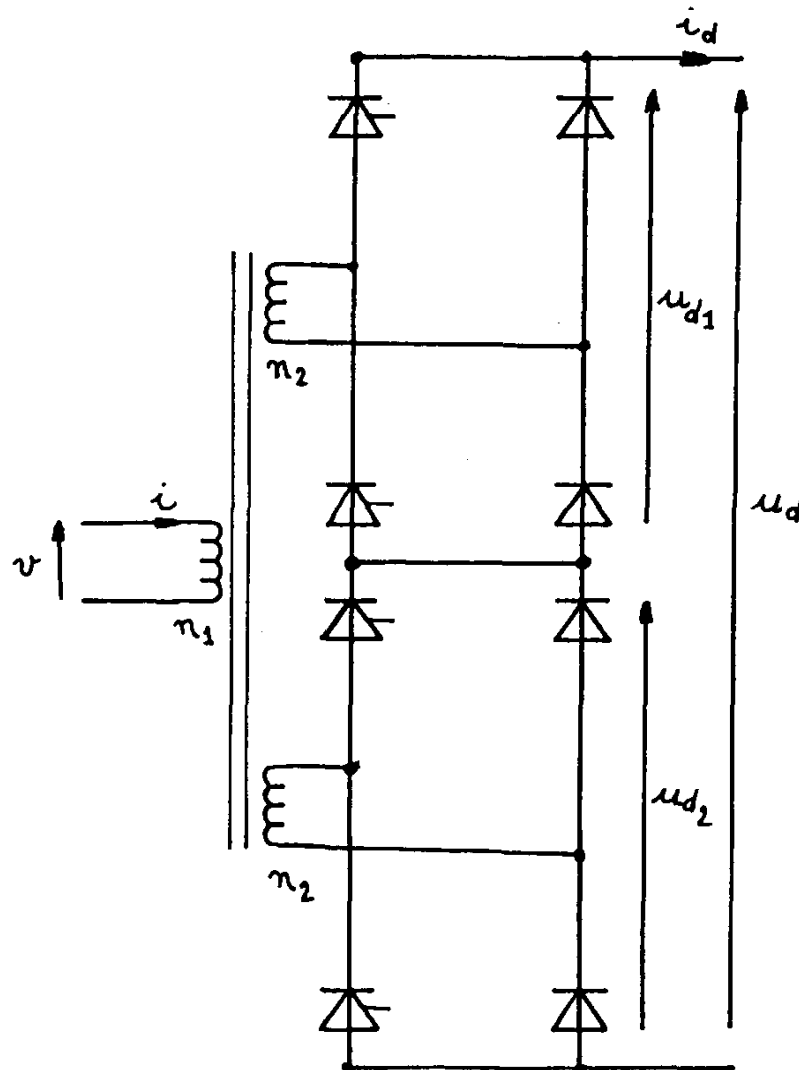


Figure 3

On désigne respectivement :

- par α_1 et α_2 les retards angulaires à l'amorçage des thyristors du pont 1 et du pont 2 ;
- par u_{d1} et par u_{d2} les tensions unidirectionnelles délivrées par les ponts 1 et 2.

Les deux ponts sont commandés successivement. Par exemple, en partant d'une valeur nulle, pour augmenter U_d on fait varier α_1 de π à 0 alors que $\alpha_2 = \pi$, puis en maintenant $\alpha_1 = 0$ on fait varier α_2 de π à 0.

3.1. Pour $\alpha_1 = 0$ et $\alpha_2 = \frac{\pi}{2}$, tracer les formes d'ondes de u_d et de i .

3.2. Donner l'expression de U_d pour $U_d \in \left[0, \frac{U_{d0}}{2} \right]$ et pour $U_d \in \left[\frac{U_{d0}}{2}, U_{d0} \right]$.

3.3. Calculer I pour les deux plages de variation de u_d qui caractérisent le fonctionnement.

- 3.4. Dans le repère (P, Q) quelle courbe est décrite par le point de fonctionnement lorsque U_d varie de U_{d0} à 0 ? Comparer la consommation d'énergie réactive à celle obtenue avec un seul pont.
- 3.5. Pour les deux intervalles de variation de U_d , calculer S_1 . En déduire les expressions de I_1 et celles de $\cos \phi$.
- 3.6. Pour caractériser la génération d'harmoniques en fonction du réglage, tracer la courbe représentative $\frac{I_1}{I}$ en fonction de $\frac{U_d}{U_{d0}}$.
- 3.7. Tracer la courbe donnant $\cos \phi$ en fonction de $\frac{U_d}{U_{d0}}$, puis F en fonction du même paramètre.

Conclure sur l'intérêt de ce montage.

4. Pont mixte à « recentrage de phase ».

On remplace les thyristors du pont mixte par des composants blocables, des GTO par exemple. Le montage est représenté sur la figure 4.

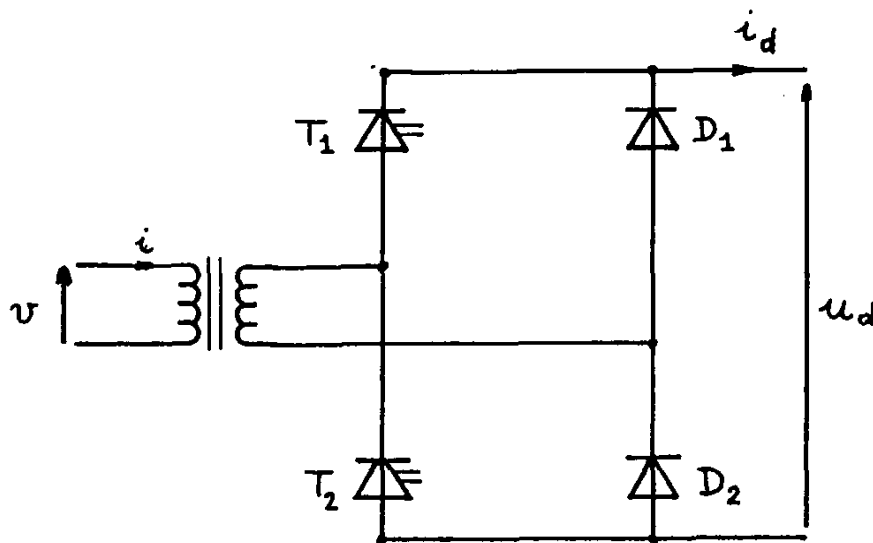


Figure 4

T_1 est amorcé pour $\omega t = \alpha$; il est bloqué pour $\omega t = \pi - \alpha$.

T_2 est amorcé pour $\omega t = \pi + \alpha$; il est bloqué pour $\omega t = 2\pi - \alpha$.

On fait varier α de 0 à $\frac{\pi}{2}$.

- 4.1. Pour $\alpha = \frac{\pi}{3}$ tracer les formes d'ondes de u_d et de i . Indiquer les intervalles de conduction de chaque semi-conducteur au cours d'une période.

- 4.2. Donner l'expression de U_d en fonction de U_{d0} et de α .

- 4.3. Calculer le rapport $\frac{I_1}{I}$ en fonction de α . Quelle est la valeur de $\cos \phi$ pour ce montage ?
- 4.4. Tracer la courbe représentative de F en fonction de $\frac{U_d}{U_{d0}}$. Comparer cette caractéristique avec celle obtenue dans le cas d'un pont mixte à thyristors.

5. Emploi de filtres.

Des considérations technico-économiques conduisent à l'utilisation de deux ponts mixtes asymétriques connectés en série (fig. 3). Pour améliorer la qualité de l'onde de courant prise au réseau et le facteur de puissance du convertisseur, on place des filtres anti-harmoniques aux bornes de chacun des secondaires (fig. 5). Le filtre formé par L_3 et C_3 est accordé sur la fréquence de l'harmonique 3. Celui formé par L_5 et C_5 est accordé sur la fréquence de l'harmonique 5.

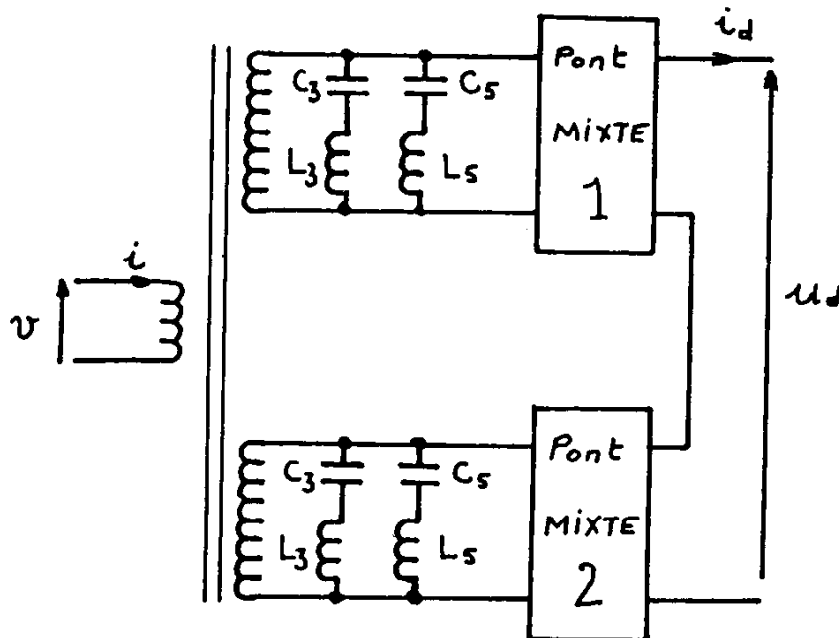


Figure 5

- 5.1. Pour un seul pont mixte en fonctionnement, que devient le rapport $\frac{I_1}{I}$ si l'on suppose inchangées les valeurs des termes du développement en série de Fourier de i qui ne sont pas supprimés. Comparer avec les résultats obtenus au 2.3.
- 5.2. Les filtres créent de la puissance réactive à la fréquence du fondamental. Les éléments qui constituent ces filtres sont tels que cette puissance réactive est numériquement égale à $0,125 P_{\max}$ si $P_{\max}$ est la puissance maximale fournie par le convertisseur, cette valeur $P_{\max}$ étant obtenue lorsque $\alpha_1 = \alpha_2 = 0$.
En utilisant le repère (P, Q) établi à la question 3.4., calculer la valeur de $\cos \phi$ pour ce convertisseur en fonction de α_1 et α_2 .

Tracer les courbes donnant $\cos \phi$ en fonction de $\frac{U_d}{U_{d0}}$ et comparer les résultats avec ceux obtenus au 3.7. Préciser le signe du déphasage sur la courbe.

- 5.3. Donner l'allure de la courbe représentative de F en fonction de $\frac{U_d}{U_{d0}}$. Conclure. Que se passerait-il si les filtres engendraient une puissance égale à $0,25 P_{\max}$?
- 5.4. L'ensemble des filtres crée une puissance réactive égale à $0,125 P_{\max}$. Pour minimiser le coût des filtres les éléments sont prévus pour que les filtres anti-harmoniques 3 et 5 engendrent respectivement 8 % et 32 % de la puissance réactive totale. La valeur efficace de la tension secondaire du transformateur est égale à 950 V ; la fréquence de cette tension est 50 Hz ; la puissance maximale atteint 2 200 kW. Déterminer les valeurs des capacités des condensateurs C_3 et C_5 ainsi que celles des inductances L_3 et L_5 .

SESSION DE 1990

C.A.P.E.S de Sciences Physiques

CONCOURS EXTERNE

Épreuve commune aux options :

PHYSIQUE ET CHIMIE

PHYSIQUE ET ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE

COMPOSITION DE PHYSIQUE AVEC APPLICATIONS

DURÉE : 5 heures

Calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Les candidats doivent reporter sur leur copie, devant leurs réponses, la numérotation (chiffres et lettres) des questions de l'énoncé.

Valeurs numériques pouvant être utiles à la résolution du problème :

Constante de Boltzmann	: $k = 1,38 \times 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$
Constante de Planck	: $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Constante d'Avogadro	: $N = 6,02 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
Permittivité du vide	: $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
Perméabilité du vide	: $\mu_0 = 4 \pi \times 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$
Célérité de la lumière dans le vide	: $c = 2,998 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Charge élémentaire	: $e = 1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masse de l'électron	: $9,109 \times 10^{-31} \text{ kg}$
Masse du proton	: $1,673 \times 10^{-27} \text{ kg}$

A

On dispose d'une table plane et horizontale sur laquelle sont placés deux solides A et B, de masses respectives m_A et m_B . Cette table, fixe dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, est percée de multiples trous permettant à une soufflerie d'envoyer des jets d'air. Les frottements seront ainsi négligés. Le solide B est initialement immobile et le solide A vient le heurter avec une vitesse caractérisée par le vecteur $\vec{v}_0$.

On supposera :

- que le choc est élastique ;
- que les solides sont toujours en translation.

On notera $\vec{v}'_A$ et $\vec{v}'_B$ les vecteurs vitesses respectifs des deux solides après le choc.

A.1. Préciser les caractéristiques d'un choc élastique.

A.2. On considère le même choc élastique analysé dans deux référentiels distincts : celui du laboratoire noté R, galiléen, et un autre référentiel R_1 en translation par rapport à R. On notera $\vec{v}_c$ le vecteur vitesse de translation de R_1 par rapport à R.

A.2.1. Quelle est la propriété caractéristique d'un référentiel galiléen ?

A.2.2. Si le référentiel R est galiléen, à quelles conditions R_1 le sera-t-il aussi ?

A.2.3. Quelle est la relation entre les vecteurs vitesses $\vec{v}$ et $\vec{v}_1$ d'un même point exprimés dans les deux référentiels ?

A.2.4. Exprimer la conservation de l'énergie lors du choc entre les deux solides dans chaque référentiel. En utilisant les relations précédentes, quelle loi de conservation retrouve-t-on ?

A.3. On suppose d'abord que les vecteurs vitesses $\vec{v}'_A$ et $\vec{v}'_B$ des deux solides restent colinéaires après le choc. On choisit un axe $x'x$ orienté dans le sens de $\vec{v}_0$ (fig.1)



Figure 1

A.3.1. Exprimer en fonction du rapport des masses $\alpha = \frac{m_B}{m_A}$ et de v_0 , valeur algébrique de $\vec{v}_0$, les valeurs algébriques v'_A et v'_B des vitesses des deux mobiles après le choc.

A.3.2. Qu'obtient-on si $m_A = m_B$?

A.4. On suppose maintenant que les directions des vitesses sont quelconques après le choc et que les masses des deux solides sont égales.

Montrer que les vecteurs vitesses $\vec{v}'_A$ et $\vec{v}'_B$ sont orthogonaux après le choc.

Peut-on déterminer complètement ceux-ci ?

A.5. Les masses m_A et m_B sont différentes et on suppose les directions des vecteurs vitesses $\vec{v}'_A$ et $\vec{v}'_B$ quelconques. Le solide B est toujours immobile avant le choc.

- A.5.1. Dans le référentiel R du laboratoire, déterminer, en fonction de $\vec{v}_0$ et du rapport des masses $\alpha = \frac{m_B}{m_A}$, le vecteur vitesse $\vec{v}_G$ et le mouvement du centre de masse G de l'ensemble A et B :
- avant le choc ;
 - après le choc.

- A.5.2. On utilise un référentiel, noté R^* , appelé référentiel du centre de masse (ou encore référentiel barycentrique).

Ce référentiel est animé, par rapport au référentiel du laboratoire, supposé galiléen, d'un mouvement de translation tel, qu'à chaque instant, le centre de masse soit constamment immobile dans ce référentiel.

- a. À quelle condition R^* sera-t-il aussi galiléen ?
- b. Avant le choc, déterminer dans R^* , en fonction de $\vec{m}_A$, α et v_0 :
 - les vecteurs vitesses $\vec{v}_A^*$ et $\vec{v}_B^*$;
 - les quantités de mouvement $\vec{p}_A^*$ et $\vec{p}_B^*$;
 - les énergies cinétiques E_{cA}^* et E_{cB}^* ,
des deux solides A et B .

- A.5.3. Après le choc, supposé élastique,

- a. Comparer les quantités de mouvement $\vec{p}_A^*$ et $\vec{p}_B^*$.
- b. Calculer l'énergie cinétique totale E_c^{**} du système formé par les deux solides et montrer que les modules des quantités de mouvement ne sont pas modifiés par le choc dans R^* .
- c. On suppose que dans R^* , toutes les directions des quantités de mouvement et donc des vitesses sont probables. On peut représenter $\vec{v}_A^*$ par un vecteur d'origine fixe et dont l'extrémité se trouve sur un cercle (fig. 2).

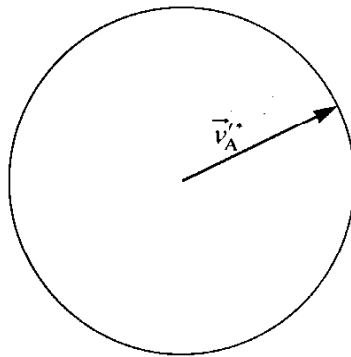


Figure 2

Représenter alors $\vec{v}_B^*$ avec la même origine lorsque $\alpha < 1$.

En utilisant les lois de composition des vitesses, représenter graphiquement les vecteurs vitesses $\vec{v}_A'$ et $\vec{v}_B'$ dans le référentiel du laboratoire. Montrer que, dans ce dernier cas, le projectile A est dévié au maximum d'un angle θ_m que l'on calculera dans le cas où

$$\alpha = \frac{m_B}{m_A} = \frac{1}{2}.$$

B. — RESSORT

B.1. Le solide A, de masse m_A , glissant en translation sur la table horizontale, est animé d'une vitesse caractérisée par le vecteur $\vec{v}_0$, les frottements étant toujours négligeables. Il vient heurter l'extrémité libre M d'un ressort, initialement détendu, de longueur à vide l_0 , de raideur k et de masse négligeable ; ses spires ne sont pas jointives. L'autre extrémité du ressort est attachée à une paroi fixe. On prend comme état de référence le ressort détendu.

B.1.1. On appelle m la projection de M sur un axe Ox parallèle à la direction du ressort (fig. 3) ; on pose $\overline{Om} = x$. Lorsque le ressort est au repos, $x = 0$.

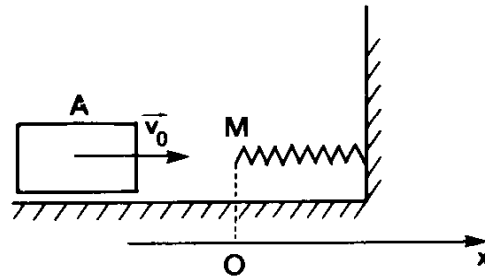


Figure 3

Exprimer l'énergie potentielle de ce ressort à un instant quelconque, en fonction de x .

En déduire la longueur minimale du ressort au cours de l'interaction.

B.1.2.

- Exprimer les forces appliquées au solide A.
- En déduire l'équation différentielle du mouvement.
- Donner la solution $x(t)$ de cette équation.
- Sachant que le contact solide-ressort cesse lorsque ce dernier reprend sa longueur à vide, en déduire la durée τ de l'interaction.

Application numérique :

$$v_0 = 0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$k = 15 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$m_A = 0,6 \text{ kg}$$

$$l_0 = 0,15 \text{ m}$$

B.2. Le ressort est lié maintenant au solide B, de masse m_B , initialement immobile. Le projectile A de vecteur vitesse $\vec{v}_0$ vient heurter l'autre extrémité libre du ressort initialement détendu (fig. 4).

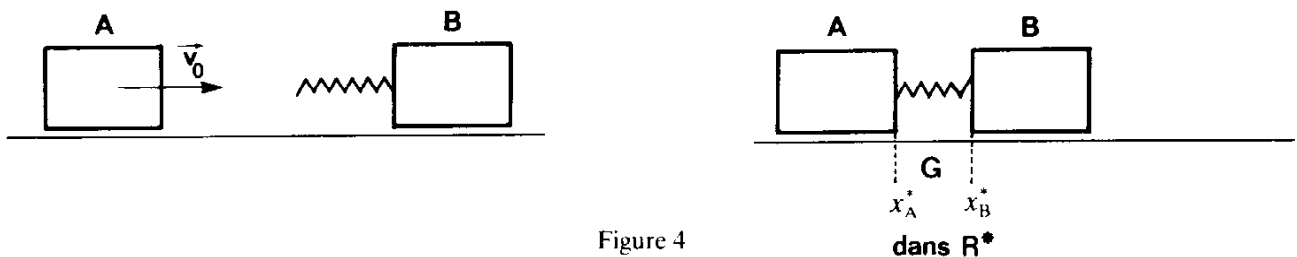


Figure 4

On suppose que ce choc est unidirectionnel, que la table est horizontale et que les frottements sont négligeables.

- B.2.1. Expliquer pourquoi, dans le référentiel du laboratoire, on ne peut transformer toute l'énergie cinétique du projectile en énergie potentielle élastique.
- B.2.2. Pourquoi est-ce possible dans le référentiel du centre de masse R^* ? Calculer dans celui-ci l'énergie cinétique, avant le choc, du système formé par les deux solides et en déduire la longueur minimale du ressort au cours de l'interaction.

Application numérique :

$$v_0 = 0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$k = 15 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$m_A = m_B = 0,6 \text{ kg}$$

$$l_0 = 0,15 \text{ m}$$

- B.2.3. a. Calculer la vitesse du centre de masse des deux solides dans le référentiel du laboratoire. Celle-ci est-elle affectée par l'interaction ? Le référentiel du centre de masse R^* est-il galiléen ?
- b. Dans ce référentiel, R^* , on utilise un repère d'origine G . Soient x_A^* et x_B^* les abscisses des deux extrémités du ressort.
- Exprimer les forces appliquées à chaque solide, dans ce référentiel, en fonction de la raideur k et des abscisses x_A^* et x_B^* .
- Écrire les équations différentielles du mouvement de B et de A .
- En déduire : $x(t) = x_B^*(t) - x_A^*(t)$.
- c. En supposant que l'interaction cesse lorsque le ressort reprend sa longueur initiale, déterminer :
- la durée de l'interaction τ' ;
 - les vitesses, après l'interaction, des solides A et B dans le référentiel R^* puis dans le référentiel R .

Application numérique :

$$v_0 = 0,25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$k = 15 \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

$$m_A = m_B = 0,6 \text{ kg}$$

$$l_0 = 0,15 \text{ m}$$

C. — INTERACTION DE DEUX PROTONS

- C.1. Deux protons, en interaction mutuelle dans le cadre de la mécanique non relativiste, sont à une distance r_0 , lorsque le premier est immobile et le second animé d'une vitesse $\vec{v}_0$ dirigée vers le premier (fig. 5).

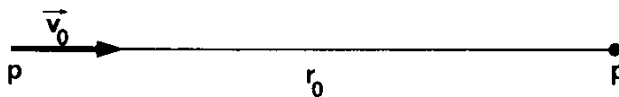


Figure 5

- C.1.1. Quelles grandeurs physiques sont conservées au cours du temps ?
- C.1.2. Expliquer pourquoi, dans le référentiel du laboratoire, on ne pourra jamais trouver simultanément les deux protons avec une vitesse instantanée nulle.
Pourquoi est-ce possible dans le référentiel du centre de masse ?
- C.1.3. Indiquer les caractéristiques du champ électrostatique $\vec{E}$ et du potentiel V créés par une charge ponctuelle q en un point situé à une distance r de celle-ci. Quelles sont les surfaces équipotentielles et les lignes de champ ?
- C.1.4. Donner les expressions des forces exercées entre les deux protons en fonction de leur distance r .
Exprimer leur énergie potentielle d'interaction E_p .
- C.1.5. Calculer l'énergie cinétique initiale de l'ensemble des deux protons dans le référentiel du centre de masse.
En déduire l'énergie potentielle maximale de ce système ainsi que la distance minimale entre les deux protons.
Calculer la vitesse instantanée de chacun des protons dans le référentiel du laboratoire lorsque ceux-ci sont à leur distance minimale.

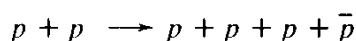
Application numérique :

r_0 est infiniment grand

$v_0 = 2 \times 10^6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

- C.2. On considère à présent, dans le cadre de la mécanique relativiste, un proton incident dont l'énergie cinétique initiale est grande. Celle-ci est suffisamment élevée et on espère créer au cours d'un choc sur le proton immobile une paire formée d'un proton p et d'un anti-proton $\bar{p}$.

On négligera l'énergie potentielle initiale d'interaction, le proton incident étant très éloigné du proton cible.



- C.2.1. Ce choc est-il élastique ?
- C.2.2. Quelles grandeurs physiques sont conservées ?
- C.2.3. Dans quel référentiel peut-on, éventuellement, obtenir les quatre particules simultanément immobiles ?
En déduire :
— l'énergie cinétique initiale minimale dans ce référentiel et dans celui du laboratoire ;
— la vitesse initiale minimale du projectile dans le référentiel du laboratoire.
- C.2.4. Comparer cette dernière vitesse à celle que devraient avoir deux protons ayant deux vitesses directement opposées dans le laboratoire.

D. — LOI D'OHM

On considère un électron libre dans un conducteur métallique, placé dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$. À l'instant t_0 , il subit un choc qui modifie sa vitesse. Celle-ci a alors une valeur quelconque $\vec{v}_0$.

On suppose qu'entre deux chocs, la seule force appliquée est la force électrique.

D.1. Exprimer la vitesse $\vec{v}(t)$ de l'électron à l'instant t , avant qu'il ne subisse un autre choc.

D.2. Quelles sont les hypothèses qui permettent d'exprimer la vitesse moyenne $\langle \vec{v} \rangle$ de l'ensemble des électrons sous la forme :

$$\langle \vec{v} \rangle = - \left(\frac{e}{m} \right) \tau E$$

où m est la masse de l'électron et e sa charge ?

Que représente alors τ ?

D.3. D'un point de vue macroscopique, l'action des chocs est équivalente à une force de frottement fluide $\vec{f} = - h \vec{v}$, de sens contraire à la vitesse $\vec{v}$. h est une constante positive.

D.3.1. Écrire l'équation différentielle à laquelle obéit la vitesse.

D.3.2. Montrer que la vitesse tend vers une valeur limite :

$$\vec{v}_l = - \left(\frac{e}{m} \right) \tau \vec{E}.$$

On exprimera τ en fonction des données.

D.4. Le conducteur possède n électrons libres par unité de volume.

D.4.1. Exprimer le vecteur densité de courant $\vec{j}$ en fonction de $\vec{E}$, n , τ .

Quelle est l'expression macroscopique de cette relation ?

D.4.2. En déduire l'expression de la conductivité σ du métal.

D.5. Le cuivre possède autant d'électrons libres que d'atomes.

Calculer τ et $\langle \vec{v} \rangle$ pour un conducteur de cuivre de section $s = 2 \text{ mm}^2$ parcouru par un courant d'intensité $I = 1 \text{ A}$.

Données numériques pour le cuivre :

conductivité	: $\sigma = 6 \times 10^7 \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$
masse atomique molaire	: $A = 63,5 \times 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$
masse volumique	: $\mu = 8920 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

E. – ÉLECTRICITÉ

Un dipôle comporte entre deux bornes A et B une résistance R et un condensateur de capacité C placés en série.

E.1. On place aux bornes A B un générateur de tension idéal de force électromotrice E et un interrupteur K. Initialement, le circuit est ouvert et le condensateur déchargé. Soit v_c la tension aux bornes du condensateur (fig. 6).

À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur.

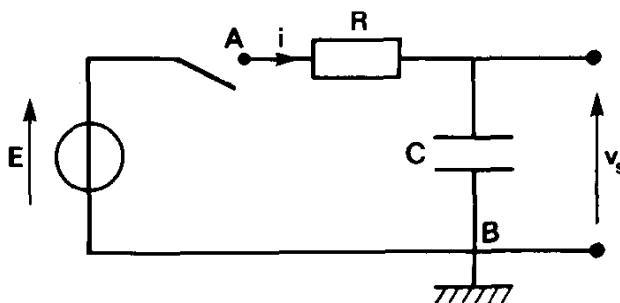


Figure 6

E.1.1. Quels sont les comportements du condensateur à l'instant $t = 0$, puis au bout d'un temps très long ?

En déduire les valeurs correspondantes de v_c , de l'intensité i et de l'énergie du condensateur.

E.1.2. On pose $\tau = RC$.

Pour $t \geq 0$:

- Écrire l'équation différentielle à laquelle obéit v_c .
- Indiquer l'unité de τ .
- Établir l'expression de $v_c(t)$ et donner l'allure de la courbe correspondante en précisant :
 - l'asymptote ;
 - la pente initiale ;
 - les coordonnées de l'intersection de la tangente à l'origine et de l'asymptote.

Application numérique :

$$R = 1 \text{ k}\Omega ;$$

$$C = 1 \text{ }\mu\text{F} ;$$

$$E = 10 \text{ V} .$$

E.2. Entre A et B, on applique une tension alternative sinusoïdale de la forme $v_e(t) = V_e \cos \omega t$, où V_e est une constante et où la pulsation ω peut varier.

E.2.1. On utilise les deux voies d'un oscilloscope bicourbe (fig. 7). Pour une certaine fréquence, l'oscillogramme est le suivant (fig. 8) [les calibres des deux voies sont différents].

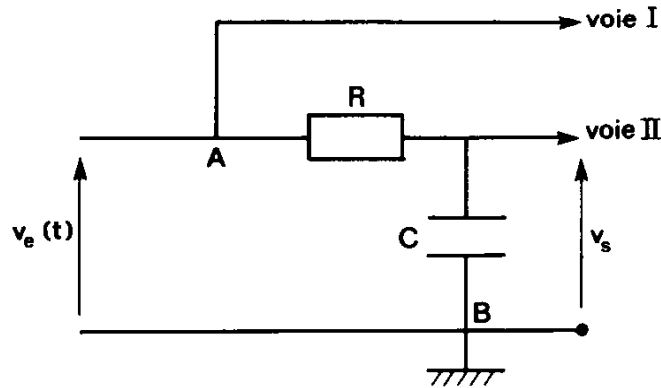


Figure 7

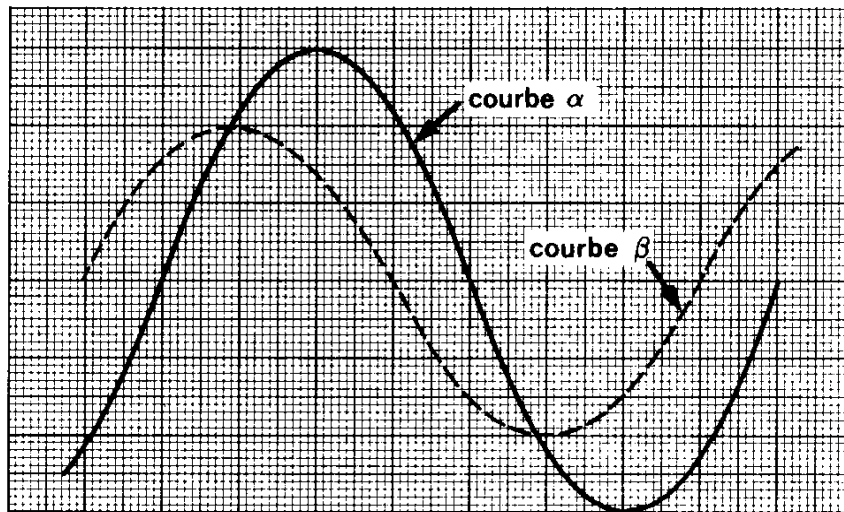


Figure 8

- Quelle courbe correspond à la voie I ? Justifier votre réponse.
- Déterminer le déphasage entre les tensions visualisées.
- En déduire la fréquence et la période utilisées.
- Quelle est la tension efficace aux bornes du condensateur ?
- Donner l'expression de $v_e(t)$.

Application numérique :

$$V_e = 200 \text{ V};$$

$$R = 1 \text{ k}\Omega;$$

$$C = 1 \text{ }\mu\text{F}.$$

E.2.2. On double la fréquence, la valeur de V_e restant inchangée.

Déterminer la tension efficace aux bornes du condensateur.

E.2.3. En faisant varier la fréquence, on obtient aux bornes du condensateur une tension de la forme :

$$v_s = V_s(\omega) \cos [\omega t + \varphi(\omega)]$$

On appelle gain, $G(\omega)$, le rapport des tensions maximales :

$$G(\omega) = \frac{V_s(\omega)}{V_e}$$

et gain en décibel (dB) :

$$H(\omega) = 20 \log G(\omega) \quad \text{où } \log \text{ représente le logarithme décimal.}$$

a. Indiquer les valeurs de G et H lorsque :

$$\omega \rightarrow 0;$$

$$\omega \rightarrow \infty.$$

b. On appelle pulsation de coupure ω_c , la pulsation pour laquelle la différence entre le gain (en décibel) et le gain maximum est de -3 dB :

$$H(\omega_c) = H_{\max} - 3 \text{ dB}.$$

Exprimer cette pulsation de coupure en fonction de R et de C ou de τ .

E.2.4. On utilise maintenant une nouvelle résistance R' et un nouveau condensateur de capacité C' associés à R et C selon le schéma présenté sur la figure 9.

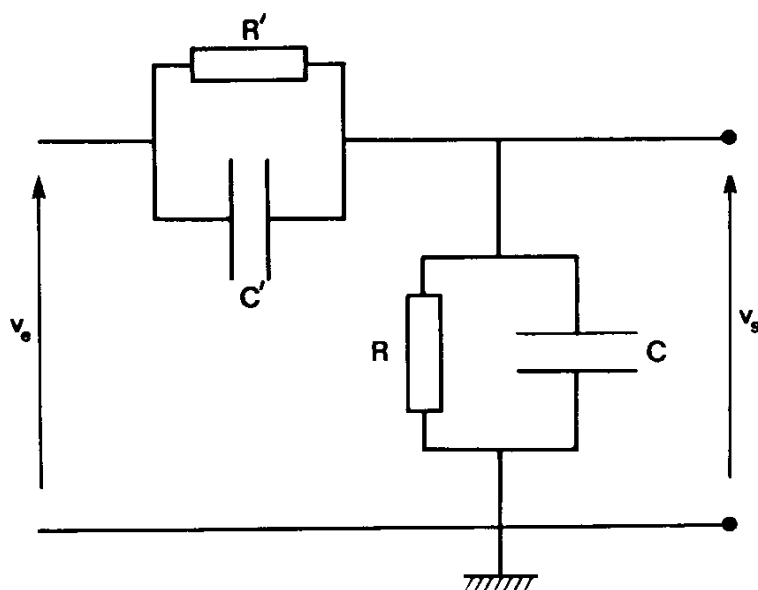


Figure 9

La tension d'entrée $v_e(t)$ est toujours sinusoïdale :

$$v_e = V_e \cos \omega t$$

$$v_s = V_s \cos (\omega t + \varphi).$$

a. Exprimer le gain $G(\omega) = \frac{V_s}{V_e}$ en fonction de ω , R , C , R' , C' .

b. À quelle condition celui-ci est-il indépendant de la fréquence ?

c. Quel est alors l'intérêt du montage ?

SESSION DE 1990

C.A.P.E.S de Sciences Physiques

CONCOURS EXTERNE

Option : PHYSIQUE ET CHIMIE

COMPOSITION DE CHIMIE

DURÉE : 4 heures

Calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Les candidats doivent reporter sur leur copie, devant leurs réponses, la numérotation complète (chiffres et lettres) des questions de l'énoncé.

A. CHIMIE MINÉRALE ET GÉNÉRALE : LE FER

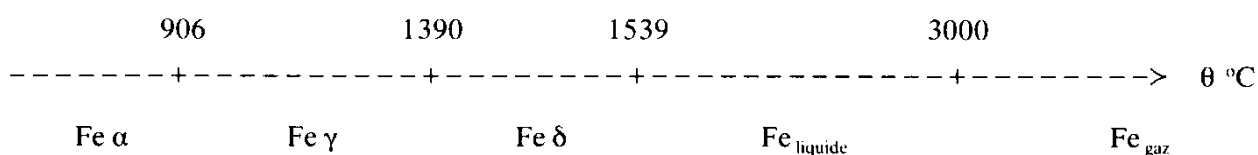
A.1. Structure électronique.

Le numéro atomique du fer est $Z = 26$.

Donner les structures électroniques du fer, de l'ion Fe^{2+} et de l'ion Fe^{3+} .

A.2. Variétés allotropiques du fer.

Sous la pression atmosphérique, les changements de phase du fer ont lieu aux températures suivantes :



Le fer α cristallise dans un système cubique centré d'arête $a_{\alpha} = 0,290 \times 10^{-9} \text{ m}$.

Le fer γ cristallise dans un système cubique à faces centrées d'arête $a_{\gamma} = 0,365 \times 10^{-9} \text{ m}$.

Le fer δ cristallise dans un système cubique centré d'arête $a_{\delta} = 0,293 \times 10^{-9} \text{ m}$.

La masse atomique molaire du fer est $M = 55,85 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

La constante d'Avogadro vaut $N_A = 6,022 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.

A.2.1. Représenter ces deux types de maille.

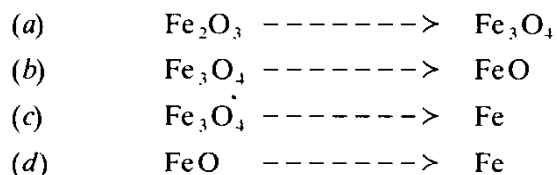
A.2.2. Calculer la masse volumique des variétés allotropiques α et γ du fer.

A.3. Réduction des oxydes de fer. Sidérurgie.

La constante des gaz parfaits vaut :

$$R = 8,314 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$$

A.3.1. Équilibrer, en les ramenant à une mole de CO, les équations de réduction des oxydes de fer par le monoxyde de carbone :



A.3.2. On donne, pour chacune de ces réactions ramenée à une mole de CO, la variation d'enthalpie libre standard ΔG_r° en fonction de la température : $\Delta G_r^\circ(T) = f(T)$

$$(a) \quad \Delta G_a^\circ(T) = -42,6 \times 10^3 - 58,9 T \quad \text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$(b) \quad \Delta G_b^\circ(T) = 39,3 \times 10^3 - 45,1 T \quad \text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$(c) \quad \Delta G_c^\circ(T) = -4,8 \times 10^3 + 7,7 T \quad \text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$(d) \quad \Delta G_d^\circ(T) = -19,5 \times 10^3 + 25,3 T \quad \text{J} \cdot \text{mol}^{-1}$$

Que peut-on en déduire pour la réaction (a) ?

A.3.3. Représenter sur un même graphique établi sur papier millimétré les fonctions $\Delta G_b^\circ(T)$, $\Delta G_c^\circ(T)$ et $\Delta G_d^\circ(T)$ pour $T < 1500$ K. Soient respectivement (b), (c), (d) les droites ainsi tracées.

Échelle : 1 cm pour 100 K en abscisse ;

1 cm pour 5 kJ · mol⁻¹ en ordonnée.

A.3.4. Les trois droites (b), (c), et (d) se coupent en un même point.

a. Déterminer l'abscisse de ce point.

b. Quel équilibre particulier n'existe qu'en ce point ?

c. Calculer la variance d'un système dans ces conditions ; interpréter.

A.3.5. Exprimer pour les quatre réactions la relation liant l'affinité $\mathcal{A}$ (ou, à la rigueur, la variation d'enthalpie libre ΔG) à ΔG° , p_{CO} , p_{CO_2} et T .

A.3.6. En tout point M (d'ordonnée y et d'abscisse T) du plan des graphes $\Delta G^\circ(T)$, la composition de la phase gazeuse (mélange de CO et de CO₂) peut être définie par :

$$\ln(p_{\text{CO}} / p_{\text{CO}_2}) = y/RT.$$

Montrer qu'il n'existe, dans chacun des six secteurs du plan délimités par les trois droites (b), (c) et (d), qu'une seule phase solide thermodynamiquement stable en présence de la phase gazeuse.

Préciser clairement sur le plan (y , T) la nature de l'espèce solide stable dans chaque secteur.

A.3.7. Calculer la valeur de la constante de l'équilibre (b) à 1000 K.

A.3.8. La sidérurgie utilise le monoxyde de carbone comme réducteur des oxydes de fer.

Comment est-il produit dans le haut-fourneau ?

Faire le schéma d'un haut-fourneau en précisant clairement la nature et les points d'entrée et de sortie des charges solides et gazeuses et des produits liquides et gazeux.

A.3.9. Parmi les valeurs suivantes, quelle est celle qui vous semble le mieux correspondre à la production française en 1989 de fonte et d'acier :

1 5 15 30 50 100 200 millions de tonnes.

A.4. Le fer et ses ions Fe^{2+} et Fe^{3+} .

A.4.1. Décrire et interpréter pour chacun des ions Fe^{2+} et Fe^{3+} un test d'identification mettant en jeu :

- une réaction de précipitation ;
- une réaction de complexation ;
- une réaction d'oxydoréduction.

A.4.2. Une solution aqueuse de chlorure de fer III de concentration $0,1 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ a un pH voisin de 2. Interpréter.

A.4.3. Dosage rédox :

La « demande chimique en oxygène », notée D.C.O., est un indice de la pollution des eaux. La D.C.O. est la quantité (exprimée en $\text{mg} \cdot \text{l}^{-1}$) de dioxygène consommé par les matières oxydables présentes dans l'eau. Ces matières sont oxydées par du dichromate de potassium dans des conditions décrites dans le protocole opératoire ci-dessous.

Une eau de rejet industriel contient comme seule matière oxydable de l'acide oxalique (acide éthanedioïque). Afin de déterminer sa D.C.O. on en prélève un échantillon de volume $v_1 = 50,0 \text{ cm}^3$. À cet échantillon, on ajoute un volume $v_2 = 25,0 \text{ cm}^3$ d'une solution à $0,04 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ de $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$ et une quantité suffisante d'acide sulfurique. Ce mélange est porté à l'ébullition pendant 2 heures, ce qui permet l'oxydation de la totalité de l'acide oxalique en dioxyde de carbone. Après refroidissement du mélange, l'excès de dichromate est dosé à l'aide d'une solution à $0,25 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ de sulfate de fer II en présence d'un indicateur coloré approprié. Le virage est observé pour un ajout de $v_3 = 14,4 \text{ cm}^3$ de solution d'ions fer II.

- Équilibrer les équations des réactions d'oxydoréduction mises en jeu dans ce protocole.
- Quel indicateur coloré utilisez-vous pour le dosage ?
- Quel matériel de verrerie utilisez-vous pour mesurer les volumes v_1 et v_2 ?
- Déterminer la concentration en acide oxalique dans les eaux de rejet étudiées.
- Dans la nature, l'acide oxalique de ces eaux est oxydé par le dioxygène. Équilibrer l'équation de la réaction correspondante et calculer le D.C.O. de l'eau étudiée.

A.5. Le fer et ses dérivés en catalyse.

A.5.1. Quelle réaction de grande synthèse industrielle utilise le fer comme catalyseur ?

A.5.2. On constate expérimentalement que les ions Fe^{2+} et Fe^{3+} catalysent, entre autres, la réaction d'oxydation des ions iodure par les ions peroxydisulfate. Proposer une justification à ces constatations.

On donne les potentiels standard suivants :

$$E^\circ (\text{Fe}^{3+} / \text{Fe}^{2+}) = 0,77 \text{ V}$$

$$E^\circ (\text{Fe}^{2+} / \text{Fe}) = - 0,44 \text{ V}$$

$$E^\circ (\text{I}_2 / \text{I}^-) = 0,62 \text{ V}$$

$$E^\circ (\text{S}_2\text{O}_8^{2-} / \text{SO}_4^{2-}) = 2,01 \text{ V.}$$

- A.5.3. L'ajout d'un peu de limaille de fer à un mélange de dibrome et de toluène provoque une réaction assez vive avec décoloration du mélange et dégagement gazeux. Ce n'est pas le fer, mais l'un de ses dérivés, fabriqué *in situ*, qui catalyse cette réaction.
- De quel dérivé s'agit-il ? Par quelle réaction s'est-il formé ? Quel type de propriété lui permet effectivement de catalyser la réaction entre le dibrome et le toluène ?
 - Équilibrer l'équation de la réaction entre le dibrome et le toluène en développant la formule du (ou des) composé(s) obtenu(s).
 - Expliciter le mécanisme de cette réaction en faisant bien apparaître le rôle du catalyseur.

B. CHIMIE ORGANIQUE

B.1. Acides α -aminés.

La valine (acide amino-2 méthyl-3 butanoïque) et la phénylalanine (acide amino-2 phényl-3 propanoïque) sont deux acides α -aminés essentiels.

B.1.1. Qu'entend-on par acide α -aminé « essentiel » ?

B.1.2. Représenter la (L)valine en représentation de Fischer et la (L)phénylalanine en représentation spatiale conventionnelle. Préciser dans chaque cas la configuration absolue du carbone asymétrique.

B.1.3. La (L)valine est « dextrogyre » ; la (L)phénylalanine est « lévogyre ». Expliquer la signification des deux termes.

B.1.4. On souhaite réaliser *in vitro* la synthèse du dipeptide « (L)Val-(L) Phe ». Comment convient-il de procéder afin de n'obtenir que celui-ci ? Préciser les étapes de cette synthèse à partir des acides α -aminés constitutifs.

B.2. Chimie organique industrielle.

Les principales matières premières de la chimie organique industrielle sont : le charbon, le gaz naturel et le pétrole.

B.2.1. Quels sont les principaux constituants :

- a. du gaz naturel ?
- b. du pétrole ?

B.2.2. Quels sont les principaux produits pétroliers obtenus par première distillation d'un brut ? À quoi sont-ils principalement destinés ?

B.2.3. En quoi consiste le vapocraquage de la coupe C_5 à C_{10} ? Quel est le rôle de la vapeur d'eau dans cette opération ? Quels sont les principaux produits généralement obtenus par vapocraquage ?

B.2.4. Présenter brièvement l'une des méthodes industrielles de fabrication du monomère permettant la synthèse ultérieure du P.V.C. (polychlorure de vinyle) à partir d'éthylène.

B.3. Synthèse.

B.3.1. On étudie la réaction d'un alcène *A* avec le bromure d'hydrogène.

- a. Donner la formule développée et le nom de chacun des alcènes isomères ayant la formule brute C_4H_8 .
- b. De quel type de réaction s'agit-il ?
- c. En présence de peroxyde de benzoyle, la réaction conduit à un composé *B*.
 - À quelle famille de composés organiques appartient *B* ?
 - Quelle est la formule du peroxyde de benzoyle ?
 - Quel est son rôle ?
 - Si l'on doit faire cette réaction en solution, quel type de solvant faut-il choisir ?

- B.3.2. L'action de *B*, en solution dans du diéthyléther (éthoxyéthane) anhydre, sur du magnésium conduit à un composé *C*.
- Quel type de fonction organique présente *C* ?
 - Pourquoi faut-il que le milieu soit anhydre ?
 - Pourquoi choisit-on un étheroxyde comme solvant pour cette réaction ?
- B.3.3. L'alcène initial *A* traité par une solution aqueuse diluée d'acide sulfurique conduit à un composé *D* qui, par oxydation à l'aide d'une solution acide de dichromate de potassium en excès, est transformé en un composé *E*. *E* est caractérisé par la formation d'un précipité orangé *F* lors de l'ajout de quelques gouttes de *E* à une solution acide de dinitro-2,4 phénylhydrazine (2,4-DNPH).
- Quelles fonctions organiques représentent *D* et *E* ?
 - Écrire la formule développée de la 2,4-DNPH (on rappelle que la formule de l'hydrazine est $\text{H}_2\text{N}-\text{NH}_2$).
- B.3.4. Le composé *E*, isolé et séché, est versé dans une solution étherée de *C*. Après réaction, une hydrolyse acide du mélange conduit à un composé *G* de formule brute $\text{C}_8\text{H}_{18}\text{O}$ ne présentant qu'un seul carbone asymétrique.
- Quelle est la fonction de *G* ?
- B.3.5. En se basant sur le fait que le seul composé organique à l'origine de la synthèse de *G* est l'alcène *A*, déterminer la formule et le nom des composés *A*, *B*, *C*, *D*, *E*, *F* et *G*.
- B.3.6. Expliciter le mécanisme de la réaction $A \longrightarrow D$.
- B.3.7. Représenter clairement l'énantiomère *S* du composé *G*. Quelle propriété optique présente-t-il ?

SESSION DE 1990

C.A.P.E.S de Sciences Physiques

CONCOURS EXTERNE

Option : PHYSIQUE ET ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE

COMPOSITION D'ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE AVEC APPLICATIONS

DURÉE : 4 heures

Calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Étude d'un onduleur monophasé

Le schéma complet du montage est fourni sur la figure 0.

Le problème comporte quatre parties :

- la première partie porte sur l'étude de la charge de l'onduleur ;
- la deuxième présente une étude simplifiée d'un transformateur monophasé utilisé en régime non sinusoïdal de tension et de courant ;
- la troisième est axée sur la commande des transistors utilisés ;
- la dernière aborde l'élaboration des signaux de pilotage des interrupteurs.

Ces quatre parties sont assez largement indépendantes.

1. Étude du circuit de charge de l'onduleur

Il s'agit d'une charge inductive dont le modèle est représenté sur la figure 1.1., les coefficients L et R en seront supposés constants dans tout le problème.

- 1.1. Lorsque la tension $u(t)$ est sinusoïdale de fréquence 50 Hz et de valeur efficace 220 V, l'intensité $i(t)$ est également sinusoïdale, de valeur efficace 2,25 A et la charge absorbe alors une puissance active de 345 W.

Déterminer les valeurs numériques de la résistance R et du coefficient d'auto-induction L .

- 1.2. La tension $u(t)$ est maintenant carrée, alternative, d'amplitude 220 V et de fréquence 50 Hz ; son allure est représentée sur la figure 1.2. On se propose de déterminer l'évolution de $i(t)$ en régime établi.

- 1.2.1. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution de $i(t)$ pendant l'intervalle de temps $0 < t < T/2$.

- 1.2.2. Que peut-on dire des valeurs $i(0)$ et $i(T/2)$ en régime permanent ?

- 1.2.3. Donner l'expression littérale de $i(t)$ dans l'intervalle de temps $[0, T/2]$; calculer la valeur numérique de $i(T/2)$; tracer l'allure de $i(t)$ sur le document-réponse 1.2.3.

- 1.2.4. Compléter le graphe de $i(t)$ pour l'intervalle $[T/2, T]$ sur le document-réponse précédent.

- 1.3. La tension $u(t)$ est constituée désormais de créneaux de largeur variable tels que l'illustre la figure 1.3.

Pour $t_n < t < t_{n+1}$, $u(t) = + U_0$ et pour $t_{n+1} < t < t_{n+2}$, $u(t) = - U_0$; $U_0 = 220$ V.

- 1.3.1. Écrire l'évolution de $i(t)$ dans l'intervalle $[t_n, t_{n+1}]$, en notant I_n la valeur de l'intensité du courant à l'instant t_n , pris pour origine des temps.

- 1.3.2. De façon analogue, donner l'expression de $i(t')$ dans l'intervalle $[t_{n+1}, t_{n+2}]$ en notant I_{n+1} la valeur de l'intensité à l'instant t_{n+1} pris pour nouvelle origine des temps ($t' = t - t_{n+1}$).

Représenter sur le document-réponse 1.3., l'allure de l'évolution de $i(t)$ dans l'intervalle $[t_n, t_{n+2}]$ en prenant $I_n = 0$; $t_{n+1} - t_n = 4,0$ ms ; $t_{n+2} - t_{n+1} = 2,0$ ms.

2. Transformateur monophasé en régime non sinusoïdal

La caractéristique idéalisée $B(H)$ du matériau magnétique utilisé est représentée sur la figure 2.1. On note S , l'aire de la section droite équivalente du noyau supposée constante, et L' , la longueur moyenne d'une ligne de champ. On néglige l'effet des entrefers.

Les notations et conventions de signes sont précisées sur la figure 2.2.

$$S = 30 \text{ cm}^2; \quad L' = 50 \text{ cm}; \quad n_p = 80 \text{ sp.}; \quad n_s = 367 \text{ sp.}$$

2.1. Étude du transformateur à vide.

- 2.1.1. Déterminer la relation liant l'intensité du courant magnétisant $i_{p0}(t)$ et l'excitation magnétique $H(t)$.
- 2.1.2. On désignera par $\Phi(t)$ le flux d'induction à travers une section droite S du circuit magnétique. Sur le document-réponse 2.1.2. tracer la caractéristique $\Phi(i_{p0})$.
- 2.1.3. L'enroulement primaire est alimenté par une source de tension $u_p = e(t)$ comme indiqué sur la figure 2.1.3. ($E = 48 \text{ V}$, $T = 20 \text{ ms}$).
On néglige les résistances et les inductances de fuites des enroulements.
 - a. Établir la loi de variation du flux $\Phi(t)$ pour $0 < t < T/4$, en supposant que $\Phi(0) = 0$.
On note Φ_M la valeur atteinte par le flux à l'instant $T/4$; calculer la valeur numérique de Φ_M .
 - b. Tracer le graphe de $\Phi(t)$ sur le document-réponse 2.1.3.b.
 - c. Tracer dans ce cas, sur le document-réponse 2.1.3.c., les graphes de $i_{p0}(t)$ et $u_s(t)$; compléter ces graphes pour l'intervalle $[T/4, T]$. On précisera la valeur numérique de $i_{p0}(T/4)$.
- 2.1.4. a. On modifie la valeur de E de manière que le champ magnétique maximal atteigne $1,8 \text{ T}$. Calculer E . Représenter graphiquement (document-réponse 2.1.4.a.) les variations de $i_{p0}(t)$ et $u_s(t)$.
b. Avec la valeur de E précédente, on suppose que le circuit primaire a une résistance $r_p = 1 \Omega$. Dessiner l'allure de $u_s(t)$ sur le document 2.1.4.b.

2.2. Transformateur chargé par une résistance $R = 68 \Omega$.

Le primaire est alimenté par la tension $e(t)$ déjà présentée sur la figure 2.1.3.; on suppose les enroulements parfaits ($E = 48 \text{ V}$). Les conventions imposées sur la figure 2.2. sont impératives.

- 2.2.1. Écrire la loi d'Hopkinson en utilisant les notations de la figure 2.2., pour les fonctionnements à vide et en charge.
- 2.2.2. En déduire l'allure de l'intensité $i_p(t)$ du courant primaire en régime permanent et la représenter sur une période (document-réponse 2.2.2.).
On précisera les valeurs numériques de $i_p(-T/4)$ et $i_p(+T/4)$.

2.3. Transformateur chargé par les éléments $R = 68 \Omega$ et $L = 223 \text{ mH}$ associés en série.

Les imperfections du transformateur sont de nouveau négligées et le primaire est alimenté par la source de tension précédente.

Déduire des études effectuées en 1. et dans la question 2.2. l'allure du courant primaire sur une période (document-réponse 2.3.). On précisera les valeurs numériques de $i_p(-T/4)$ et $i_p(+T/4)$.

3. Commande des transistors de puissance bipolaires

3.1. Quels sont les états de fonctionnement d'un transistor utilisé comme interrupteur statique ? Comment peut-on les caractériser ?

3.2. Afin de réduire le temps de « retard à l'ouverture » d'un transistor préalablement conducteur, on le maintient en conduction juste en deçà de la limite de saturation en utilisant un dispositif d'antisaturation, réalisé à l'aide des diodes D et D_{as} , représenté sur la figure 3.2.

On admettra qu'en régime de conduction $V_D = V_{Das} = 0,7 \text{ V}$; $V_{BE} = 0,8 \text{ V}$; $V_{CEsat} \leq 0,5 \text{ V}$.

Montrer que la conduction des diodes D et D_{as} fixe le point de fonctionnement du transistor de puissance dans sa zone de conduction linéaire.

Évaluer, compte tenu des indications de la figure 3.2., l'intensité des courants traversant la base du transistor et la diode D_{as} , en fonction de I_0 , I_{B0} , β et R_{BE} .

3.3. Chaque transistor T_{pk} est commandé par un circuit de base tel que celui représenté sur la figure 3.3.

L'ordre de fermeture ou d'ouverture du transistor de puissance, provenant du pilote, est transmis au circuit de commande de base par l'intermédiaire d'un composant opto-coupleur assurant l'isolation galvanique entre les différents circuits.

$|V_{BE}| = 0,7 \text{ V}$ pour T_1 et T_2 ; $|V_{BE}| = 0,8 \text{ V}$ pour T_{pk} ; $V_{CEsat} \leq 0,5 \text{ V}$ pour T_2 et T_{pk} .

$V_D = V_{Das} = 0,7 \text{ V}$.

$R_1 = 470 \Omega$, $R_2 = 390 \Omega$, $R_3 = 15 \Omega$, $R_4 = 150 \Omega$, $R_5 = 10 \Omega$;

$\beta_{Tp} = 10$, $\beta_{T2} = 25$, $\beta_{T1} = 200$.

3.3.1. Montrer que les transistors T_1 et T_2 fonctionnent, lorsqu'ils conduisent, dans leur zone de linéarité.

3.3.2. En conduction le transistor T_1 fonctionne dans sa zone de linéarité.

Lorsque l'opto-transistor est saturé, calculer les intensités des courants I_1 , I_2 , I_3 ainsi que V_{ce1} . On prendra $V_{ce \text{ opto } Tr} = 0,4 \text{ V}$ et on précisera les approximations éventuelles.

3.3.3. Pour $I = 22 \text{ A}$, déterminer les intensités des courants I_4 , I_5 , I_{bTp} et I_{b2} ainsi que celles des courants traversant les diodes D et D_{as} (là encore, on précisera les approximations éventuelles en les justifiant numériquement).

3.4. Pour rendre susceptibles de conduire les transistors de puissance T_{pk} de la figure 0, les circuits de commande correspondants injectent dans leur base un courant d'intensité $I_b = \text{Constante}$. Ce courant de base est nul quand les transistors T_{pk} doivent être bloqués.

3.4.1. Représenter sur le document-réponse 3.4.1., les intensités I_{bTp} des quatre transistors de puissance qui permettent d'obtenir la tension $u_p(t)$ de la figure 3.4.1. (on groupera éventuellement les diagrammes).

3.4.2. Lorsque $u_p(t)$ a la forme représentée sur la figure 3.4.1. (page de figures 6), l'intensité $i_p(t)$ prend la forme dessinée sur la figure 3.4.2. Dessiner sur le document-réponse 3.4.2., les allures des intensités $i_{cTp1}(t)$, $i_{Dp1}(t)$, $i_{cTp2}(t)$ et $i_{Dp2}(t)$ correspondantes.

4. Pilotage des interrupteurs et étude de forme des signaux

- 4.1. Afin d'assurer l'isolement galvanique entre le circuit de pilotage et les commandes de base des transistors de puissance, on utilise un composant opto-coupleur (figure 4-1).

La diode électroluminescente (Del) est commandée par le circuit « C », lui-même contrôlé par le signal $C_b(t)$, issu de la sortie d'une porte logique TTL, inverseuse, du pilote.

La diode doit être alimentée quand le signal $C_b(t)$ est au niveau logique 0.

Proposer une réalisation du circuit C de la figure 4.1., afin d'avoir dans la diode un courant d'intensité 6 mA.

- 4.2. Commande de créneaux symétriques de fréquence 50 Hz.

- 4.2.1. La tension $u(t)$ aux bornes de la charge présente la forme indiquée sur la figure 1.2.

On note U la valeur efficace de $u(t)$. Exprimer U en fonction de U_0 .

- 4.2.2. La tension $u(t)$ est appliquée au dipôle représenté sur la figure 1.1. ($R = 68 \, \Omega$, $L = 223 \, \text{mH}$). Si l'on décompose cette tension en série de Fourier elle s'écrit sous la forme :

$$u(t) = U_1/\sqrt{2} \sin \omega t + U_3/\sqrt{2} \sin 3\omega t + U_5/\sqrt{2} \sin 5\omega t + \dots + U_k/\sqrt{2} \sin k\omega t + \dots$$

le fondamental a pour valeur efficace : $U_1 = 198 \, \text{V}$.

- a. $u(t)$ ne contient pas d'harmoniques pairs ; pourquoi ?

Les harmoniques impairs ont pour valeurs efficaces, des valeurs U_k telles que $U_k = U_1/k$.

Calculer la valeur efficace I_1 du fondamental du courant dans la charge.

- b. Calculer de même, I_3 , valeur efficace de l'intensité de l'harmonique 3.

- c. Exprimer littéralement la valeur efficace, I , de l'intensité $i(t)$ en fonction des valeurs efficaces des harmoniques du courant.

La valeur numérique de I est : 2,06 A ; la qualité d'une onde est caractérisée par son résidu d'harmoniques R , dont la définition est :

$$R_i = \sqrt{\left(1 - \frac{I_1^2}{I^2}\right)}.$$

Calculer R_i .

- 4.3. Commande en créneaux de largeur modulée.

Pour obtenir des créneaux de largeur modulée, on construit tout d'abord une tension $v(t)$, en comparant une sinusoïde de référence $v_r(t)$ de fréquence $f = 50 \, \text{Hz}$, et un signal triangulaire $v_T(t)$ de fréquence f_T .

On choisit ici $f_T = 9 \cdot f$ et des valeurs maximales égales pour les deux signaux comme indiqué sur la figure 4.3.

- 4.3.1. Tracer sur le document réponse 4.3.1. la tension $v'(t)$ résultant du montage comparateur de la figure 4.3.1. ($V_{cc} = 15 \, \text{V}$).

On commande les transistors T_{pk} , de sorte que la tension $u(t)$ aux bornes de la charge soit à une affinité de rapport U_0/V_{cc} près, la même que la tension $v'(t)$.

Quelle est la valeur efficace de $u(t)$?

4.3.2. On donne les valeurs efficaces des premiers harmoniques de la décomposition en série de Fourier de la tension $u(t)$:

$$\begin{array}{lll} U_1 = 156 \text{ V} & U_9 = 93 \text{ V} & U_{17} = 23 \text{ V} \\ U_3 = 0,7 \text{ V} & U_{11} = 48 \text{ V} & U_{19} = 30 \text{ V} \\ U_5 = 7 \text{ V} & U_{13} = 8 \text{ V} & \\ U_7 = 53 \text{ V} & U_{15} = 32 \text{ V} & \end{array}$$

Cette tension est appliquée au même dipôle que précédemment, l'intensité du courant est représentée sur la figure 4.3.2.

Les valeurs efficaces des harmoniques du courant sont les suivantes :

$$\begin{array}{lll} I_1 = 1,598 \text{ A} & I_9 = 0,147 \text{ A} & I_{17} = 0,019 \text{ A} \\ I_3 = 0,003 \text{ A} & I_{11} = 0,062 \text{ A} & I_{19} = 0,022 \text{ A} \\ I_5 = 0,018 \text{ A} & I_{13} = 0,009 \text{ A} & \\ I_7 = 0,107 \text{ A} & I_{15} = 0,030 \text{ A} & \end{array}$$

La valeur efficace de $i(t)$ est $I = 1,611 \text{ A}$. Calculer, dans ce cas, le résidu d'harmoniques du courant.

4.4. Réalisation de la commande des créneaux de largeur variable.

On échantillonne le signal $v'(t)$ et on enregistre la séquence de 20 ms dans une mémoire. On dispose d'une mémoire de 2048 mots de 4 bits. Ces mots seront notés $Q_4Q_3Q_2Q_1$. L'état bloqué d'un transistor de puissance T_{pk} est représenté par $Q_k = 0$ et son état saturé commandé par $Q_k = 1$. La mémoire est représentée dans la figure 4.4.

Enregistrement :

À chaque instant $t_n = n \cdot (T/2048)$ correspond pour $0 \leq n \leq 2047$ une adresse mémoire « n », comprise entre 0 et 2047.

Le mot binaire : $Q_4Q_3Q_2Q_1$, stocké à l'adresse n de la mémoire s'écrit « 0101 » quand les transistors de puissance 1 et 3 sont commandés à l'instant t_n .

Lecture :

Les mots inscrits à chaque adresse sont lus en séquence, suivant le rythme de l'horloge H ; les compteurs binaires 0, 1 et 2, modulo 16, montés en cascade, affichent l'adresse mémoire à lire à l'instant t_n . (Chaque compteur est incrémenté sur les fronts montants du signal appliqué sur l'entrée « Count Up ». Le signal de retenue incrémente, par un front montant, le compteur suivant.)

4.4.1. Quelle doit être la fréquence de l'horloge pour obtenir $f = 50 \text{ Hz}$?

4.4.2. Quel est le mot binaire contenu à l'adresse 515 ?

4.4.3. Quel est le mot binaire décrivant l'adresse en question ?

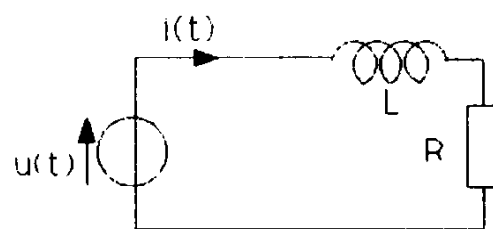


Figure 1-1

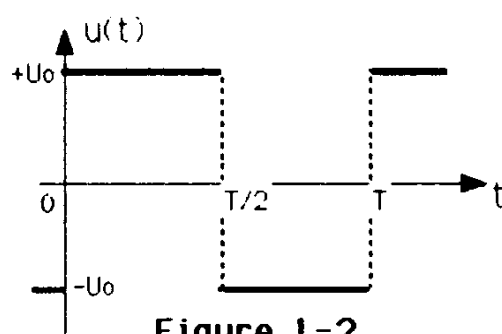


Figure 1-2

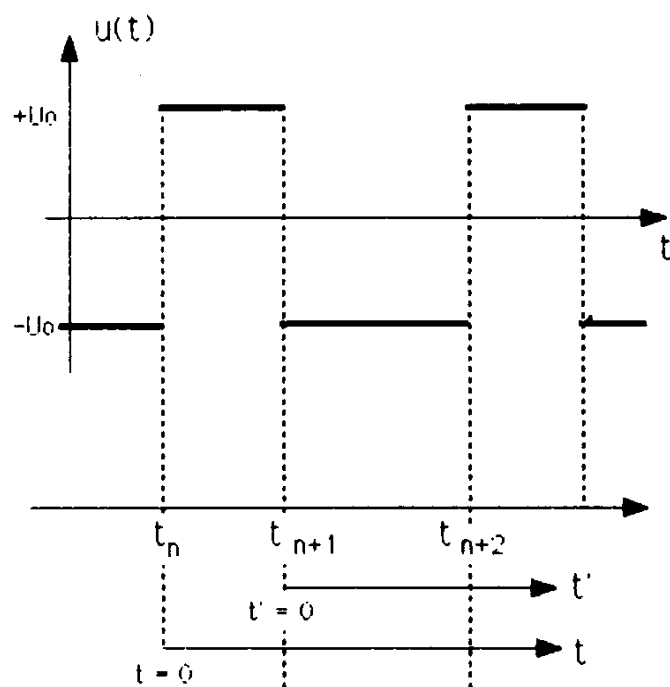


Figure 1-3

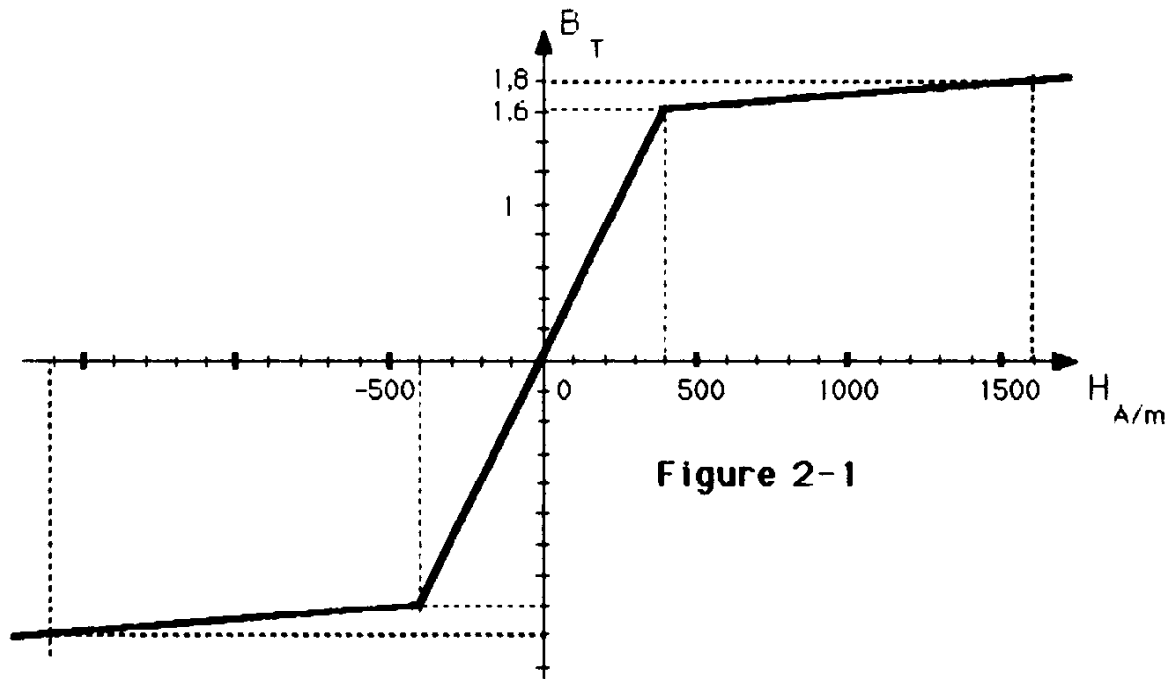
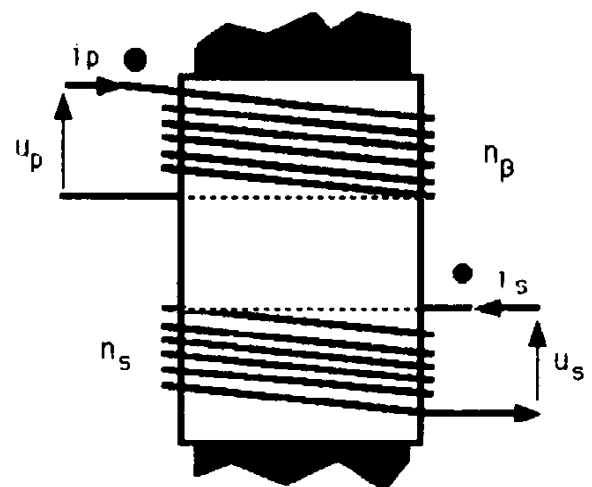
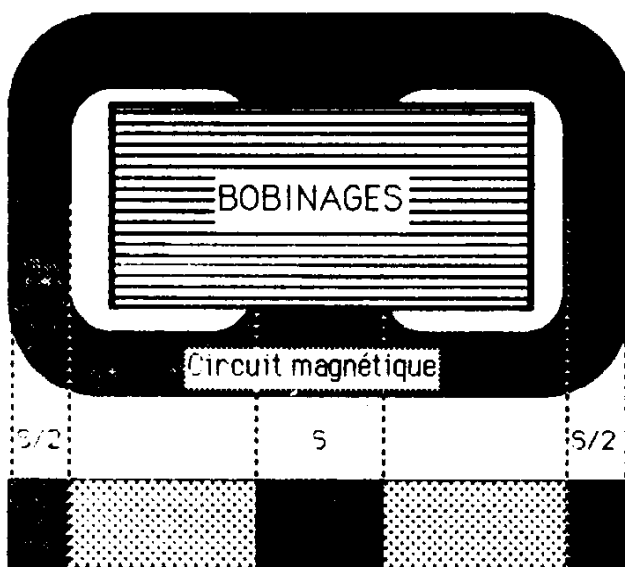


Figure 2-1



Figures 2-2

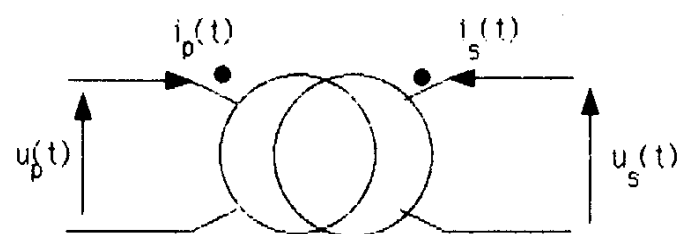
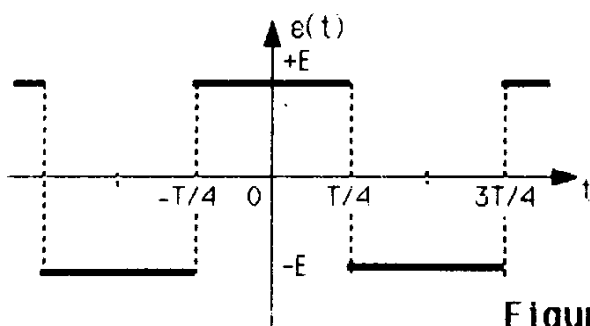
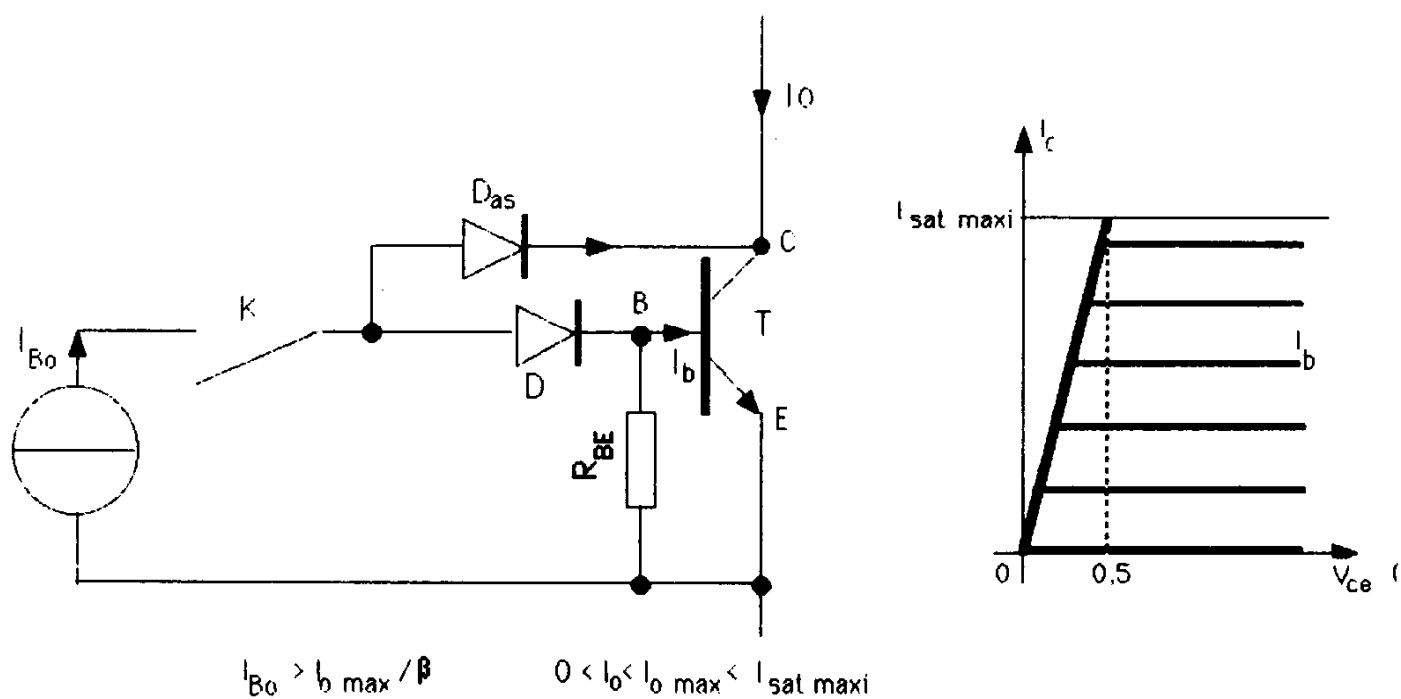


Figure 2-1-3



Figures 3-2

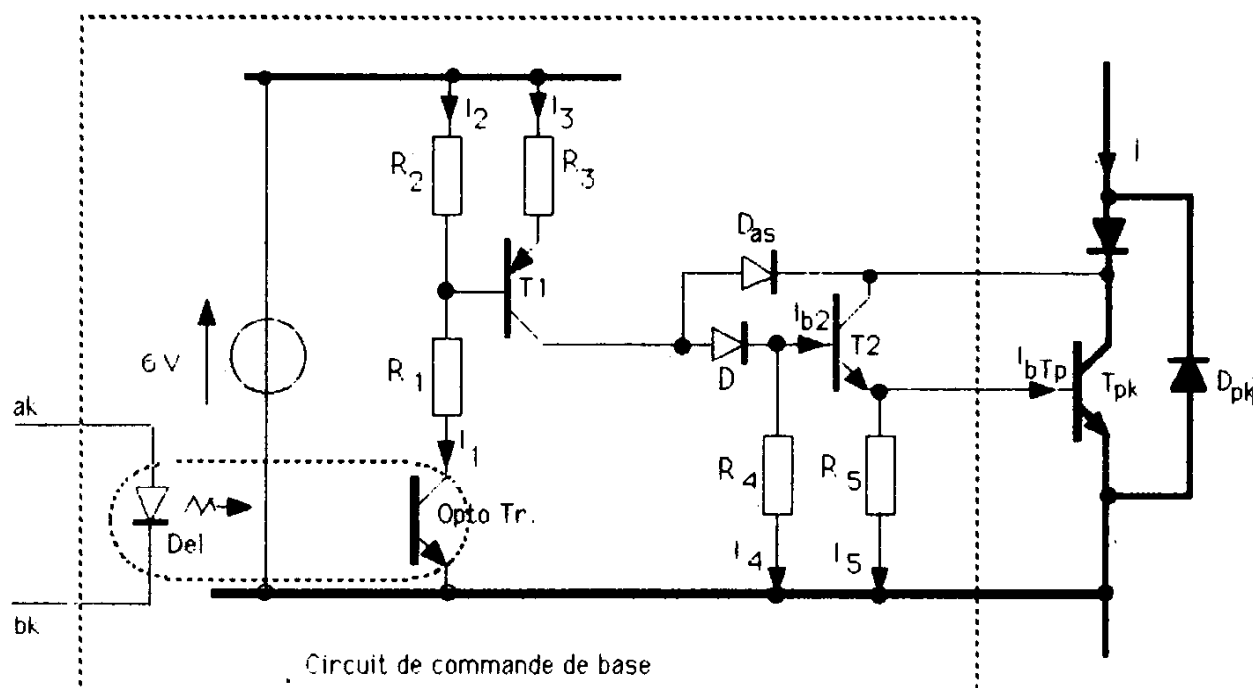


Figure 3-3

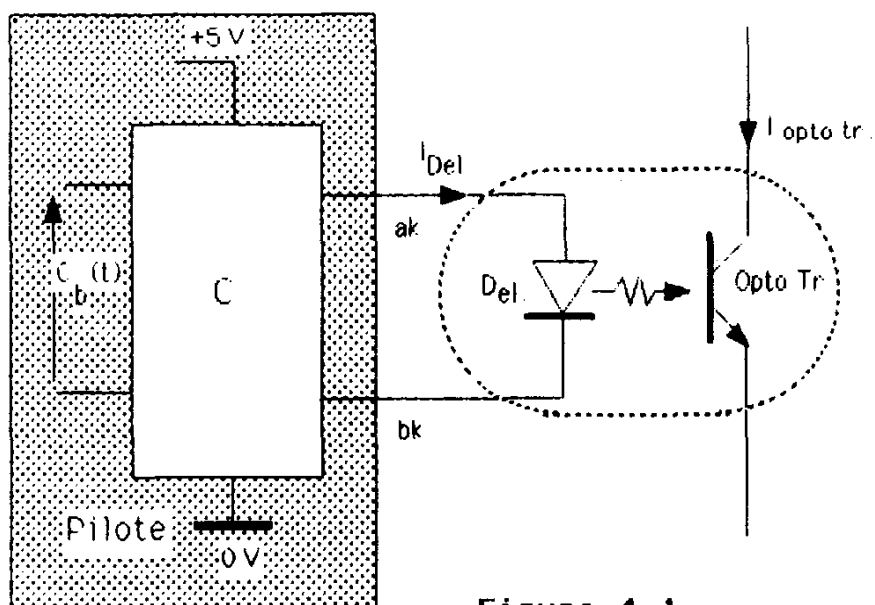


Figure 4-1

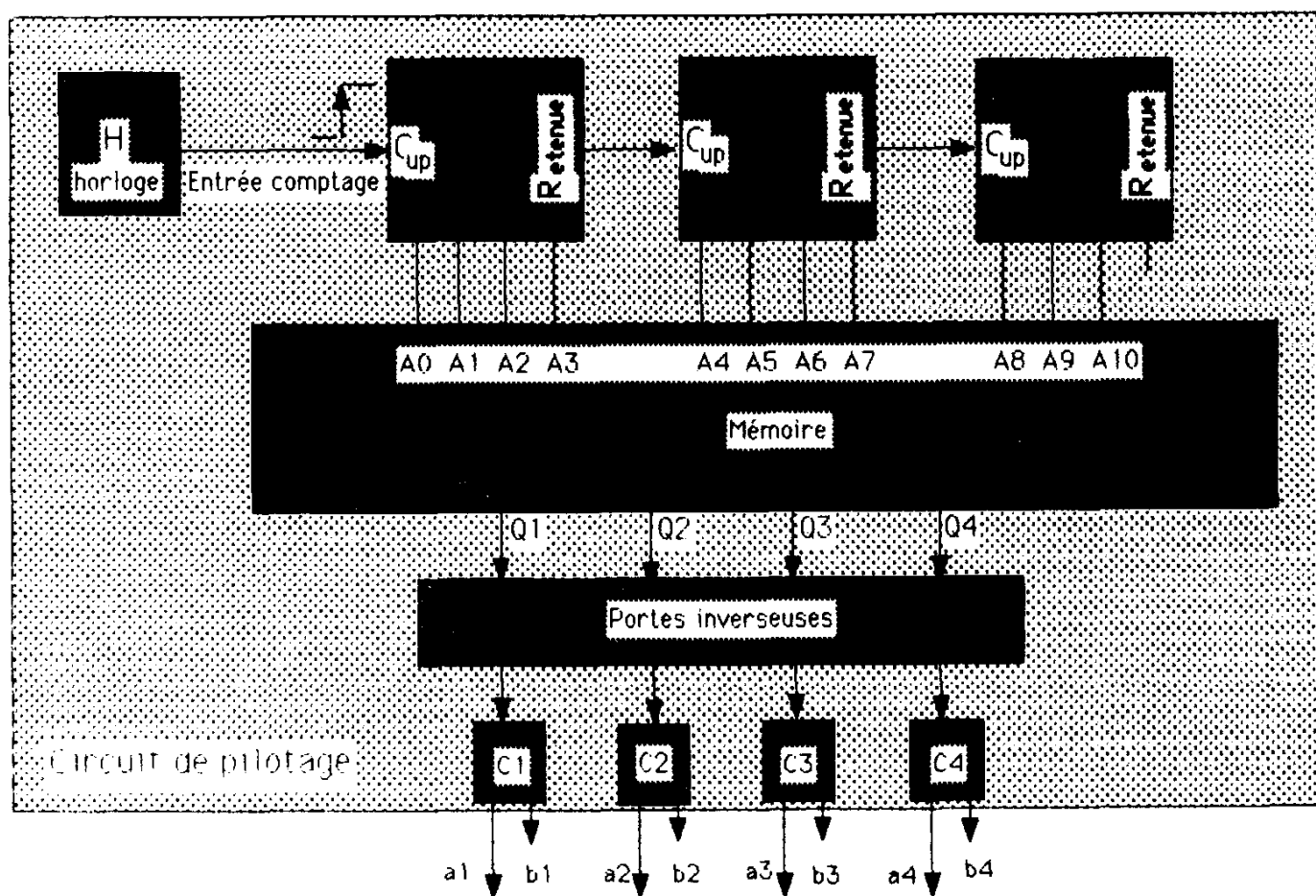


Figure 4-4

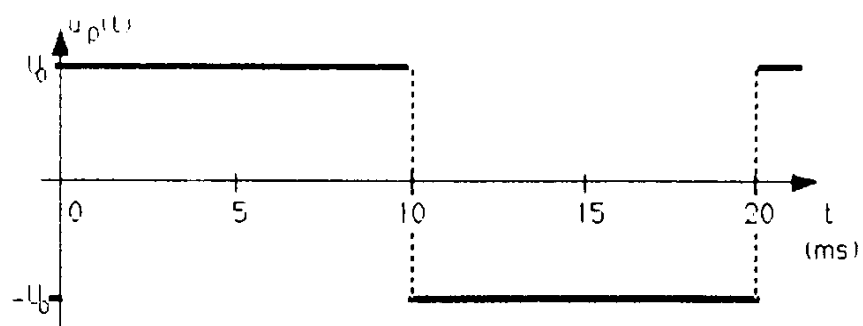


Figure 3-4-1

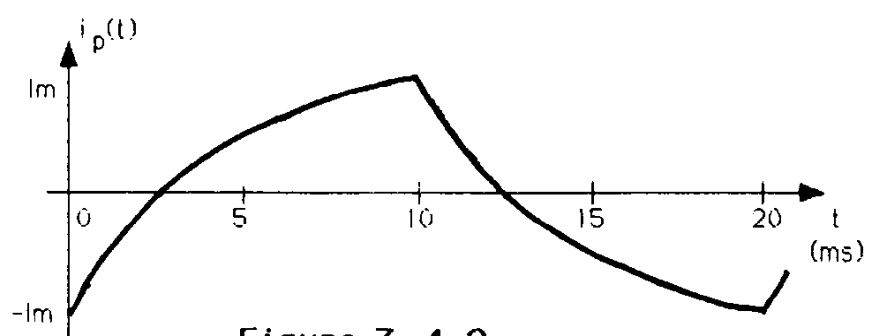


Figure 3-4-2

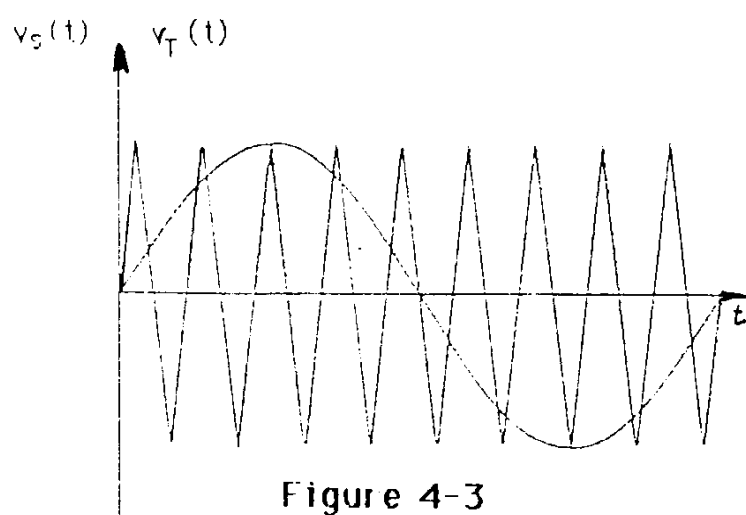


Figure 4-3

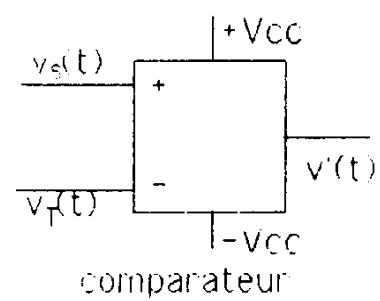


Figure 4-3-1

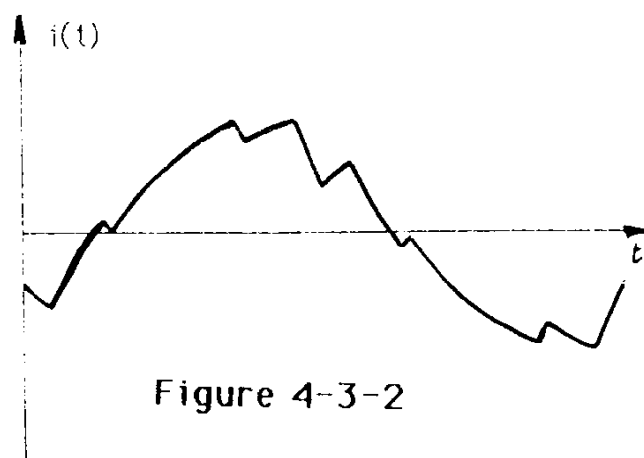
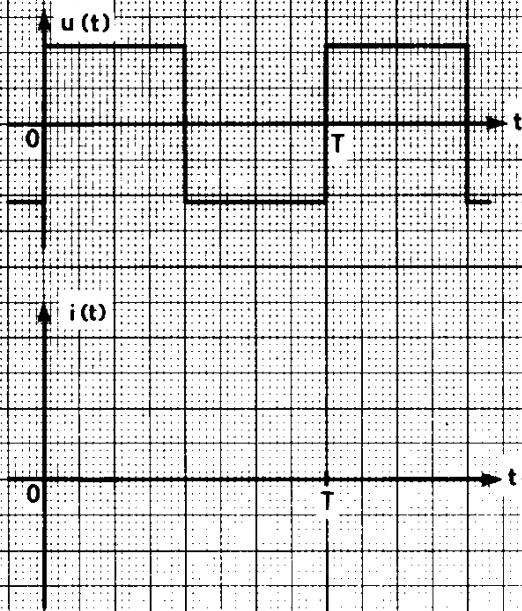
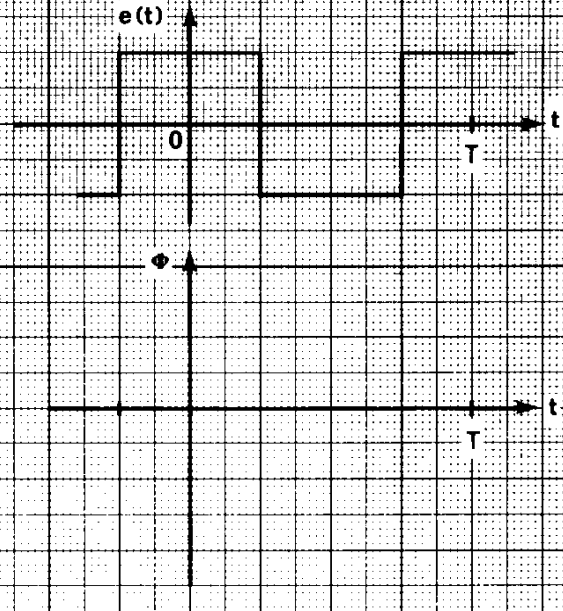


Figure 4-3-2

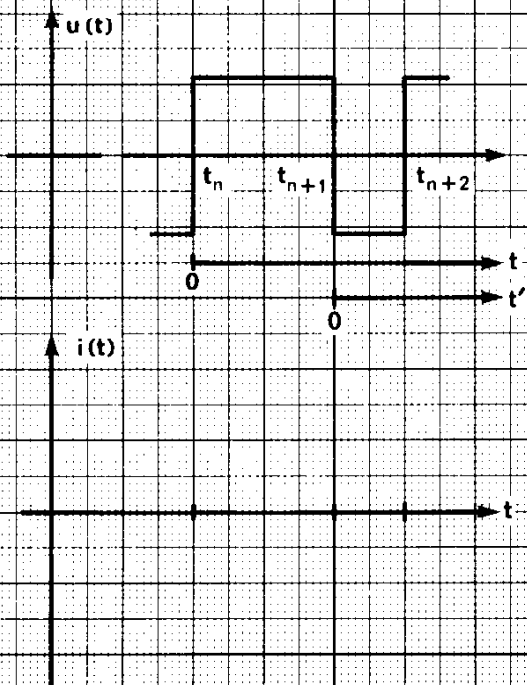
DOCUMENT RÉPONSE 1-2-3



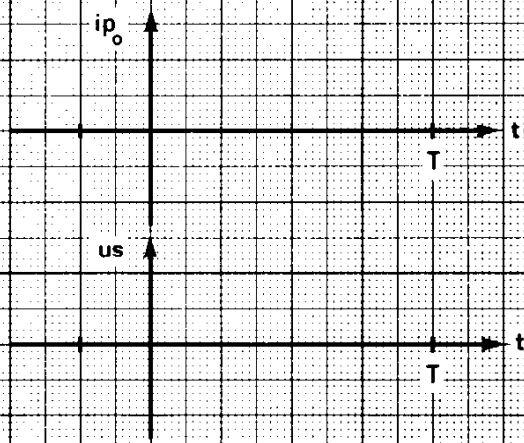
DOCUMENT RÉPONSE 2-1-3 b



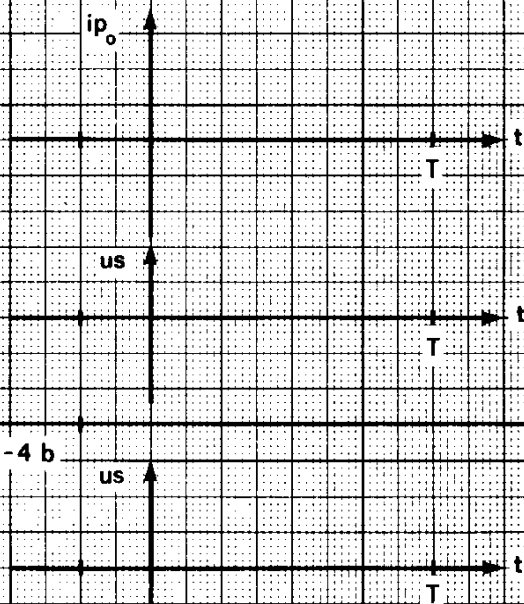
DOCUMENT RÉPONSE 1-3



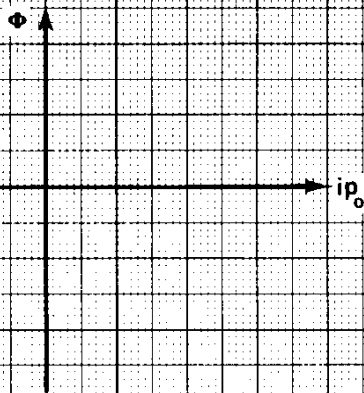
DOCUMENT RÉPONSE 2-1-3 c



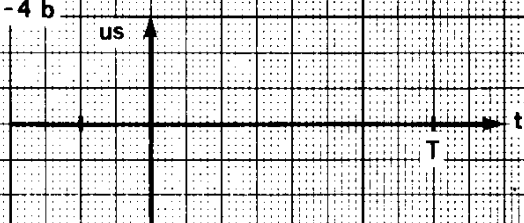
DOCUMENT RÉPONSE 2-1-4 a



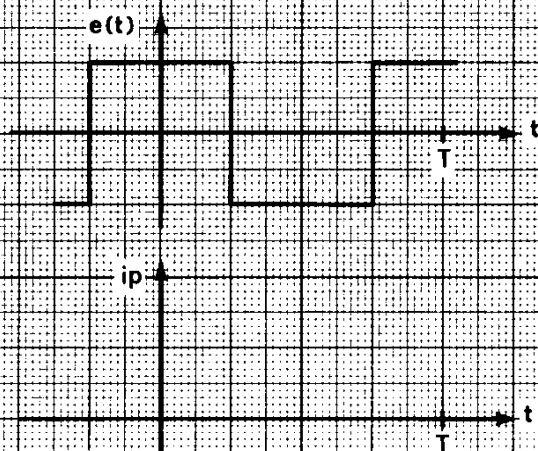
DOCUMENT RÉPONSE 2-1-2



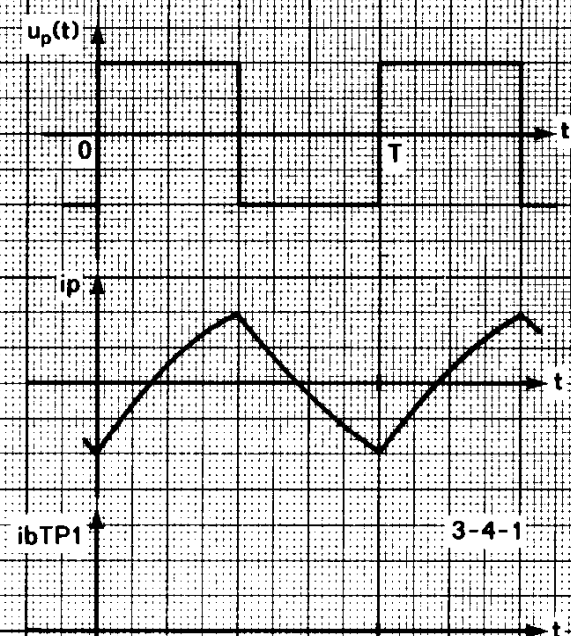
2-1-4 b



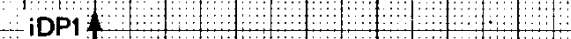
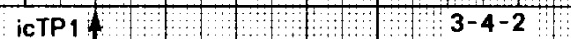
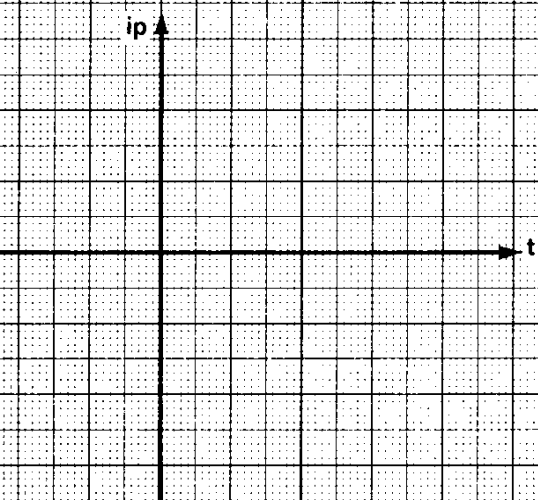
DOCUMENT RÉPONSE 2-2-2



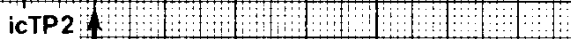
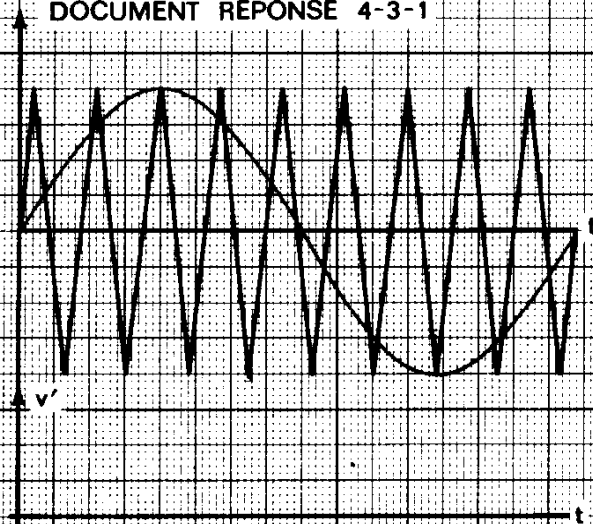
DOCUMENT RÉPONSE 3-4



DOCUMENT RÉPONSE 2-3



DOCUMENT RÉPONSE 4-3-1



SESSION de 1990

C.A.P.E.S de Sciences Physiques

CONCOURS INTERNE

ET

CONCOURS D'ACCÈS À L'ÉCHELLE DE RÉMUNÉRATION
DES PROFESSEURS CERTIFIÉS

COMPOSITION À PARTIR D'UN DOSSIER

DURÉE : 4 heures

Option : CHIMIE.....	p. 1 à 12
Option : PHYSIQUE ET ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE.....	p. 1 à 4

*Les candidats doivent **obligatoirement** traiter l'option qu'ils ont choisie au moment de leur inscription.*

Calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Option : CHIMIE

COMPOSITION À PARTIR D'UN DOSSIER***Rappel du texte définissant la nature de l'épreuve.***

Composition à partir d'un dossier fourni au candidat. Le candidat propose, pour des niveaux et des objectifs désignés, une progression relative à quelques points d'un programme publié au *Bulletin officiel* du ministère de l'Éducation nationale. Il prévoit un accompagnement expérimental, élabore des exercices propres à consolider l'acquisition des connaissances, savoir-faire et méthodes ainsi qu'à participer à une évaluation.

Rappel du programme de l'épreuve sur dossier du CAPES de sciences physiques, concours interne, session 1989.

Programmes de chimie en vigueur à la rentrée 1989 des classes de :

- Seconde, y compris option « Sciences et techniques de laboratoire » ;
- Première S et première E ;
- Terminales C, D, E ;
- Biologie, mathématiques supérieures ;
- Biologie, mathématiques spéciales.

L'épreuve comporte trois parties indépendantes :

- A. Exploitation d'un sujet de baccalauréat (*sur 30 points*).
- B. Études de réactions acido-basiques et de précipitations ou de complexation (*sur 45 points*).
Cette partie comporte des documents à rendre :
 - courbe d'évolution du pH en fonction du volume d'acide versé (1 page) ;
 - copie de travail d'un élève en B IV sur 5 pages.
- C. TP olympiades de la chimie (*sur 25 points*).

PARTIE A (30 points)

EXPLOITATION D'UN SUJET DE BACCALAURÉAT

SUJET

- On dispose d'un corps A de formule brute C_3H_6O . Il donne un précipité avec la DNPH (dinitro-2,4 phénylhydrazine) et il rosit le réactif de Schiff. Quelle est la formule semi-développée de A ? Quel est son nom ?
- L'oxydation catalytique de A par le dioxygène ou par une solution acidifiée de dichromate de potassium produit un corps B. Quelle est sa formule semi-développée ? Quel est son nom ?
- B réagit avec un corps C pour donner un corps odorant D de masse molaire $M = 102 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et de l'eau. Écrire l'équation bilan de la réaction.
Quels sont les noms et formules semi-développées de C et de D ?
On donne : $M(H) = 1 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(C) = 12 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$; $M(O) = 16 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.
- On fait réagir B sur le pentachlorure de phosphore. On obtient un dérivé E. Quelle est sa formule semi-développée et quel est son nom ?
- Écrire l'équation bilan de la réaction entre C et E au cours de laquelle se forme D et un autre corps. Comparer cette réaction avec celle étudiée au paragraphe 3.
- Parmi les corps A, B, C, D, E, quels sont ceux qui sont susceptibles de former une amide en réagissant avec l'ammoniac ? Donner le nom et la formule semi-développée de cette amide.

QUESTIONS

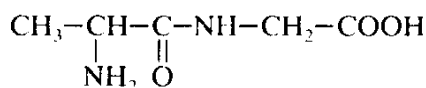
Ces questions comportent quatre parties indépendantes dont le poids respectif est environ 0,5 ; 1 ; 2 ; 1.

- Donnez un corrigé de cet exercice.
- Questions à propos du sujet.*
 - Donnez la formule semi-développée de la DNPH.
 - Qu'est-ce que le réactif de Schiff ? Quelle(s) précaution(s) devez-vous prendre lorsque vous l'utilisez ? Pourquoi ?
 - Citez un test plus spécifique que le réactif de Schiff pour caractériser le composé A. Expliquez la réaction qui se produit alors en écrivant l'équation bilan de cette réaction.
 - Citez un catalyseur permettant l'oxydation catalytique de A par le dioxygène. Qu'appelle-t-on sélectivité d'un catalyseur ? (On choisira un exemple dans le programme des classes de premières ou de terminales et on précisera les conditions expérimentales des réactions proposées.)
 - Écrivez l'équation bilan de la réaction de B sur le pentachlorure de phosphore pour obtenir le dérivé E. Donnez le nom et la formule d'un autre corps permettant d'obtenir E à partir de B.
- Étude de l'estérification.*
 - Au cours d'une séance de travaux pratiques en classe de première SE, vous voulez étudier l'évolution d'une réaction d'estérification de manière quantitative.
 - Établissez la liste du matériel nécessaire à cette séance sans omettre les produits chimiques utilisés. (On pourra établir cette liste pour un binôme si les binômes sont indépendants.)
 - Expliquez les opérations expérimentales que les élèves exécuteront et les calculs qu'ils devront faire. Quelle courbe devront-ils tracer ?

- III.2. La courbe représentant les variations du nombre de moles d'ester formé présente une asymptote. Quels sont les facteurs qui peuvent influencer sur la valeur de cette limite (nature des produits, catalyseurs, température, etc.) ?
- III.3. On veut étudier le déplacement de l'équilibre estérification-hydrolyse. En partant d'un mélange contenant une mole d'acide éthanóïque et une mole d'éthanol, il s'est formé $\frac{2}{3}$ de mole d'éthanoate d'éthyle et $\frac{2}{3}$ de mole d'eau à 25 °C.
- III.3.a. Déterminez la constante K_c de l'équilibre à 25 °C.
- III.3.b. La variation d'enthalpie de la réaction étant nulle, calculez la valeur de K_c à 50 °C.
- III.3.c. Quel serait le nombre de moles d'acide éthanóïque à l'équilibre à 25 °C si on était parti d'un mélange contenant une mole d'acide éthanóïque et dix moles d'éthanol ?
- III.3.d. On suppose que l'on a au départ une mole d'acide éthanóïque et x moles d'éthanol. Quelle doit être la valeur de x pour que, à l'équilibre, il ne reste que 0,01 mole d'acide éthanóïque ?
- III.4.
- III.4.a. Quelle est la formule semi-développée de l'acide benzènedicarboxylique-1,4 (acide para-phthalique) ?
- III.4.b. Quelle est la formule de l'éthanediol-1,2 (glycol) ?
- III.4.c. On fait réagir l'acide benzènedicarboxylique-1,4 sur l'éthanediol-1,2. Écrire l'équation bilan de la réaction. À quelle famille de corps le produit obtenu appartient-il ? Citez une application de ce produit.

IV. Notions de stéréochimie.

- IV.1. Écrivez les isomères possibles des alcools dont la formule contient quatre atomes de carbone. Donnez leurs noms et classes respectifs.
- IV.2. Citez celui qui présente une activité optique. Qu'appelle-t-on activité optique ?
- IV.3. Représentez les formules spatiales des deux isomères optiques possibles. Comment nomme-t-on deux isomères de ce type ? Quel est le nom du mélange équimolaire de ces deux isomères ? Quelle est son activité optique ?
- IV.4.
- IV.4.a. Écrivez la formule semi-développée de l'acide amino-2 propanóïque (alanine). En expliquant les conventions, dessinez les représentations de Fischer des deux isomères. Donnez leurs noms. Quelle différence existe-t-il entre l'alanine naturelle et l'alanine synthétique ?
- IV.4.b. Écrivez la formule semi-développée de l'acide amino-2 éthanóïque (glycine).
- IV.4.c. On veut obtenir l'enchaînement Ala-Gly tel que :



Expliquez les opérations à effectuer pour orienter la réaction dans le sens souhaité.

PARTIE B (45 points)

ÉTUDES DE RÉACTIONS ACIDO-BASIQUES, DE PRÉCIPITATION
ET DE COMPLEXATION

Les parties I, II, III, IV sont indépendantes et leurs poids respectifs seront de l'ordre de 1,25 ; 1 ; 0,75 ; 0,75.

I. *Progression en classe de seconde. (On ne comptera pas le temps d'évaluation.)*

I.1. Proposez une progression en classe de seconde permettant de traiter la partie de programme acide-base.

Précisez le nombre de séquences nécessaires ainsi que leur nature (TP ou cours, les TP-cours étant compris dans les TP). À l'intérieur de chaque séquence et selon la chronologie des séquences (notées selon le modèle du type TP1, cours 1, cours 2, TP2, etc.) vous indiquerez :

- les affirmations sans preuves expérimentales ; les numérotées AFF1 ... AFF n sur l'ensemble de la progression et non pas indépendamment sur chaque séquence.
- les définitions numérotées DEF1 ... DEF n selon le même principe.
- les déductions expérimentales ou les interprétations notées DEI1 ... DEI n .
- les expériences réalisées par les élèves (EE1 ... EE n) ou par le professeur (EP1 ... EP n). Nommer ces expériences et ne pas les décrire dans le détail.

L'articulation des concepts et leur construction doivent apparaître au travers de votre présentation dont le volume ne doit pas dépasser trois ou quatre pages.

I.2. On donne $\text{H}_3\text{O}^+ + \text{OH}^- \longrightarrow 2\text{H}_2\text{O}$, $\Delta H = -57,6 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

On réalise dans un calorimètre inattaquable, le mélange de 100 cm³ d'acide chlorhydrique de concentration molaire 1 mol · l⁻¹ et de 100 cm³ d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire 1 mol · l⁻¹.

Les capacités thermiques massiques des solutions sont 4,18 kJ · kg⁻¹ · K⁻¹ et on admet que toutes les solutions ont la même masse volumique égale à 1 000 kg · m⁻³.

L'équivalent en eau du calorimètre est de 15 g.

I.2.a. Calculez l'élévation de température de la solution.

I.2.b. Que se passerait-il si on remplaçait l'acide chlorhydrique par de l'acide éthanóïque de même concentration molaire ? Pourquoi ?

II. *Étude de réactions avec l'ammoniac et l'acide chlorhydrique.*

On se propose, à l'issue de l'étude des réactions acido-basiques en terminale, de réaliser un contrôle pour vérifier l'acquisition des connaissances.

Ce contrôle doit s'appuyer sur les données expérimentales du dosage d'une solution d'ammoniac par une solution d'acide chlorhydrique. On dispose à cet effet de la courbe obtenue lors du dosage d'un volume $V_b = 20,0 \text{ cm}^3$ de solution d'ammoniac de concentration C_b inconnue par une solution d'acide chlorhydrique ($V_a, C_a = 1,00 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$) [cf. courbe jointe, annexe 1]. Les points suivants devront être testés :

- définition de l'équivalence ;
- détermination graphique de l'équivalence ;
- détermination graphique et par le calcul du pK_a d'un couple acide-base conjugués ;
- notion de solution tampon avec sa définition et son pH.

II.1. Rédigez un texte de problème progressif en proposant un corrigé. (Vous restituerez la feuille avec la courbe portant vos tracés éventuels sans oublier de l'anonymiser comme vos autres feuilles).

II.2. Dans cette question, vous utiliserez les valeurs de pK_a et de C_b trouvées dans la question précédente. Vous serez amené à effectuer des calculs dépassant le cadre du programme de terminale.II.2.a. Établissez, en justifiant les approximations, la formule permettant d'obtenir la valeur du pH d'une solution d'ammoniac (pK_a, C_b) et calculez cette valeur dans le cas précédent.II.2.b. Montrez, en justifiant les approximations, qu'en ajoutant 200 cm³ d'eau au mélange obtenu à la demi-équivalence, la valeur du pH ne varie pas.

III. Étude de précipitations et de redissolutions.

- III.1. Quel(s) test(s) feriez-vous effectuer aux élèves pour mettre en évidence la présence d'ions chlorures dans une solution ? Décrivez la ou les expériences.
- III.2. Définissez le produit de solubilité K_s d'une substance (AgCl par exemple).
- III.3. Définissez la constante de stabilité K_f d'un complexe ($\text{Ag}(\text{NH}_3)_2^+$ par exemple).
- III.4. On donne $K_s(\text{AgCl}) = 1,6 \times 10^{-10}$;
 $K_f(\text{Ag}(\text{NH}_3)_2^+) = 1,6 \times 10^7$.
- III.4.a. Quel est le nom de l'ion complexe $\text{Ag}(\text{NH}_3)_2^+$?
- III.4.b. Dans 20 cm^3 de la solution d'acide chlorhydrique précédente de concentration $C_1 = 0,01 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$, on ajoute une solution de nitrate d'argent de concentration $C_2 = 0,001 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$. Le début de précipitation est obtenu après avoir ajouté une goutte de nitrate d'argent. Justifiez ce résultat par le calcul.
- III.4.c. Au cours de la manipulation précédente, on a ajouté 1 cm^3 de la solution de nitrate d'argent. Quel volume de solution d'ammoniac de concentration $C = 0,01 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ faut-il ajouter, au minimum, pour redissoudre entièrement le précipité de chlorure d'argent ?

IV. Correction de copie d'élève.

L'exercice suivant a été donné en TE après six semaines de cours. C'est le premier de l'année.

Sujet.

- Une solution aqueuse de monoéthylamine ($\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_2$) de concentration molaire volumique $C = 0,1 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ a un pH de 11,8. Déterminer la proportion de moles de monoéthylamine ayant réagi avec l'eau et le nombre de moles de monoéthylamine présentes dans 30 cm^3 de la solution.
- À 30 cm^3 de cette solution, on ajoute 10 cm^3 d'une solution de chlorure de monoéthylammonium (le composé solide a pour formule $\text{C}_2\text{H}_5\text{NH}_3\text{Cl}$) de concentration $C' = 0,2 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$. Le pH est alors 11,0.
 Déterminer la concentration molaire volumique de ce mélange en monoéthylamine ainsi que le nombre de moles de monoéthylamine présentes dans cette solution. Comparer ce résultat avec celui de la question précédente. Quelle réaction s'est produite ?

Questions.

- IV.1. Rédigez très succinctement la solution de cet exercice.
- IV.2. Corrigez la copie de l'élève (annexe 2 de 5 pages, à rendre) avec un stylo de couleur en cochant une croix dans la marge au niveau des erreurs reprises dans votre appréciation finale. puis, pour finir, rédigez une dizaine de lignes d'appréciations générales. Celles-ci doivent constituer un conseil sur la manière de rédiger au bac, une explication des erreurs et maladresses les plus importantes.
- IV.3. Exprimez la précision que l'on peut attendre dans un laboratoire de lycée normalement équipé, pour chaque catégorie de données du problème :
- volume ;
 - concentrations ;
 - pH.

PARTIE C (25 points)

TP OLYMPIADES DE LA CHIMIE

Le document suivant a servi de base pour les olympiades nationales de la chimie en 1987. Ces olympiades s'adressent à des élèves de terminales scientifiques qui sont entraînés, outre leurs cours normaux, pendant une dizaine de séances de TP de type analogue à celui du présent document. Chaque séance dure de trois à quatre heures.

Les candidats au CAPES ne répondront qu'aux questions qui leur sont explicitement posées sous les rubriques «questions CAPES». Ils répondront à ces questions en mentionnant les numéros des questions et ils les traiteront dans l'ordre.

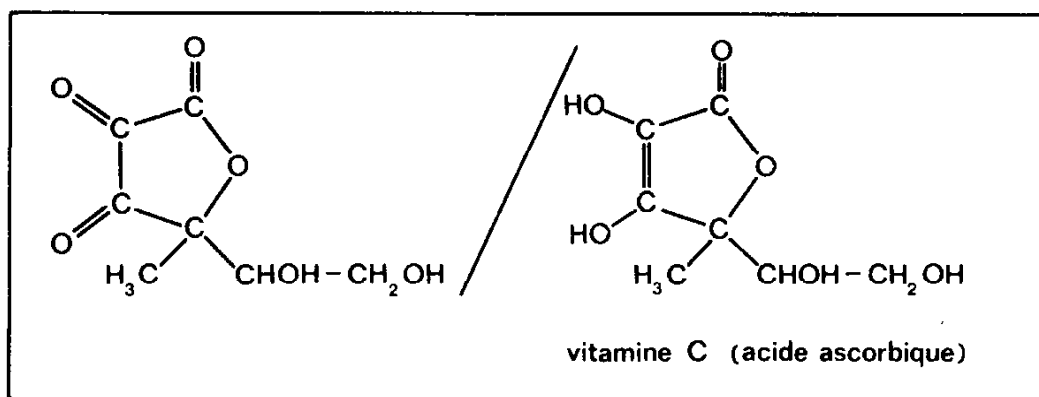
DOSAGE DE CONSTITUANTS D'UN PUNCH

But de la manipulation.

Le but de la manipulation consiste à déterminer la teneur en alcool (éthanol) et la teneur en vitamine C (acide ascorbique) contenus dans un punch.

Le punch est préparé en mélangeant du rhum blanc (à 40 % d'éthanol en volume), du sirop de sucre de canne et du jus de citron vert.

La vitamine C constitue l'espèce réduite d'un couple oxydoréducteur.

**Plan de travail.**

Le sujet, feuillet A, comporte deux parties distinctes I et II.

Dans chacune, le mode opératoire 1. est d'abord présenté : faites-en une lecture attentive ; réalisez les tests proposés 2. ; puis effectuez la manipulation et le dosage correspondants 3.

N'oubliez pas de faire constater les tests et les volumes équivalents observés.

Donnez les réponses aux tests, aux questions et les résultats sur des feuilles préparées qui vous sont fournies (feuillet B). Ces feuilles de B ne sont pas fournies aux candidats au CAPES.

Respectez les notations et les numéros des questions du texte.

Les données quantitatives qui peuvent vous être utiles sont rassemblées dans la partie III.

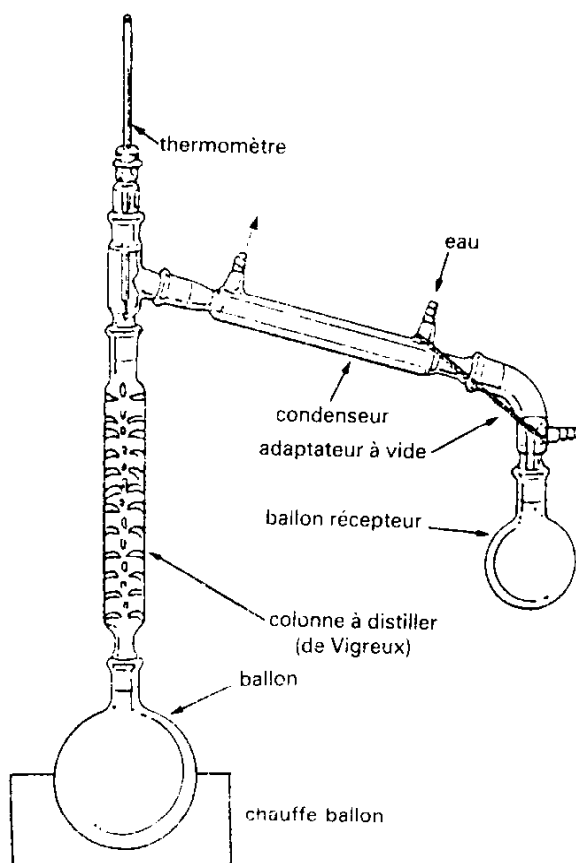
I. DOSAGE DE L'ÉTHANOL

L'éthanol est oxydé par une quantité connue de dichromate de potassium dont l'excès est ensuite dosé par une solution titrée d'ions fer (II).

1. Mode opératoire.

1.1. Extraction de l'éthanol du punch par distillation.

a. Le montage en partie installé sur la paillasse est conforme au schéma de principe suivant :



b. Mettre dans le ballon :

- 20 cm³ de punch ;
- 200 cm³ d'eau distillée ;
- quelques grains de pierre ponce.

Compléter le montage pour le rendre opérationnel.

c. Mettre la distillation en route en chauffant pour recueillir, goutte à goutte, environ 50 cm³ de distillat.

d. Verser le distillat obtenu dans une fiole jaugée de 250 cm³ et compléter au trait de jauge avec de l'eau distillée (solution S).

Donner ce distillat S au jury.

Pour la suite de la manipulation, vous utilisez une solution S préparée à l'avance que le jury vous fournit.

Questions CAPES n° 1.

- 1a. Quelles seront les indications du thermomètre au fur et à mesure de l'avancement de la distillation ?
- 1b. Dans le protocole on indique de recueillir « environ 50 cm^3 » de distillat. Pourquoi dit-on « environ » ? Proposer une autre consigne expérimentale qui aurait eu les mêmes conséquences ?
- 1c. Indiquer les produits que l'on trouve dans le distillat, dans le ballon et en quelles quantités par rapport à ce qu'il y avait dans les 20 cm^3 de punch.
- 1d. Quel est le rôle de la pierre ponce ?
- 1e. Pourquoi réalise-t-on un volume très précis de solution S alors que l'on a eu peu d'exigences sur le volume du distillat ?
- 1f. Pourquoi le jury fournit-il une solution S préparée à l'avance ?
- 1.2. *Oxydation de l'éthanol par une solution de dichromate de potassium.*
- a. Prélever $10,0 \text{ cm}^3$ de solution S; les verser dans un erlenmeyer de 250 cm^3 ; y ajouter un volume $V_2 = 20,0 \text{ cm}^3$ d'une solution de concentration $C_2 = 0,115 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ de dichromate de potassium; puis, avec précaution, *en agitant et en refroidissant éventuellement*, 10 cm^3 d'acide sulfurique concentré (environ $18 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$).
- b. Boucher, agiter doucement, puis laisser reposer vingt minutes environ, avant le dosage.
Préparer de la même façon un autre erlenmeyer au moins, pour effectuer au moins un deuxième essai.
- 1.3. *Dosage de l'alcool du distillat S.*
- a. Verser le contenu de l'erlenmeyer préparé en 1.2. dans un becher de 500 cm^3 , ajouter 300 cm^3 d'eau distillée et 10 gouttes de solution de diphénylamine sulfonate de baryum.
- b. Doser par la solution de sel de Mohr, placée dans la burette, jusqu'à virage du violet foncé au vert, l'excès de dichromate n'ayant pas réagi sur l'éthanol.
Soit V_1 le volume versé à l'équivalence.
La solution d'ions fer (II) utilisée est une solution de sel de Mohr, de formule $\text{FeSO}_4 \cdot (\text{NH}_4)_2\text{SO}_4 \cdot 6 \text{ H}_2\text{O}$, de concentration $C_1 = 0,688 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$.

Questions CAPES n° 2.

- 2a. Écrire les demi-équations électroniques d'oxydoréduction qui interviennent dans les paragraphes 1.2 et 1.3.
Sur lesquelles le pH a-t-il une influence, dans quel sens, pourquoi ?
- 2b. Écrire les bilans des deux réactions chimiques d'oxydoréduction, réactions supports de la manipulation.
Expliquer pourquoi ces deux réactions sont thermodynamiquement possibles.
Pourquoi opère-t-on en présence d'acide sulfurique et non d'acide chlorhydrique ?
- 2c. Pourquoi ne réalise-t-on pas directement et quantitativement l'oxydation de l'alcool par le dichromate de potassium ?
- 2d. Pourquoi utilise-t-on le sel de Mohr plutôt qu'une solution de sulfate de fer (II) ?

- 2e. Le volume de solution de sel de Mohr versé à l'équivalence est égal à $V_1 = 7,5 \text{ cm}^3$.
Déterminer, en expliquant, une expression littérale qui donne la quantité de matière x d'éthanol dans la quantité de punch analysée $x = f(C_1, V_1, C_2, V_2)$.
- 2f. Calculer la valeur littérale de la concentration c d'éthanol dans le punch : $c = g(C_1, V_1, C_2, V_2)$.
- 2g. Calculer la teneur en alcool de ce punch (volume d'éthanol liquide, mesuré à 20°C qu'il faut dissoudre dans l'eau pour avoir 100 l de solution de même teneur en alcool que le punch). Faire l'application numérique.

2. Tests complémentaires à effectuer, à décrire et à interpréter.

Faites constater les résultats de ces tests; donnez vos observations et réponses sur la feuille préparée, partie B.

2.1. Rôle du diphénylamine sulfonate de baryum.

Dans un tube à essais, ajouter à un peu de solution d'ions fer (II) quelques gouttes d'acide sulfurique concentré, et quelques gouttes de solution de diphénylamine sulfonate de baryum.

Faire une nouvelle expérience en remplaçant la solution d'ions fer (II) par une solution de dichromate de potassium.

Questions CAPES n°3.

- 3a. D'après le contexte, imaginer les résultats expérimentaux et, en précisant le caractère qui différencie les deux solutions de 2.1, que peut-on supposer quant au rôle du diphénylamine sulfonate de baryum ?
- 3b. Connaissez-vous au moins un autre exemple de produit de ce type et dans quelles circonstances s'en sert-on ?

2.2 Action du dichromate de potassium sur les constituants du punch et justification du mode opératoire.

Ajouter, en tube à essais, 1 cm^3 d'acide sulfurique concentré à environ 5 cm^3 de la solution de dichromate de potassium. Ajouter 1 cm^3 de cette solution, *respectivement* à :

- 2 cm^3 de rhum blanc ;
- 2 cm^3 de distillat S ;
- 2 cm^3 de sirop de sucre de canne ;
- 2 cm^3 de jus de citron vert.

Observer au bout de quelque temps, en chauffant éventuellement un peu.

Questions CAPES n°4.

- 4a. Pour chacun des quatre échantillons testés, prévoir ce que l'on observera et expliquer succinctement pourquoi.
- 4b. Ces observations induisent une partie du protocole expérimental; laquelle et pourquoi ?

3. Manipulation et réalisation du dosage.

Suivre le protocole indiqué en 1. Le distillat S obtenu par le candidat est remis au jury. Une solution S est fournie pour réaliser les opérations 1.2 et 1.3 du mode opératoire, celles-ci pourront donc être commencées avant la fin de la distillation.

4 et 5. Questions, calculs et résultats (à titre d'information pour les candidats au CAPES).

Voir partie B, les pages 7 et 10 préparées sur lesquelles les réponses seront données directement aux emplacements prévus.

Les feuilles seront ramassées.

II. DOSAGE DE LA VITAMINE C DANS LE PUNCH

La vitamine C est dosée par oxydation par le diiode en milieu acide.

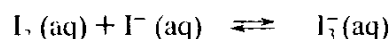
1. Mode opératoire.

a. Dans un becher, mettre :

- $V' = 20,0 \text{ cm}^3$ de punch ;
- 20 cm^3 d'acide phosphorique à 5 % ;
- une pointe de spatule de thiodène.

b. Verser la solution d'iode à $c'_I = 5,00 \times 10^{-3} \text{ mol (I}_2) \cdot \text{l}^{-1}$ contenue dans une microburette jusqu'à coloration bleue. Noter le volume V' l versé alors.

Remarque. — En toute rigueur, le diiode est dissous dans une solution aqueuse d'iodure de potassium et se trouve de ce fait sous forme d'ion triiodure I_3^- , formé selon la réaction d'équation :



L'ion triiodure a une couleur brune. Par simplification, la notation $\text{I}_2 (\text{aq})$ pourra être utilisée, correspondant au diiode *apporté* dans la solution et réagissant.

2. Tests complémentaires, à effectuer, à décrire et à interpréter.

Faites constater les résultats de ces tests ; donnez vos observations et réponses sur la feuille préparée, partie B.

2.1. Rôle du thiodène.

Ajouter, en tubes à essais, une pointe de spatule de thiodène, *respectivement* :

- à une solution aqueuse d'iodure de potassium ;
- à une solution aqueuse préalablement très diluée de diiode en présence d'iodure de potassium.

Comparer à l'action semblable d'une solution d'empois d'amidon.

En conclure le rôle joué par le thiodène (identique à celui joué par l'empois d'amidon).

2.2. Action de la solution de diiode sur les constituants du punch et justification du mode opératoire (1).

En tubes à essais, contenant *respectivement* :

- 1 cm^3 de rhum blanc ;
- 1 cm^3 de sirop de sucre de canne ;
- 1 cm^3 de distillat S ;
- 1 cm^3 de jus de citron vert.

Ajouter :

- $0,5 \text{ cm}^3$ d'acide phosphorique à 5 % ;
- une pointe de spatule de thiodène ;
- une à deux gouttes de solution de diiode.

Observer. Conclure. Quel constituant du punch contient la vitamine C ?

Il sera admis que seule la vitamine C est dosée par le diiode.

Questions CAPES n° 5.

La vitamine C ne se trouve que dans le jus de citron vert.

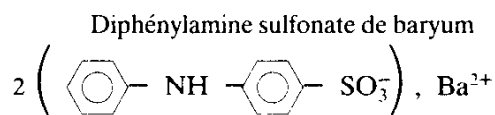
- 5a. D'après les informations ci-dessus, quelles observations feront les élèves en 2.2 ? Justifier le protocole de II.1.
- 5b. Calculer l'expression littérale qui donne en fonction de c'_1 , V'_1 , V' la concentration du punch en vitamine C.
Application numérique $V'_1 = 1,65 \text{ cm}^3$ (valeur trouvée par les candidats).
- 5c. Les organisateurs des olympiades s'attendaient à des valeurs plus importantes.
Donner une explication possible de ce qui a pu se produire.
- 5d. Peut-on imaginer un dosage en retour par l'iode en excès ?
Imaginer une réaction support avec les données numériques fournies relatives aux manipulations (voir III).

Questions CAPES n° 6.

- 6a. Cette manipulation longue (3 h au moins) réalisée dans le cadre des olympiades teste un certain nombre de capacités de l'élève. Dans les feuillets B fournis aux élèves, mais non aux candidats du CAPES, on demandait les mêmes calculs que ceux qui figurent dans les « questions CAPES ».
Écrire la liste des capacités qu'un élève doit mettre en œuvre.
- 6b. Quels sont les avantages de telles activités d'olympiades par rapport à des travaux pratiques plus classiques ?

III. DONNÉES NUMÉRIQUES RELATIVES AUX MANIPULATIONS

	M/g · mol ⁻¹
H	1,0
C	12,0
Cr	52,0
O	16,0
Fe	55,8
K	39,1
I	126,9
S	32,1
K ₂ Cr ₂ O ₇	294,2
(*)	392,15
C ₂ H ₅ OH	46,1



Masse volumique de l'éthanol à 20 °C

$$\rho = 0,789 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3}$$

Température d'ébullition normale de l'éthanol

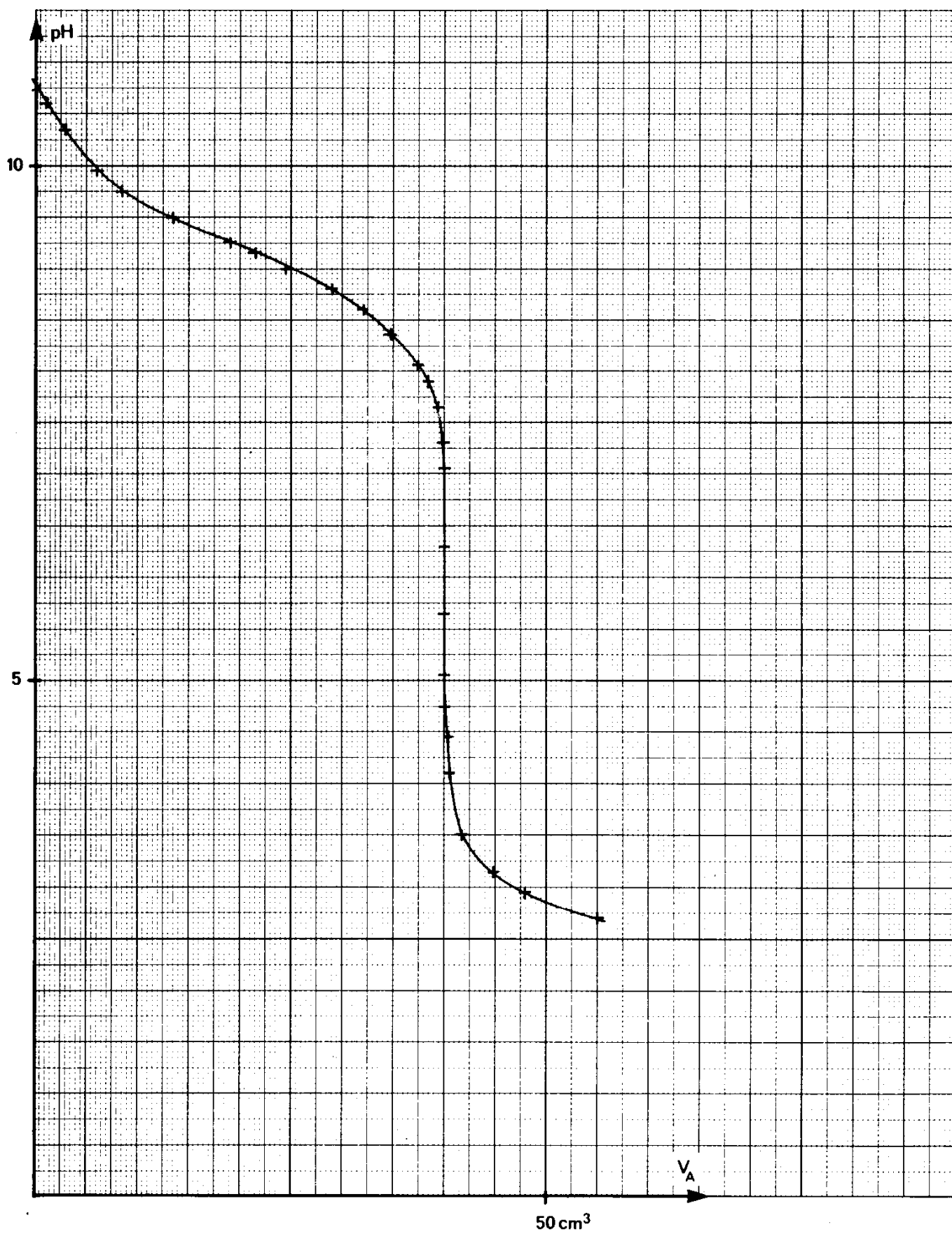
$$\theta_e = 78,5 \text{ °C}$$



Couples oxydoréducteurs et E^0 (en solution aqueuse)

	E^0/V
$\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}/\text{CH}_3\text{CHO}$	- 0,12
$\text{CH}_3\text{CHO}/\text{CH}_3\text{CH}_2\text{OH}$	0,19
$\text{Cr}_2\text{O}_7^{2-}/\text{Cr}^{3+}$	1,33
$\text{Fe}^{3+}/\text{Fe}^{2+}$	0,77
$\text{I}_2(\text{aq})/\text{I}^-$	0,53
$\text{S}_4\text{O}_6^{2-}/\text{S}_2\text{O}_3^{2-}$	0,09
Espèce oxydée/diphénylamine	
sulfonate de baryum	0,84
Espèce oxydée/acide ascorbique	0,13

ANNEXE 1

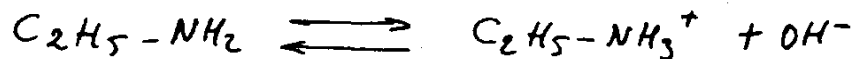


A RENDRE AVEC LA COPIE

Chimie.

1°) Une solution aqueuse de monoéthylamine ($C_2H_5-NH_2$) avec $C = 0,1 \text{ mol l}^{-1}$ et un $pH = 11,8$.

Proportion de moles de monoéthylamine ayant réagi avec l'eau, et le nombre de moles présentes dans 30 cm^3 de cette solution.



* Recherche de la concentration en H_3O^+ : $[H_3O^+]$?

On sait que $pH = \log \frac{1}{[H_3O^+]}$

or ici $pH = 11,8$

donc $11,8 = \log \frac{1}{[H_3O^+]}$

$\Rightarrow [H_3O^+] = 1,58 \cdot 10^{-12} \text{ mol.l}^{-1}$

* Concentration en OH^- : $[OH^-]$?

On utilise le produit ionique de l'eau.

$$[H_3O^+] \times [OH^-] = 10^{-14}$$

$$[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]}$$

$\Rightarrow [OH^-] = 6,30 \cdot 10^{-3} \text{ mol.l}^{-1}$

* Recherche de la concentration en $[C_2H_5-NH_3^+]$

Application de la loi d'électroneutralité

$$[C_2H_5-NH_3^+] + [H_3O^+] = [OH^-]$$

$$[C_2H_5-NH_3^+] = [OH^-] - [H_3O^+]$$

A.N. $[C_2H_5-NH_3^+] = 6,30 \cdot 10^{-3} - \underbrace{1,58 \cdot 10^{-12}}_{\text{ultra-minime négligeable}}$

donc $[C_2H_5-NH_3^+] = 6,30 \cdot 10^{-3} \text{ mol } l^{-1}$

* Recherche de la concentration en $[C_2H_5-NH_2]$

Application de la loi de conservation de la matière.

$$[C_2H_5-NH_2] + [C_2H_5-NH_3^+] = C$$

$$[C_2H_5-NH_2] = C - [C_2H_5-NH_3^+]$$

A.N. $[C_2H_5-NH_2] = 0,1 - 6,30 \cdot 10^{-3}$

$$[C_2H_5-NH_2] = 0,09 \text{ mol } l^{-1}$$

* Calcul de la proportion de moles de monoéthylamine.

On calcule le facteur de dissociation

$$\alpha = \frac{C}{[C_2H_5-NH_3^+]} = \frac{0,1}{6,3 \cdot 10^{-3}} = 15,84$$

il suffit de traduire α en %

$$15,84 = \frac{100}{n} \Rightarrow n = \frac{100}{15,84} = 6,3$$

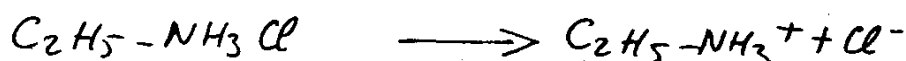
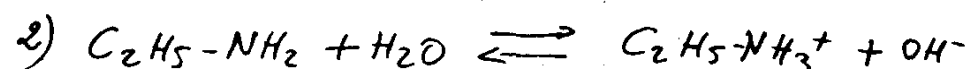
6,3% des moles de monoéthylamine ont réagi avec l'eau.

* Nombre de moles de monoéthylamine dans 30 cm³ de solution.

Dans un litre de solution on a 0,09 mol de monoéthylamine

$$0,09 \times \frac{30}{100} = 2,8 \cdot 10^{-3}$$

Dans 30 cm³ il y a $2,8 \cdot 10^{-3}$ mol de $[C_2H_5-NH_2]$



$$pH = 11 \quad \begin{matrix} V_s = 10 \text{ cm}^3 \\ V_B = 30 \text{ cm}^3 \end{matrix} \quad C_1 = 0,2 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$$

* Concentration en Cl^-

la dissociation en $C_2H_5NH_3Cl$ est totale donc

$$[Cl^-] = 0,2 \times \frac{10 \leftarrow V_s}{40 \leftarrow V_s + V_B}$$

$$[Cl^-] = 0,05 \text{ mol l}^{-1}$$

* Concentration en H_3O^+

$$pH = \log \frac{1}{[H_3O^+]} \quad \text{ici } pH = 11 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-11} \text{ mol l}^{-1}$$

* Concentration en OH^-

Produit ionique de l'eau $[H_3O^+] \times [OH^-] = 10^{-14}$

$$[OH^-] = 10^{-3} \text{ mol l}^{-1}$$

* Concentration en $[C_2H_5-NH_3^+]$

loi d'électroneutralité.

$$[C_2H_5-NH_3^+] + [H_3O^+] = [Cl^-] + [OH^-]$$

$$[C_2H_5-NH_3^+] = [Cl^-] + [OH^-] - [H_3O^+]$$

A.N

$$[C_2H_5NH_3^+] = 0,05 + 10^{-3} - 10^{-11}$$

$$\boxed{[C_2H_5NH_3^+] = 0,05 \text{ mol.l}^{-1}}$$

* Concentration en $C_2H_5-NH_2$

La concentration initiale en $C_2H_5NH_2$ provient des 2 solutions qui se sont diluées.

il faut calculer la concentration initiale en $C_2H_5NH_2$ pour la 1^{re} solution après dilution

$$C'_1 = C_1 \times \frac{n_1}{n_1 + n_2}$$

$$C'_1 = 0,09 \times \frac{30}{40}$$

$$\underline{C'_1 = 0,0675 \text{ mol.l}^{-1}}$$

La concentration initiale en $C_2H_5NH_2$ pour la 2^e solution après dilution :

$$C'_2 = C_2 \times \frac{10}{40}$$

$$C'_2 = 0,2 \times \frac{1}{4} = 0,05 \text{ mol.l}^{-1}$$

$$\underline{C'_2 = 0,05 \text{ mol.l}^{-1}}$$

Par conséquent la concentration initiale en $C_2H_5NH_2$ pour la

mélange est : $C = C'_1 + C'_2$
 $C = 0,0675 + 0,05$

$$C = 0,1175 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$$

• loi de conservation de la matière

$$[C_2H_5NH_2] + [C_2H_5NH_3^+] = C$$

A.V

$$[C_2H_5NH_2] = 0,1175 - 0,05$$

$$\Rightarrow [C_2H_5NH_2] = 0,0675 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$$

* Nb. de moles de $C_2H_5NH_2$ présentes.

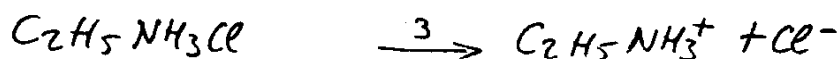
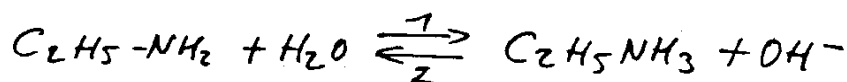
$$\text{Nb de moles} = 0,0675 \times \frac{40}{1000} = 2,7 \cdot 10^{-3} \text{ moles}$$

il y a $2,7 \cdot 10^{-3}$ moles de $C_2H_5NH_2$ dans la solution

* Quelle réaction s'est produite ?

On remarque que le nbr de $C_2H_5NH_2$ dans la 2^{ème} solution est presque identique au nbr de $C_2H_5NH_2$ dans la 1^{ère} solution.

explication :



On remarque que $C_2H_5NH_3Cl$ est un sel donc 3 est une réaction complète et $[C_2H_5NH_3^+] \uparrow$ ce qui entraîne la réaction 2 et le blocage de 1 donc $C_2H_5NH_2$ ne peut se dissocier, c'est pourquoi le nbr de moles de $C_2H_5NH_2$ dans la 1^{ère} et la 2^{ème} solution est le même.

Option : PHYSIQUE ET ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE

COMPOSITION À PARTIR D'UN DOSSIER

Rappel du texte définissant la nature de l'épreuve :

Composition à partir d'un dossier fourni au candidat. Le candidat propose, pour des niveaux et des objectifs désignés, une progression relative à quelques points d'un programme publié au *Bulletin officiel* du ministère de l'Éducation nationale. Il prévoit un accompagnement expérimental, élabore des exercices propres à consolider l'acquisition des connaissances, savoir-faire et méthodes ainsi qu'à participer à une évaluation.

Rappel du programme sur lequel porte l'épreuve :

Programmes de physique en vigueur à la rentrée 1989 des classes de seconde y compris option Sciences et techniques de laboratoire.

Programmes en vigueur à la rentrée 1989 des classes de première F2, première F3, terminale F2, terminale F3, TS électronique, TS électrotechnique, TS contrôle industriel et régulation automatique.

La rubrique « Circuits électroniques » du programme en vigueur à la rentrée 1989 des classes de mathématiques supérieures T, T', mathématiques spéciales M, M', P, P', T, T'.

Le document fourni en annexe est une liste des capacités que les professeurs de sciences physiques doivent évaluer chez leurs élèves. Il est général et s'applique aux différentes classes.

La liste des capacités à évaluer doit être donnée aux élèves. Les différents exercices de cette épreuve feront référence à celle-ci en indiquant les capacités visées :

Savoir-faire dans le domaine expérimental.

L'évaluation doit vérifier l'acquisition des savoir-faire nécessaires : connaissance fonctionnelle du matériel, des méthodes d'expérimentation et de mesure.

Savoir-faire dans le domaine théorique.

L'évaluation doit vérifier l'acquisition de connaissances de base (le programme), l'ensemble de celles-ci permettant à l'élève d'aborder avec succès l'étude de problèmes nouveaux, soit directement à l'aide de ces connaissances, soit indirectement à l'aide de situations analogues.

ANNEXE

CAPACITÉS À ÉVALUER EN SCIENCES PHYSIQUES

A. POSSÉDER DES CONNAISSANCES SPÉCIFIQUES AUX SCIENCES PHYSIQUES.

1. *Des connaissances scientifiques :*
 - a. Vocabulaire, symboles, unités;
 - b. Ordres de grandeurs;
 - c. Définitions, lois, modèles.
2. *Des connaissances de savoir-faire :*
 - a. Dans le domaine expérimental;
 - b. Dans le domaine théorique.

B. UTILISER DES CONNAISSANCES ET DES SAVOIR-FAIRE NON SPÉCIFIQUES AUX SCIENCES PHYSIQUES.

1. *Accéder aux connaissances au moyen de différentes sources.*
2. *Utiliser la langue française.*
3. *Utiliser des outils mathématiques.*
3. *Utiliser d'autres outils et moyens d'expression.*

C. PRATIQUER UNE DÉMARCHE SCIENTIFIQUE.

Notamment : Observer et analyser ;

Choisir ou élaborer un modèle physique ;

Organiser les étapes de la résolution ;

Porter un jugement critique.

1. *Dans une situation voisine d'une situation connue :*
 - a. Dans le domaine expérimental;
 - b. Dans le domaine théorique.
2. *Dans une situation inconnue :*
 - a. Dans le domaine expérimental;
 - b. Dans le domaine théorique.

Le sujet comporte trois parties :

- I. Rédaction du corrigé d'un projet d'épreuve de baccalauréat F2 et proposition d'un plan de cours destiné aux élèves de sections de T.S. électronique (Barème 50/100).
- II. Rédaction d'un texte de travaux pratiques de durée 4 heures pour des élèves de T.S. électro-technique (Barème 35/100).
- III. Correction d'une copie d'élève (Barème 15/100).

PREMIÈRE PARTIE

Barème 50/100

Dans cette partie, il est demandé au candidat :

- 1° De rédiger un corrigé succinct du problème proposé (projet d'épreuve du baccalauréat F2, texte joint en annexe 1. Les feuillets numérotés 7/9 ; 8/9 et 9/9 seront rendus avec la copie).
- 2° De porter un jugement motivé sur ce projet d'épreuve.
- 3° De proposer pour les élèves des sections de T.S. électronique un plan de travail (cours, et/ou T.P.-cours, et/ou T.P.) sur la boucle à verrouillage de phase. On n'oubliera pas de citer les applications pratiques. [Voir annexe 2].

DEUXIÈME PARTIE

Barème 35/100

Dans cette partie, il est demandé au candidat de rédiger un texte qui pourrait être fourni à des élèves de T.S. électrotechnique pour les guider au cours d'une séance de travaux pratiques de durée 4 heures.

Le thème choisi sera extrait du paragraphe 3.21 (annexe 4, définissant le programme de la classe).

Le candidat devra :

- 1° Fournir le schéma du ou des montages à réaliser par les élèves.
- 2° Indiquer la liste du matériel nécessaire, tenant compte des composants et de l'appareillage disponibles dans un laboratoire de T.S. électrotechnique.
- 3° Préciser les directives utiles concernant les réglages, les observations et les mesures à effectuer ainsi que leur exploitation.
- 4° Indiquer dans une partie de commentaires, non destinée aux élèves, comment et à quel moment cette séance de T.P. vient se situer dans le plan d'étude de la conversion continu-continu et quels sont les objectifs pédagogiques du professeur de physique appliquée.

On trouvera en annexes :

- une photocopie d'une note de l'Inspection générale concernant l'organisation des enseignements scientifiques et technologiques du B.T.S. électrotechnique (annexe 3) ;
- un extrait « des contenus d'enseignement » relatif à l'électronique de puissance pour ce même B.T.S. (annexe 4).

TROISIÈME PARTIE

*Barème 15/100***Correction d'une copie d'élève***(niveau baccalauréat F3)**Le texte du problème est donné ci-dessous.**La copie d'élève est donnée en annexe 5.**On demande au candidat d'effectuer la correction sur la copie elle-même.***Transformateur monophasé**

L'étude d'un transformateur monophasé 1 500 V/220 V, 50 Hz de puissance apparente 44 kVA a donné les résultats suivants :

- essai en continu au primaire :

$$U_1 = 2,5 \text{ V}; \quad I_1 = 10 \text{ A};$$

- essai à vide :

$$U_{1v} = 1\,500 \text{ V}; \quad I_{1v} = 2 \text{ A}; \quad U_{2v} = 225 \text{ V}; \quad P_{1v} = 300 \text{ W}.$$

- essai en court-circuit :

$$U_{1cc} = 22,5 \text{ V}; \quad I_{1cc} = 22,5 \text{ A}; \quad P_{1cc} = 225 \text{ W}.$$

1. Déterminer le rapport de transformation à vide.
2. *a.* Calculer la composante active du courant lors de l'essai à vide.
b. Vérifier que l'on peut négliger les pertes par effet Joule lors de l'essai à vide.
c. Montrer que les pertes dans le fer sont négligeables dans l'essai en court-circuit en admettant qu'elles sont proportionnelles au carré de la tension primaire.
3. Calculer les éléments R_Σ (résistance totale) et X_Σ (réactance totale) des enroulements ramenés au secondaire.
4. Le transformateur alimenté au primaire sous une tension $U_1 = 1\,500 \text{ V}$ débite un courant constant d'intensité $I_2 = 200 \text{ A}$ quelle que soit la charge.
a. Déterminer la valeur de φ_2 , déphasage entre courant et tension secondaires, pour que la chute de tension soit nulle.
b. Calculer la chute de tension *relative* pour $\cos \varphi_2 = 0,8$ (inductif).
5. Déterminer le rendement du transformateur quand il débite 200 A avec un facteur de puissance $\cos \varphi_2 = 0,8$ (charge inductive), le primaire étant alimenté sous 1 500 V.

ANNEXE 1**PARTIE I****BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE F2 ÉLECTRONIQUE****Épreuve B1 : SCIENCES PHYSIQUES**

DURÉE : 4 heures. — COEFFICIENT 5

Il est rappelé aux candidats que la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies.

L'emploi des instruments de calcul est autorisé pour cette épreuve. En particulier toutes les calculatrices de poche (de format maximal 21 cm × 15 cm), y compris les calculatrices programmables et alphanumériques, sont autorisées à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimantes. L'échange des calculatrices entre les candidats pendant les épreuves est interdit.

ÉTUDE D'UN SYSTÈME BOUCLÉ

On se propose d'étudier le principe d'un système bouclé dont le schéma fonctionnel est donné figure 1 (page 5/9).

Tous les amplificateurs opérationnels seront considérés comme idéaux : intensités des courants d'entrée négligeables, résistance de sortie nulle et amplification différentielle d'entrée infinie.

Tous les amplificateurs opérationnels sont alimentés par les tensions $+E$, $-E$ avec $E = +15$ V. Les tensions de saturation sont égales à $\pm E$.

Les circuits logiques sont alimentés entre 0 et E .

Remarques :

Les parties I, II, III sont indépendantes les unes des autres.

La partie IV réalise la synthèse des parties précédentes.

I. Étude de l'oscillateur commandé en tension

(Module 1, figure 2, page 5/9)

I.1. Étude du montage de la figure 3 (page 5/9)

L'amplificateur opérationnel A.O.1 fonctionne en commutation.

$(v^+ - v^- > 0 \Rightarrow v_2 = +E \quad \text{et} \quad v^+ - v^- < 0 \Rightarrow v_2 = -E)$

I.1.1. Exprimer v^+ en fonction de v_1 , v_2 , R_1 et R_2 .

I.1.2. Exprimer les inégalités auxquelles doit satisfaire v_1 pour que l'état stable en sortie soit :

I.1.2.1. $v_2 = +E$.

I.1.2.2. $v_2 = -E$.

I.1.3. Soient V'_1 et V''_1 les valeurs de v_1 provoquant respectivement les basculements de $+E$ à $-E$ et de $-E$ à $+E$. Donner les expressions de V'_1 et V''_1 , puis leurs valeurs numériques.

I.1.4. Représenter la caractéristique de transfert $v_2(v_1)$ sur le graphe 1 (page 7/9). Indiquer, sur la caractéristique, le sens de parcours.

Échelle : abscisse : 1 cm $\leq$ $\geq$ 20 mV ; ordonnée : 1 cm $\leq$ $\geq$ 3 V.

I.2. Étude du montage de la figure 4 (page 6/9).

L'amplificateur opérationnel A.O.2 fonctionne en régime linéaire.

I.2.1. Exprimer v_1 en fonction de u_c .

I.2.2. Établir la relation entre i et $\frac{dv_1}{dt}$, puis celle liant i à v_2 et enfin celle entre $\frac{dv_1}{dt}$ et v_2 .

I.2.3. À l'instant $t = 0$, la tension v_2 bascule de $-E$ à $+E$. À l'instant $t = t_1$ elle reprend la valeur $-E$ puis à l'instant $t = t_2$ elle rebasculé de $-E$ à $+E$.

I.2.3.1. En utilisant le graphe 1, indiquer la valeur de v_1 aux instants :

a. $t = 0$;

b. $t = t_1$;

c. $t = t_2$.

I.2.3.2. a. $t \in [0, t_1]$. Exprimer la tension $v_1(t)$ en fonction de t , R_0 , C_0 , E et V''_1 . Quelle est l'expression de t_1 ?

b. $t \in [t_1, t_2]$. Exprimer la tension $v_1(t)$ en fonction de t , t_1 , R_0 , C_0 , E et V'_1 , puis en fonction de t , R_0 , C_0 , E et V'_1 .

I.2.3.3. a. Décrire qualitativement le fonctionnement du montage de la figure 4 (page 6/9).

b. Calculer littéralement, en fonction de R_0 , C_0 , E , V'_1 et V''_1 , puis numériquement, la période T de la tension $v_1(t)$.

I.2.3.4. Représenter, en concordance de temps (graphes 2 et 3 page 7/9), les chronogrammes des tensions $v_1(t)$ et $v_2(t)$.

I.3. Étude du module 1 (figure 2 page 5/9).

Tous les potentiels sont référencés par rapport à la masse M.

I.3.1. Fonction **F1** : La tension v est une tension continue réglable entre 0 et E . Exprimer les potentiels v_P et v_Q des points P et Q en fonction de v .

I.3.2. Fonction **F2** : La fonction **F2** est réalisée par un double commutateur analogique dont le principe de fonctionnement est le suivant :

— lorsque le potentiel de B est à $+15$ V la résistance entre l'entrée P du commutateur et sa sortie A est très faible (quelques ohms) alors que celle entre l'entrée Q et la sortie A est très élevée (plus de $10^{10} \Omega$);

— lorsque le potentiel de B est à -15 V la résistance entre l'entrée Q et sa sortie A est très faible (quelques ohms) alors que celle entre l'entrée P et la sortie A est très élevée (plus de $10^{10} \Omega$).

Exprimer le potentiel du point A en fonction de v :

I.3.2.1. lorsque $v_B = +E$;

I.3.2.2. lorsque $v_B = -E$.

I.3.3. Fonctions **F1**, **F2** et **F3** réunies : $v_B = v_2$.

I.3.3.1. Expliquer brièvement le fonctionnement de l'ensemble constitué des fonctions **F1**, **F2** et **F3**.

I.3.3.2. En utilisant l'étude menée au paragraphe I.2., donner, sans démonstration, l'expression de la période T_2 de la tension v_2 en fonction de R_0 , C_0 , v , V_1' et V_1'' .

I.3.4. Fonction **F4**.

I.3.4.1. La tension v_s est appliquée au **module 2** constitué de circuits logiques. Indiquer l'allure de $v_s(t)$. [La diode est supposée idéale.]

Quel est le rôle joué par la fonction **F4** ?

I.3.4.2. Comparer la fréquence f_s de la tension v_s à celle f_2 de la tension v_2 . Mettre f_s sous la forme $k_0 v$ et calculer numériquement k_0 .

I.3.4.3. Quelles sont les valeurs limites de la fréquence f_s lorsque la tension v varie entre 0 et 15V ?

II. Étude du comparateur de phases

(Module 2, figure 5 page 6/9)

Les signaux v_e et v_r appliqués en E_1 et en E_2 sont des tensions en « carré » (0, 15V) et ont la même fréquence. Soit Φ le déphasage de v_r par rapport à v_e . On appellera « déphasage Φ » entre deux signaux carrés de même période T , décalés de Δt dans le temps, la grandeur définie par la relation :

$$|\Phi| = \frac{2\pi \times \Delta t}{T}.$$

L'étude proposée concerne un fonctionnement correspondant à un déphasage Φ tel que : $0 < \Phi < \pi$.

Le comparateur est réalisé avec un « OU exclusif ».

II.1. Représenter le chronogramme de $v_d(t)$ sur le graphe 4 (page 8/9).

II.2. Soit $\langle v_d \rangle$ la valeur moyenne de $v_d(t)$.

Calculer $\langle v_d \rangle$ pour $0 < \Phi < \pi$ et la mettre sous la forme :

$$\langle v_d \rangle = k_d \Phi.$$

II.3. Représenter, sur le graphe 5 (page 8/9), $\langle v_d \rangle$ (Φ) pour $\Phi \in]0, \pi[$.

III. Étude du filtre

(Module 3, figure 6 page 6/9)

III.1. Étude en régime sinusoïdal : $v_d(t)$ est une fonction sinusoïdale du temps de fréquence f .

III.1.1. Calculer la transmittance complexe $\underline{T} = \underline{V} / \underline{V}_d$ et la mettre sous la forme :

$$\underline{T} = \frac{\underline{T}_0}{1 + j \frac{f}{f_0}}$$

III.1.2. Quelle est l'expression de la fréquence de coupure f_c du filtre à -3 dB ? En déduire sa valeur numérique.

III.1.3. Représenter, sur le graphe 6 (page 9/9), l'allure de la courbe de gain $G(f) = 20 \lg |\underline{T}|$ du filtre. En déduire la nature de ce filtre.

III.2. Étude en régime périodique non sinusoïdal : $v_d(t)$ est une tension périodique pouvant s'écrire sous la forme :

$$v_d(t) = V_0 + V_1 \sin [2 \pi f_d t + \varphi_1] + V_2 \sin [2 \pi (2 f_d) t + \varphi_2] + \dots + V_n \sin [2 \pi (n f_d) t + \varphi_n]$$

III.2.1. À partir de l'expression $v_d(t)$ donner celle de $\langle v_d \rangle$.

III.2.2. Sachant que $f_d = 17$ kHz, comparer cette valeur à celle de la fréquence de coupure f_c du filtre. En utilisant le graphe 6 de la question III.1.3. comparer la tension de sortie $v(t)$ du filtre à la tension V_0 . En déduire la relation entre la tension $v(t)$ de sortie du filtre et $\langle v_d \rangle$.

IV. Étude du système bouclé

(Figure 1, page 5/9)

Le signal $v_e(t)$ est une tension en « carré » (0, E) de fréquence stable f_e . Le signal $v_r(t)$, de fréquence f_r , est la tension de sortie $v_s(t)$ de « l'oscillateur commandé en tension » étudié au paragraphe I. Φ est toujours le déphasage de v_r par rapport à v_e ($0 < \Phi < \pi$).

IV.1. À partir des résultats du I.3.4., du II. 2. et du III.2.2., exprimer f_r en fonction du déphasage Φ et des constantes k_0 , k_d calculées précédemment.

IV.2. Le système est dit au repos lorsque la tension d'alimentation v de « l'oscillateur commandé en tension » est $v = V_0 = \frac{E}{2}$.

Calculer le déphasage Φ_0 au point de repos. En déduire l'expression de la fréquence de repos f_{r0} . Vérifier que $f_{r0} = 8,55$ kHz.

IV.3. Soit $\Delta \Phi$ la variation de Φ autour de sa valeur de repos Φ_0 : $\Delta \Phi = \Phi - \Phi_0$.
À partir des expressions de f_r et de f_{r0} , trouver la relation liant f_r , f_{r0} et $\Delta \Phi$.

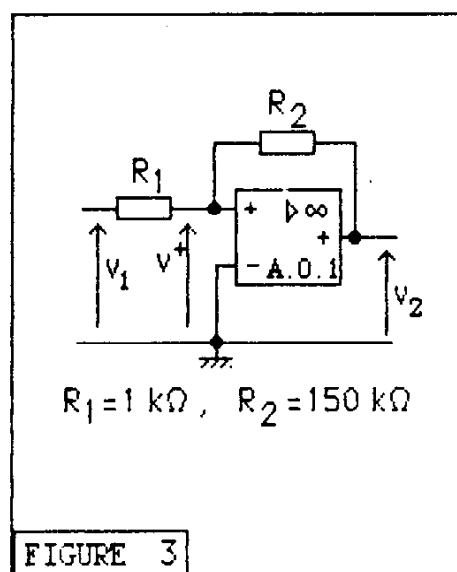
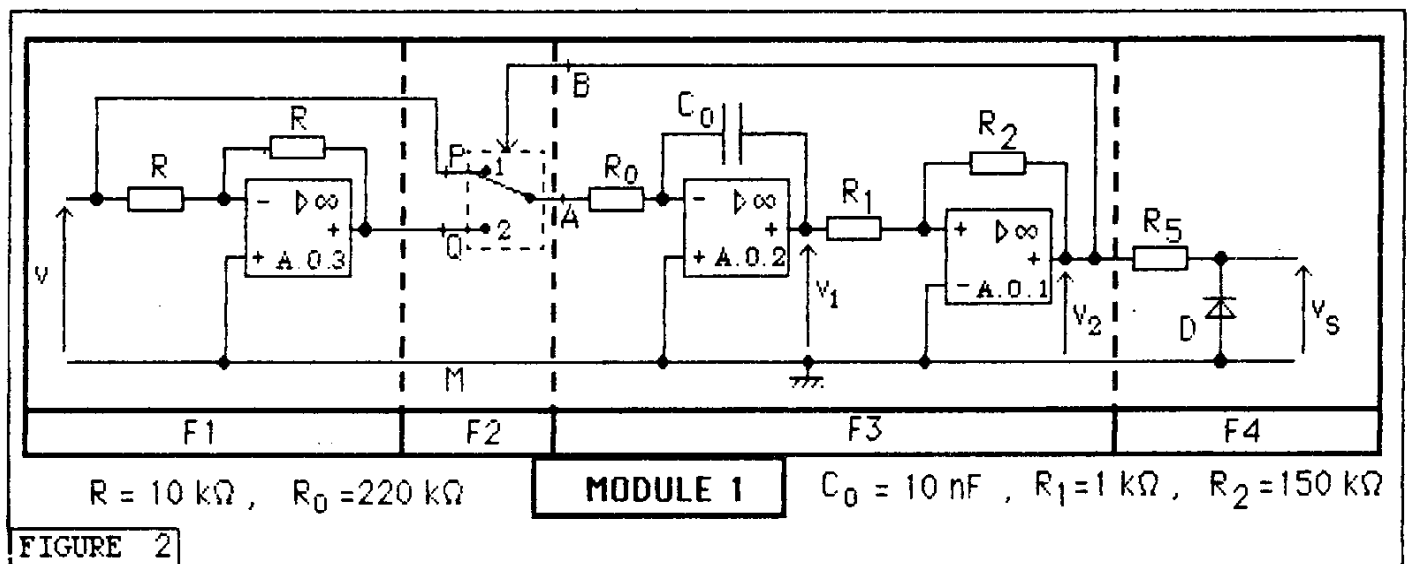
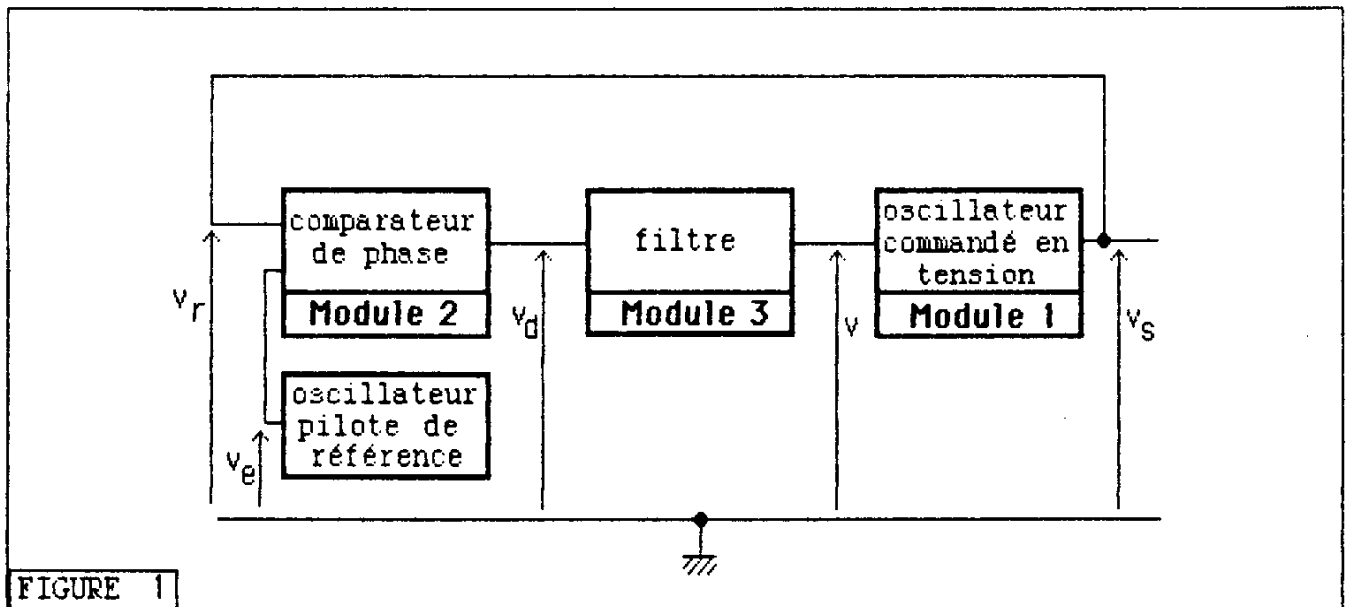
IV.4. Le système est bouclé. On constate que si la fréquence f_e , comprise dans une plage de fréquence dont f_{r0} est la fréquence centrale, s'écarte lentement de f_{r0} , la fréquence f_r « suit » f_e . On peut alors écrire à tout

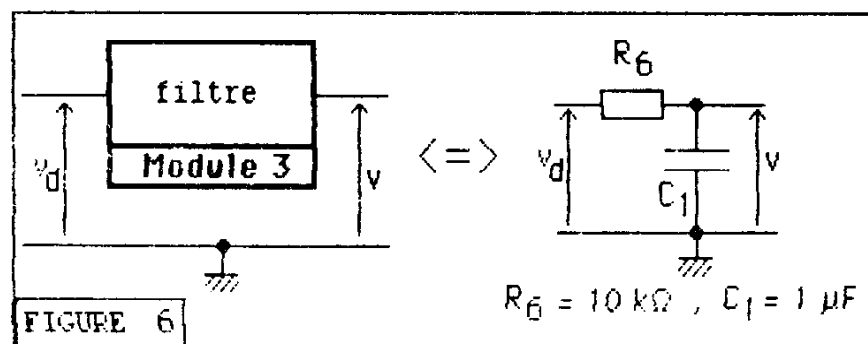
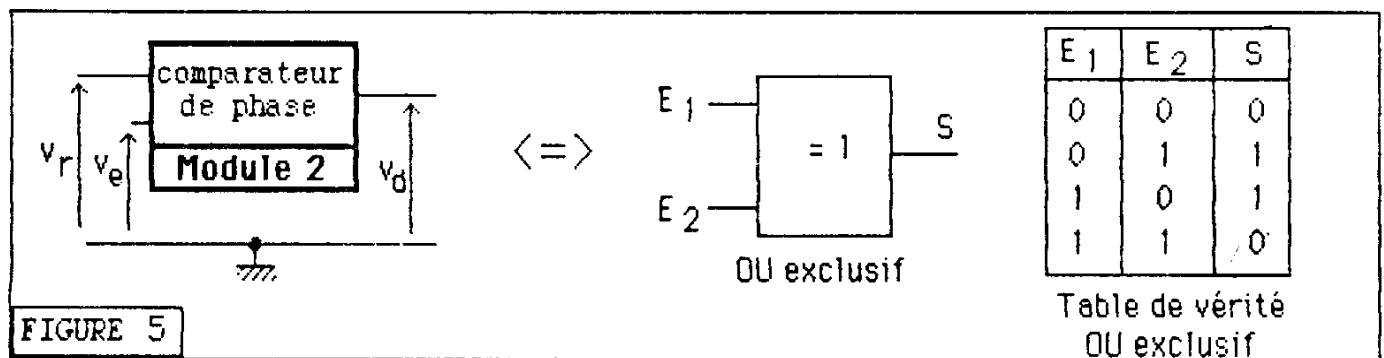
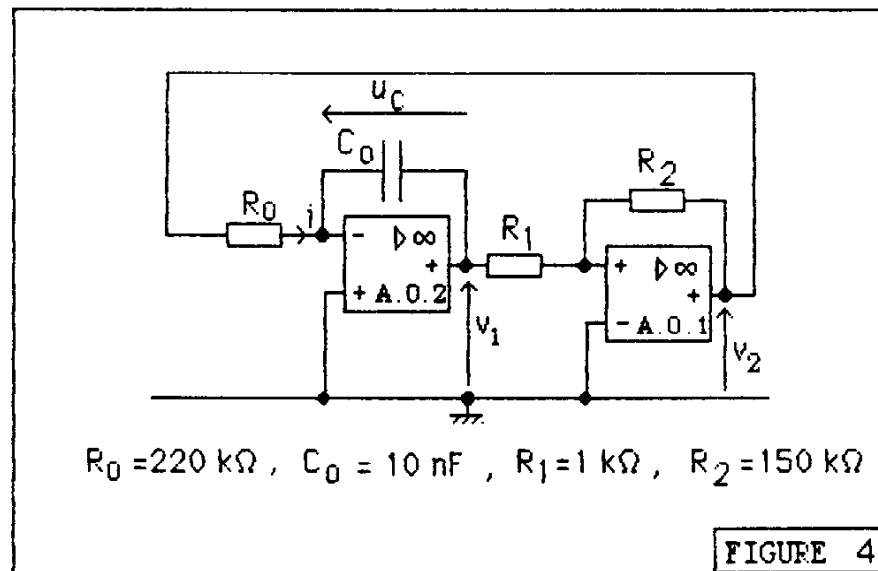
instant $f_e = f_r$: le système bouclé est dit « verrouillé ». Ce fonctionnement n'est vrai que si $|\Delta \Phi| < \frac{\pi}{2}$.

Les affirmations précédentes étant admises, entre quelles limites doit évoluer la fréquence f_e pour qu'un tel fonctionnement soit possible ?

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE F2 ÉLECTRONIQUE
Épreuve B 1 - SCIENCES PHYSIQUES

DURÉE : 4 heures - COEFFICIENT 5





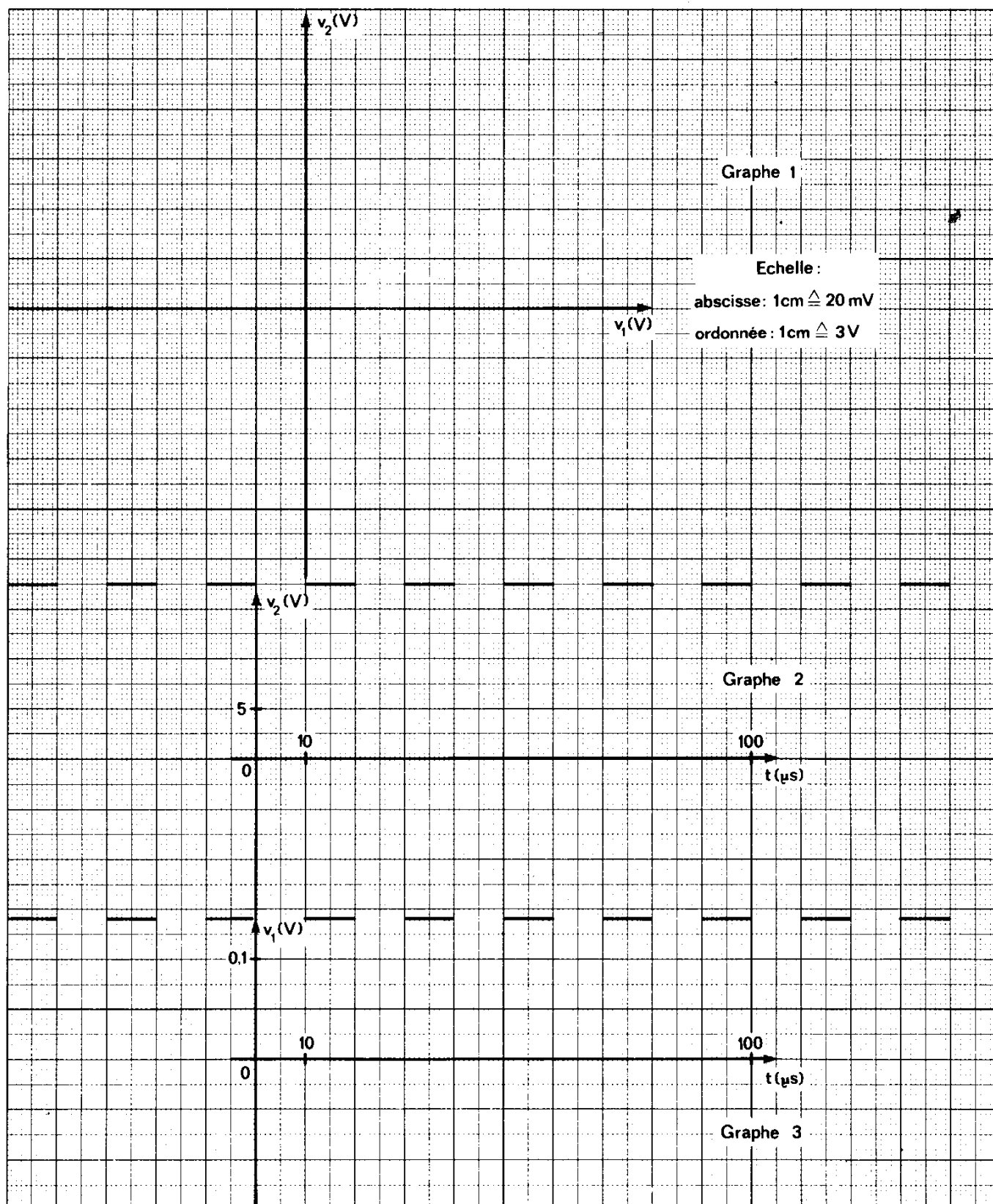
Feuille intercalaire millimétrée.

Le candidat devra glisser cette feuille dans sa copie.

À RENDRE AVEC LA COPIE

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE F 2 ÉLECTRONIQUE
Épreuve B 1 - SCIENCES PHYSIQUES

- 7/9 -



Feuille *intercalaire* millimétrée.

Le candidat devra glisser cette feuille dans sa copie.

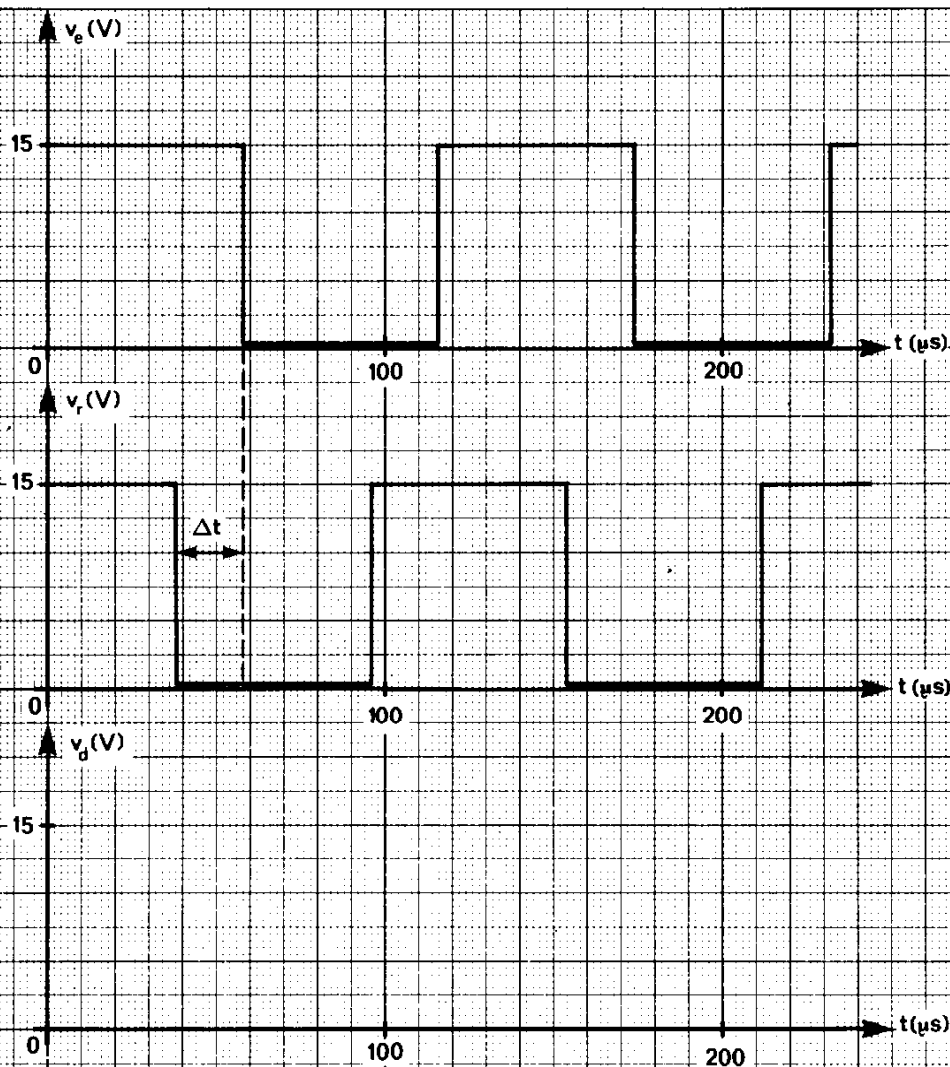
À RENDRE AVEC LA COPIE

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE F 2 ÉLECTRONIQUE

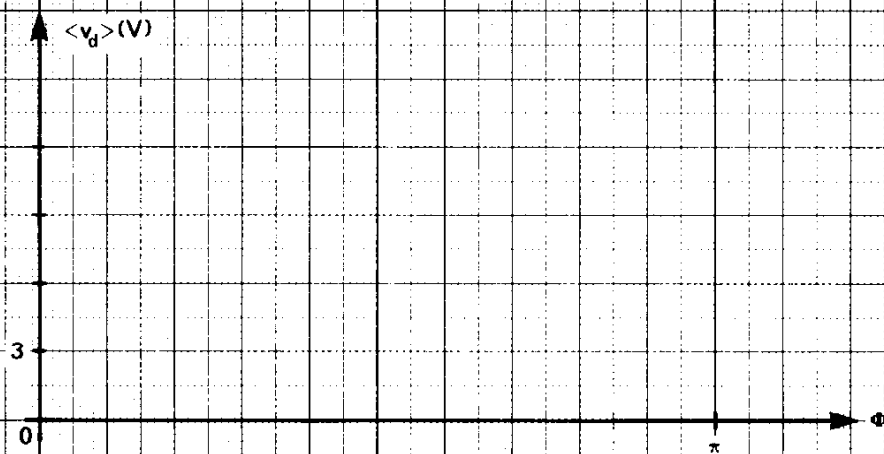
Épreuve B 1 - SCIENCES PHYSIQUES

- 8/9 -

Graphe 4



Graphe 5



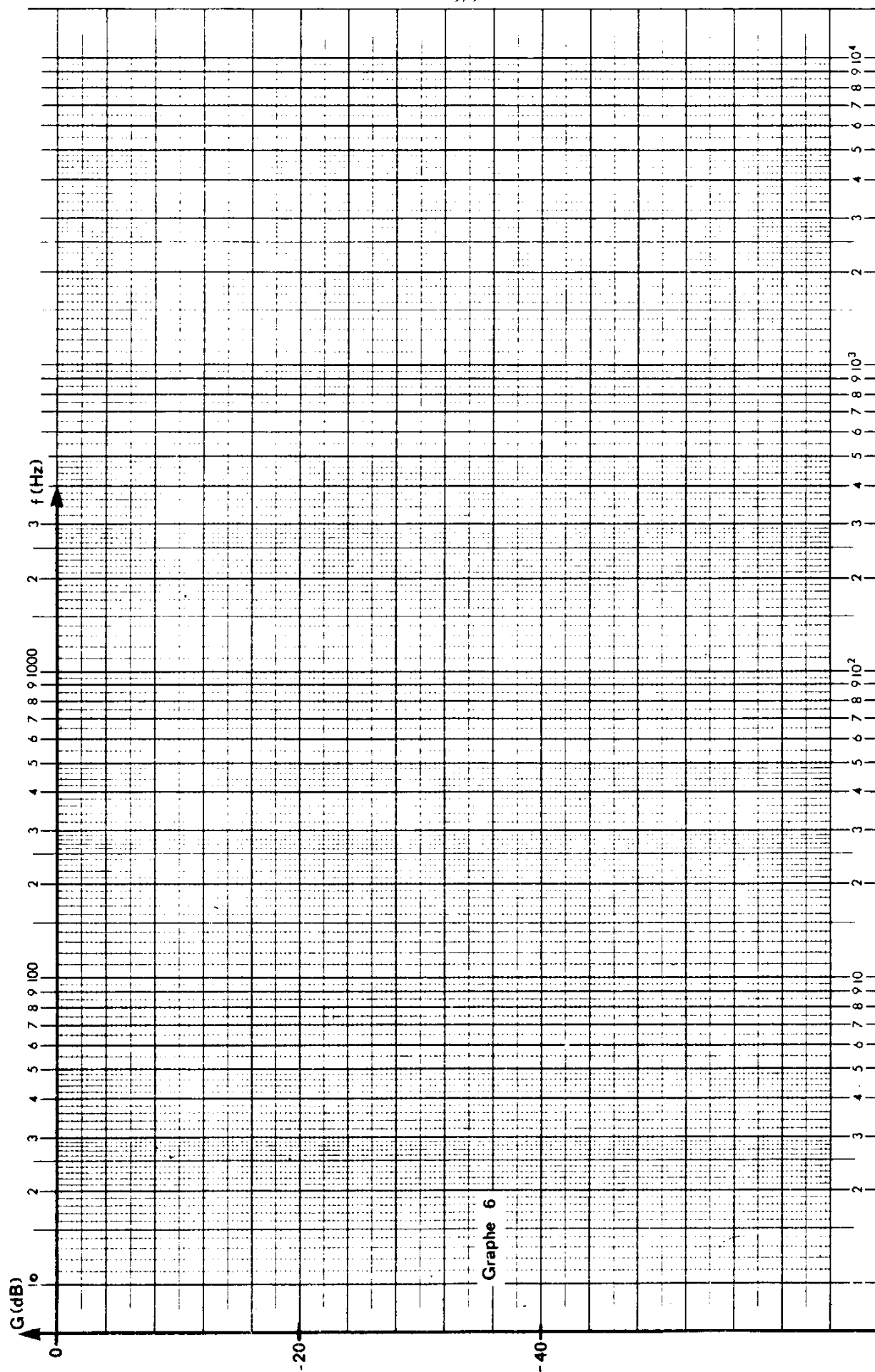
Feuille intercalaire millimétrée.

Le candidat devra glisser cette feuille dans sa copie.

BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE F2 ÉLECTRONIQUE

Épreuve B 1 - SCIENCES PHYSIQUES

- 9/9 -



ANNEXE 2

PARTIE I

**EXTRAIT DU DOCUMENT RELATIF À L'ENSEIGNEMENT
DES SCIENCES PHYSIQUES DANS LES SECTIONS DE T.S. ÉLECTRONIQUE**

Les thèmes sont classés en trois rubriques.

• Dans le groupe ①, constituant le « noyau dur » de l'enseignement des professeurs de physique appliquée, sont classés les thèmes pour lesquels sera utilisée la trilogie cours, T.P., contrôles (ou parfois, en ce qui concerne notamment des sujets déjà abordés par les élèves avant le baccalauréat, seulement les T.P.-cours et un contrôle). Au moment de l'examen, les candidats devront maîtriser la liste des connaissances et des méthodes figurant dans ce groupe.

• Dans le groupe ② figurent les thèmes qui seront abordés par le professeur dans l'un au moins des modes d'enseignement que constituent les cours, les T.P.-cours ou les T.P. Les connaissances minimales ou les méthodes qui devront être acquises lors de l'examen sont précisées dans la colonne de droite.

• Les thèmes optionnels, les points de culture scientifique complémentaire ou les thèmes importants certes, mais à propos desquels on ne peut rien exiger de précis au moment de l'examen, sont rangés dans le groupe ③. Hormis les question de bon sens, une épreuve d'examen portant sur ces questions devra être conçue avec beaucoup de prudence et de progressivité car la période de quatre à cinq semaines précédant l'examen, pendant laquelle est étudié le dossier technique, est trop courte pour modifier sensiblement les connaissances de base des candidats. Des ouvrages de vulgarisation scientifique de haute tenue, comme ceux de la collection « Liaisons Scientifiques » éditée conjointement par la librairie Hachette et le CNRS pourront servir de base à l'étude des thèmes rangés dans cette catégorie. Des exposés effectués dans le cadre des activités personnelles des élèves permettront également d'en aborder un certain nombre.

III.3.2 Les fonctions de l'électronique de traitement du signal. Pour traiter ces fonctions, on pourra utiliser, selon le cas : — les équations différentielles et les équations aux différences ; — la réponse d'un système linéaire analogique ou numérique du premier ou du second ordre, à un signal d'entrée sinusoïdal, à un échelon, à une impulsion ; — les fonctions de transfert (en $j\omega$, p ou z), et leurs représentations.	①	
III.3.3. Fonctions particulières. • Amplification ; amplification différentielle. • Filtrage analogique et numérique. • Modulation ; démodulation. • Modulation analogique A.M. ; F.M. • Démodulation dans ces deux cas.	② ① ①	Représentation de Bode, de Nyquist, position des pôles des fonctions de transfert. À partir de circuits intégrés, on définira directement le taux de réjection de mode commun (T.P.). Filtres du premier et du second ordre. Filtre à capacité commutée (T.P.). Pas de synthèse de filtres. Utilisation d'une boucle à verrouillage de phase pour la démodulation F.M.

• Modulation par impulsions codées, par variation discrète de fréquence, etc. • Multiplexage temporel. • Commutation des diodes, des transistors. • Mélange de signaux, changement de fréquence. • Conversions analogiques numériques et $N \rightarrow A$. • Conversion tension-fréquence et fréquence-tension.	② ③ ② ① ②	Définitions. Montage souhaitable d'un T.P. Au cours d'une séance de T.P. on montrera qu'il est possible de donner un modèle équivalent de la diode en commutation, et que l'application d'une tension inverse agit sur les temps de commutation. Application aux transistors. Pas de théorie complète. Quantification : temps de conversion en T.P. (ne sera traité, dans les deux cas, que ce qui est indépendant de la technologie).
III.3.4. Production de signaux. • Par des méthodes analogiques : — signaux non sinusoïdaux — signaux sinusoïdaux • Par des méthodes numériques.	① ① ② ②	T.P. sur astables, bistables, monostables. Calculs des temps caractéristiques. Oscillateurs sinusoïdaux LC et RC. Notion sur la stabilisation de l'amplitude (T.P.). T.P. (mise en mémoire d'un motif et scrutation périodique), pas de génération de signaux par instabilité d'un système numérique.
IV. Étude de systèmes. ① Systèmes bouclés. Généralités. Stabilité. Exemples d'application : réactions négative ou positive dans les amplificateurs ; boucle à verrouillage de phase. ② Automatique. a. Principe des asservissements linéaires analogiques. b. Principes d'un asservissement numérique. c. Algorithmes ; organigrammes. Structure des programmes dans un langage évolué ; boucles, sous-programmes. d. Utilisation de systèmes programmés.	① ① ① ③ ②	Critère du revers dans le plan de Nyquist, traduction à l'aide des diagrammes de Bode, méthode des pôles dans le plan des p ; des z. Les différents cas de contre-réaction ne seront pas traités de manière exhaustive. Asservissement de position d'un servomoteur à courant continu ; correction de sa réponse (T.P.). Asservissement de vitesse d'un moteur à courant continu (T.P.). Dans le cadre horaire actuel, ces points ne peuvent être traités par le professeur de physique appliquée. On fera utiliser par les élèves des programmes tout faits, en indiquant brièvement leur spécificité. Pour le traitement du signal, notamment, on essaiera d'utiliser un algorithme de transformation de Fourier discrète.

ANNEXE 3

PARTIE II

INSPECTION GÉNÉRALE

Commentaires concernant les contenus d'enseignement du BTS électrotechnique

1. COORDINATION DES ENSEIGNEMENTS SCIENTIFIQUES ET TECHNOLOGIQUES

Le professeur de génie électrique et le professeur de physique appliquée interviennent sur un domaine commun, de façon concertée et selon leurs compétences respectives. En fonction des situations locales, l'organisation de l'enseignement est laissée à l'initiative de l'équipe pédagogique (par exemple la nécessité de traiter certaines parties avant d'autres, ou l'emploi du temps sur la semaine, la quinzaine, ou encore par un horaire souple sur l'année.)

Le professeur de physique appliquée enseigne les lois générales de l'électricité, il étudie les fonctions de l'électrotechnique énumérées dans le document « contenus d'enseignement, partie professionnelle », utilise une méthode scientifique rigoureuse pour modéliser ces fonctions. L'enseignement se déroule sous forme de cours et de travaux pratiques pour la mise en œuvre des fonctions, (l'utilisation du « T.P.-cours » doit être généralisée chaque fois que le matériel le permet).

Le professeur de génie électrique enseigne la technologie et l'analyse des schémas des différents matériels, constituants et systèmes utilisés en électrotechnique, ainsi que les règles de conception, de choix, de fabrication et d'utilisation en tenant compte des normes et règlements en vigueur (en particulier au niveau de la sécurité). Cet enseignement se déroule sous forme d'exposés, d'exercices dirigés et de travaux pratiques pour la fabrication.

Les professeurs de génie électrique et de physique appliquée participent ensemble à l'enseignement des Essais de Systèmes. Les fonctions de base ayant été étudiées avec le professeur de physique appliquée, les solutions technologiques avec le professeur de génie électrique, cet enseignement permet l'appréhension d'un système industriel par l'étude de sa spécificité technologique, de son organisation (partie commande, partie opérative, etc.) et de ses performances. Il permet ainsi de donner à l'étudiant une formation complète réalisant la synthèse des différents enseignements. L'enseignement des Essais de Systèmes est le lieu privilégié de la concertation et de l'organisation du travail de l'équipe pédagogique : il est de ce fait souhaitable que les deux professeurs travaillent ensemble avec la section entière pour permettre une organisation annuelle souple et la meilleure efficacité de l'équipe enseignante.

ANNEXE 4**PARTIE II****Contenus d'enseignement BTS électrotechnique****Partie professionnelle**

3. ÉLECTRONIQUE DE PUISSANCE : CONVERTISSEURS**3.1. CONVERSION ALTERNATIF-CONTINU.****3.1.1. Redresseurs non commandés :**

- montages monophasés et polyphasés à commutation simple, double et série, groupement de redresseurs ;
- débit sur circuit inductif, dimensionnement de l'ensemble transformateur associé au pont, filtrage par inductance, méthode harmonique, commutation des diodes, empiètement, chutes de tension en charge, perturbations induites dans le réseau ;
- filtrage par condensateur : étude qualitative des courants et tensions, dimensionnement des éléments, application à l'alimentation stabilisée avec régulateur de tension.

3.1.2. Redresseurs commandés.**3.1.2.1. Montages mixtes.****3.1.2.2. Montages tout thyristors :**

- fonctionnement en redresseur ;
- réversibilité du montage, conditions nécessaires à ce type de fonctionnement.

3.1.2.3. Groupement de redresseurs à thyristors :

- groupement en série ;
- groupement en antiparallèle, avec et sans courant de circulation.

3.1.2.4. Applications des montages redresseurs :

- comparaison des différents montages : harmoniques de tension et courant, dimensionnement du transformateur, de la bobine de lissage, des redresseurs, chute de tension en charge, puissance réactive en ligne ;
- réversibilité des redresseurs : application à la commande des machines à courant continu, fonctionnement dans un, deux ou quatre quadrants.

3.2. CONVERSION CONTINU-CONTINU.**3.2.1. Structures des hacheurs.**

Hacheurs série, parallèle, à accumulation, réversibles deux et quatre quadrants en demi-pont et en pont.

3.2.2. Utilisation des hacheurs :

- application à la traction électrique, freinage en récupération ;
- variation de vitesse des moteurs à courant continu, structure d'un variateur de vitesse redresseur non commandé — hacheur, comparaison avec les montages redresseurs commandés ;
- constitution d'une alimentation à découpage.

3.2.3. Constitution des hacheurs :

- hacheurs à transistors : commande de base, commutation, transistors bipolaires, MOS ;
- hacheurs à thyristors, montages d'extinction ; exemples.

A RENDRE AVEC LA COPIE

1 - Rapport de transformation à vide :

$$m = \frac{U_{2v}}{U_{1v}} = \frac{225}{1500} = \underline{0,15}$$

2 a) Composante active du courant à vide :

$$I_{1a} = \frac{P_{1v}}{U_{1v}} = \frac{300}{1500} = \underline{0,2 \text{ A}}$$

b) Pertes par effet Joule lors de l'essai

à vide : $P_{Jv} = R_1 (I_{1v})^2$ avec $R_1 = \frac{U_1}{I_1} = 0,25 \Omega$

$$P_{Jv} = 0,25 \times 2^2 = \underline{1 \text{ W}}$$

$$\underline{P_{Jv} \ll P_{1v}}$$

c) Lors de l'essai à vide $P_{Jv} \ll P_{1v}$

$$\Rightarrow P_{1v} \simeq P_{fe} = 300 \text{ W}$$

Donc les pertes fer lors de l'essai en court-circuit sont :

$$P_{fcc} = 300 \times \left(\frac{22,5}{1500} \right) = \underline{4,5 \text{ W}} \ll 225 \text{ W}$$

$$\underline{P_{fcr} \ll P_{1cc}}$$

$$3 \quad R_s = \frac{P_{1cc}}{I_{2cc}^2} \quad \text{avec} \quad I_{2cc} = \frac{I_{1cc}}{m} = 150 \text{ A}$$

$$R_s = \frac{225}{150^2} = \underline{0,01 \Omega}$$

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R_s^2} \quad \text{avec } Z_s = \frac{m U_{1cc}}{I_{2cc}} = 0,0225 \Omega$$

$$\underline{X_s = 0,112 \Omega}$$

4 a) Pour que la chute de tension soit nulle, il faut que le déphasage soit nul

$$\Rightarrow \underline{\varphi_2 = 0}$$

b) On sait que $\Delta U_2 = R_s I_2 \cos \varphi_2 + X_s I_2 \sin \varphi_2$.

$$\cos \varphi_2 = 0,8 \rightarrow \sin \varphi_2 = 0,6 \quad I_2 = 200 \text{ A}$$

$$\underline{\Delta U_2 = 15 \text{ V}} \quad \underline{\frac{\Delta U_2}{U_{2v}} = \frac{15}{225} = 6,7 \%}$$

$$\text{c) Rendement : } \eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{U_2 I_2 \cos \varphi_2}{U_1 I_1 \cos \varphi_1}$$

$$\cos \varphi_1 = \cos \varphi_2 \quad U_1 = 1500 \text{ V}$$

$$I_2 = 200 \text{ A} \quad I_1 = m I_2 = 30 \text{ A}$$

$$U_2 = U_{2v} - \Delta U_2 = 225 - 15 = 210 \text{ V}$$

$$\eta = \frac{210 \times 200 \times 0,8}{1500 \times 30 \times 0,8} = \underline{0,93}$$

SESSION DE 1990

C.A.P.E.S de Sciences Physiques

CONCOURS INTERNE

et

CONCOURS D'ACCÈS À L'ÉCHELLE DE RÉMUNÉRATION
DES PROFESSEURS CERTIFIÉS

Épreuve commune aux options :

PHYSIQUE ET CHIMIE

PHYSIQUE ET ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE

DURÉE : 4 heures

COMPOSITION À PARTIR DU PROGRAMME

Calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

L'épreuve comporte quatre parties :

- A. OSCILLATEUR MÉCANIQUE.
- B. MICROPHONE ÉLECTRODYNAMIQUE.
- C. APPAREIL PHOTOGRAPHIQUE.
- D. MICROCALORIMÉTRIE.

Les parties D et C sont indépendantes. La partie B utilise des résultats donnés dans la partie A.

Il est conseillé aux candidats de répartir leur temps de travail à raison de :

- A. 1 h;
- B. 1 h;
- C. 1 h 15;
- D. 0 h 45.

Il sera accordé une importance significative aux qualités d'expression ainsi qu'à la présentation de la copie.

A. OSCILLATEUR MÉCANIQUE

Un disque homogène D, de masse m , peut glisser sans frottement le long d'un axe horizontal $x'x$, passant par son centre d'inertie G. Il est relié à un ressort de masse négligeable par rapport à m et de raideur k , comme l'indique la figure 1 ; l'autre extrémité O' du ressort est fixe.

On pose $\overrightarrow{OG} = x\vec{u}$, O étant la position de G à l'équilibre et $\vec{u}$ un vecteur unitaire de la droite $x'x$.

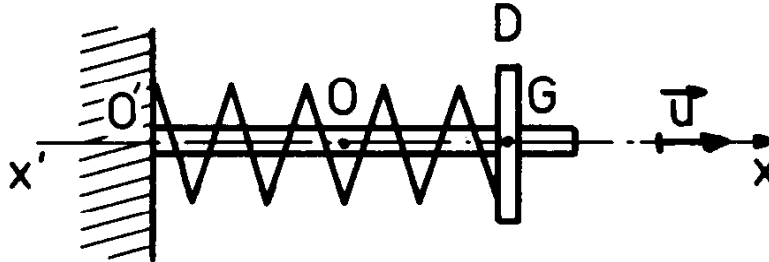


Figure 1

A.1. Faire le bilan des forces agissant sur D. En déduire la loi horaire $x(t)$ du mouvement si l'on choisit comme conditions initiales : $x(0) = a > 0$ et une vitesse nulle.

A.2. En réalité le fluide dans lequel se déplace D exerce une force de frottement $\vec{F}_1 = -f\vec{v}$, où f est un coefficient constant positif et $\vec{v}$ la vitesse du disque. Écrire la nouvelle équation différentielle vérifiée par x . Donner sans aucune étude théorique les noms des régimes obtenus si f est petit et si f est grand. Représenter graphiquement l'allure de $x(t)$ correspondant à ces deux cas. Qu'appelle-t-on régime critique ? Donner la relation liant alors f , k et m . Ce cas présente-t-il un intérêt pratique ?

A.3. Aux forces précédentes, on ajoute une action sinusoïdale de la forme $\vec{F}_2 = F_0 \cos wt\vec{u}$.

A.3.1. Écrire l'équation différentielle vérifiée par x .

A.3.2. Après une durée, en général assez brève, on peut admettre que x est de la forme $x = A \cos (wt + \varphi)$. Justifier cette approximation et nommer le régime obtenu.

A.3.3. Établir, en utilisant une construction de Fresnel ou la méthode des complexes, que :

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{f^2 w^2 + (k - m w^2)^2}}$$

A.3.4. Quelle est la valeur de φ ?

A.3.5. Lorsque w varie, A admet un maximum si $f < f_0$.

Tracer l'allure des graphes correspondant à A et φ pour $f = 0$, $f < f_0$ et $f > f_0$. On précisera clairement la position du maximum, lorsqu'il existe, par rapport à la pulsation

$$w_0 = \sqrt{k/m}.$$

A.3.6. Faire le schéma du circuit électrique qui conduirait à une équation différentielle analogue à celle de la question A.3.1. Quelle grandeur électrique faudrait-il étudier pour avoir les mêmes courbes qu'au A.3.5. ?

B. MICROPHONE ÉLECTRODYNAMIQUE

- B.1. On constitue le circuit électrique représenté par la figure 2. R est la résistance d'un conducteur ohmique. La tige T se déplace sans frottement sur les deux rails parallèles N_0N' et M_0M' . Elle reste perpendiculaire à ceux-ci et sa vitesse est maintenue constante. On pose $MN = l$. Le circuit, contenu dans un plan horizontal, est plongé dans un champ magnétique $\vec{B}$ uniforme et vertical.

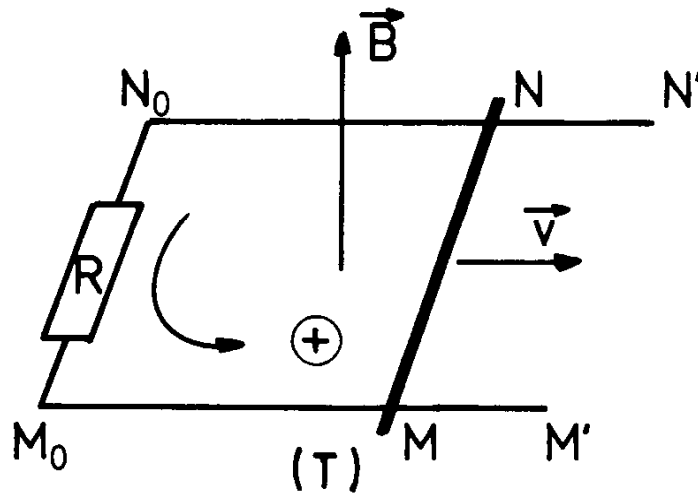


Figure 2

- B.1.1. Expliquer pourquoi il apparaît un courant dans le circuit. Calculer son intensité i en fonction de B , l , v et R , si l'on néglige la résistance des rails et de la tige. Les résultats seront donnés en choisissant comme sens positif celui donné par la figure 2.
- B.1.2. Énoncer la loi de Lenz. Vérifier qu'elle s'applique au cas étudié.
- B.1.3. Déterminer les caractéristiques de la force de Laplace qui agit sur T . Quelle force doit exercer un opérateur sur T pour maintenir sa vitesse constante ?
- B.2. Un microphone électrodynamique est constitué d'une bobine mobile, reliée au boîtier par une membrane élastique (fig. 3). L'ensemble mobile sera noté D dans la suite. Les contraintes mécaniques sont telles que D est analogue, du point de vue mécanique, au disque étudié dans la partie A. On utilisera les mêmes notations. Les spires de la bobine sont en permanence plongées dans un champ magnétique radial $\vec{B}$, de module constant (fig. 4).

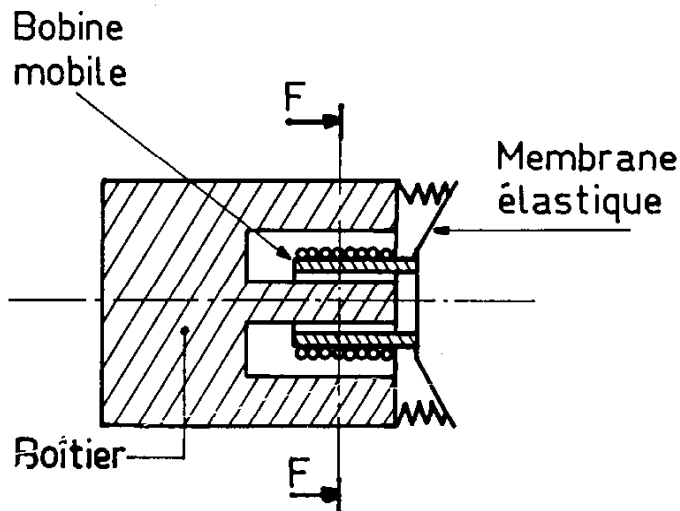


Figure 3

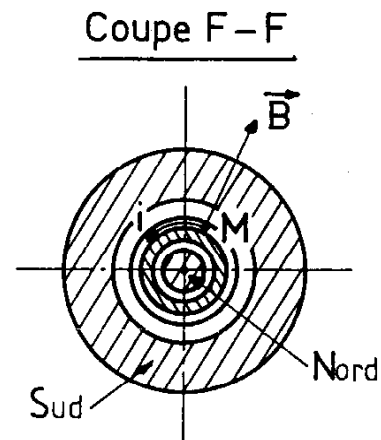


Figure 4

Les deux extrémités de la bobine sont reliées à un conducteur ohmique de résistance R (non représenté sur la fig. 3) pour former un circuit fermé.

Le déplacement de D sous l'action des ondes sonores provoque l'apparition d'un courant d'intensité i dans le circuit.

B.2.1. On appelle v la vitesse de D et l la longueur totale du fil de la bobine. Exprimer i en fonction de B , l , v et R , en utilisant les conventions de la figure 4. On pourra décomposer le fil de la bobine en segments élémentaires et l'on négligera le phénomène d'auto-induction dans la bobine et la résistance du fil.

B.2.2. La force $\vec{F}_2$ agissant sur D est la somme d'une force $\vec{F}_a = F_a \vec{u}$, d'origine acoustique, et d'une force $\vec{F}_e = F_e \vec{u}$, d'origine électromagnétique. Expliciter F_e ; en déduire l'équation différentielle vérifiée par x .

B.2.3. Montrer que cette équation différentielle peut se mettre sous la forme :

$$m\ddot{x} + f'\dot{x} + kx = F_a.$$

Donner f' en fonction de f , B , l et R .

B.2.4. Une onde sonore sinusoïdale est envoyée sur le microphone et crée une force $\vec{F}_a = F_a \cos(\omega t) \vec{u}$. Calculer, en régime permanent, la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique, signal électrique fourni par le microphone. On écrira $u_R = U_{Rm} \cos(\omega t + \varphi')$.

B.2.5. Application numérique : $m = 10^{-3} \text{ kg}$; $k = 10^4 \text{ N}\cdot\text{m}^{-1}$.
Calculer la fréquence N_0 pour laquelle U_{Rm} est maximal.

B.2.6. Pourquoi les constructeurs s'arrangent-ils pour donner à f une valeur importante? Dans cette hypothèse, comment faut-il choisir B , l , R et f pour avoir le rapport U_{Rm} / F_a maximal? Donner cette valeur maximale en fonction de B , l et f . Quelle remarque peut-on faire?

C. APPAREIL PHOTOGRAPHIQUE

C.1. Description de l'appareil et caractéristiques essentielles de l'objectif.

L'appareil photographique est une chambre noire munie d'un diaphragme, d'un obturateur, d'un système optique (l'objectif) et d'une pellicule photographique.

C.1.1. Indiquer les rôles du diaphragme, de l'obturateur, de la pellicule photographique.

C.1.2. Pour une pellicule de format 24×36 (fig. 5), on dispose d'objectifs assimilables à des lentilles convergentes de distances focales $f'_1 = 24 \text{ mm}$, $f'_2 = 50 \text{ mm}$, $f'_3 = 135 \text{ mm}$. L'objectif dit « standard » a une distance focale voisine de la longueur L de la diagonale du rectangle de la pellicule. Quelle est la distance focale de l'objectif standard?

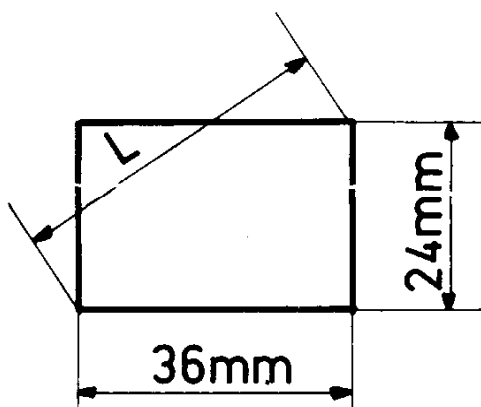


Figure 5

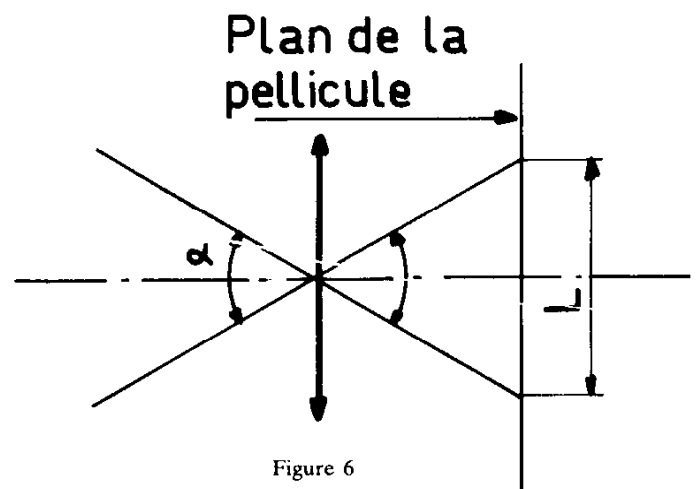


Figure 6

- C.1.3. On appelle champ angulaire de l'objectif l'angle α défini sur la figure 6, l'appareil étant réglé pour photographier un objet à l'infini. Comment est alors placée la pellicule par rapport à l'objectif ? Pour les trois objectifs précédents, calculer le champ angulaire. Quel est celui dit « grand angulaire » ?
- C.1.4. L'objectif est assimilé à une lentille mince convergente de foyers principaux F et F' , de distance focale $f' = \overline{OF'}$. AB est un objet réel situé dans un plan de front. A est sur l'axe principal de la lentille.

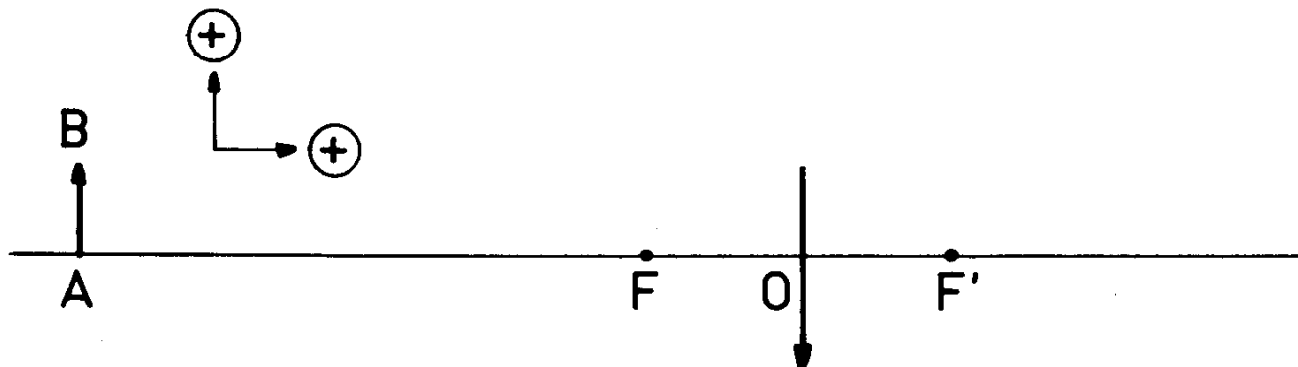


Figure 7

Construire géométriquement l'image $A'B'$ de AB , les positions étant celles de la figure 7. Définir le grandissement linéaire γ . Montrer que $\gamma = f' / \overline{FA}$.

- C.1.5. On veut obtenir d'un objet éloigné l'image la plus grande possible. Quel objectif faut-il utiliser ? Quel sera un des inconvénients de ce choix ?

C.2. La mise au point.

L'objectif est encore assimilé à une lentille mince convergente de distance focale f' ; l'ouverture du diaphragme a un diamètre d . Le nombre d'ouverture est $N = f' / d$. L'appareil est réglé sur l'infini.

- C.2.1. Dans quel sens et de combien faut-il déplacer la pellicule pour y former l'image d'un objet de front AB situé à une distance $\overline{AO} = x$ de l'objectif. On appellera $\Delta x'$ le déplacement de la pellicule.
- C.2.2. Expliquer pourquoi on peut prendre des photographies de sujets à des distances de l'objectif comprises entre l'infini et $150 f'$ sans réglage de mise au point. *Application numérique* : $f' = 50$ mm. Pour des objets situés entre $150 f'$ et $10 f'$, il faut faire une mise au point. Expliquer pourquoi. Indiquer deux façons de réaliser cette mise au point avec un objectif photographique.

C.3. La profondeur de champ.

Un objet ponctuel ne donne jamais une image rigoureusement ponctuelle sur la pellicule, ne serait-ce qu'à cause du grain de celle-ci.

Une certaine résolution sur la qualité de l'image est tolérée. Pour être acceptable, l'image d'un objet ponctuel doit être une tache de diamètre inférieur à ϵ . La profondeur de champ est la distance A_1A_2 des plans de front extrêmes entre lesquels doit se trouver l'objet pour que son image apparaisse nette sur la pellicule (fig. 8).

A est un objet ponctuel réel sur l'axe principal de la lentille. L'appareil est réglé pour que l'image ponctuelle réelle A' de A soit dans le plan de la pellicule. A_1 et A_2 définissent dans le plan de la pellicule des « cercles de diffusion » de diamètre ϵ .

C.3.1. Calculer $\overline{OA_1}$ et $\overline{OA_2}$ en fonction de ε , $\overline{OA}$, d .

C.3.2. Comparer $\overline{A_1A}$ et $\overline{AA_2}$. Conclusion ?

C.3.3. Montrer que :

$$\overline{A_1A_2} = \frac{2 \cdot \varepsilon \cdot \overline{OA}}{d \cdot \gamma (1 - \varepsilon^2 / d^2 \cdot \gamma^2)}.$$

C.3.4. $\varepsilon = 30 \mu\text{m}$. Quelles conditions doivent vérifier $\varepsilon / d \cdot \gamma$ et $\overline{OA}$ pour que l'on puisse écrire :

$$\overline{A_1A_2} = 2 \varepsilon \overline{OA}^2 / f' \cdot d = 2 \varepsilon \overline{OA}^2 \cdot N / f'^2?$$

C.3.5. Application numérique : $\varepsilon = 30 \mu\text{m}$; $\overline{OA} = 5 \text{ m}$; $f' = 50 \text{ mm}$.

Calculer $\overline{A_1A_2}$ pour $N = 2$ et $N = 11$. Dans quel cas l'approximation précédente est-elle justifiée ?

Donner une application pratique de cette possibilité de réglage.

C.3.6. À partir de l'expression donnée à la question C.3.4. discuter l'influence des différents paramètres sur la profondeur de champ.

D. MICROCALORIMÉTRIE

Un microcalorimètre est constitué d'une cellule de mesure C placée dans une enceinte extérieure S dont la température T_S est maintenue constante. Pour mesurer avec précision les fuites thermiques, C est reliée à S par 200 couples thermoélectriques platine-platine rhodié, montés en série, dont l'une des soudures est en contact avec C, l'autre avec S (fig. 9). Lorsque l'équilibre thermique est réalisé, la cellule prend la température T_S de S.

Sinon la cellule C échange de la chaleur avec l'enceinte S par conduction jusqu'à ce que C reprenne la température T_S .

On admettra que les fuites thermiques par unité de temps sur toute la cellule sont proportionnelles à la différence de température entre C et S, donc à la force électromotrice de tous les thermocouples en série.

On appellera :

dQ la quantité de chaleur dégagée ou absorbée entre les instants t et $t + dt$ dans C par le phénomène à étudier (par convention $dQ > 0$ si cette chaleur est dégagée).

T la température de C à l'instant t .

T_S la température constante de S.

μ la capacité thermique de la cellule et de son contenu. (C'est une constante pour une expérience donnée.)

E la force électromotrice de la pile thermoélectrique mesurée par la méthode d'opposition : $E = k_1 (T - T_S)$, k_1 constante de proportionnalité.

P la puissance thermique correspondant aux fuites thermiques :

$$P = k_2 (T - T_S),$$

k_2 constante de proportionnalité.

D.1. Montrer à l'aide d'un bilan énergétique que dQ peut se mettre sous la forme :

$$dQ = \alpha dT + \beta dt.$$

Expliciter α et β en fonction de μ , k_2 , $T - T_s$.

D.2. En déduire l'équation :

$$dQ = \frac{\mu}{k_1} dE + \frac{k_2}{k_1} E dt \quad (1)$$

D.3. Un enregistreur donne les variations de E au cours du temps. On obtient le thermogramme de la figure 10. Soit $\mathcal{A}$ l'aire de la surface hachurée. En intégrant l'équation différentielle (1), exprimer la quantité de chaleur Q dégagée dans la cellule entre les instants t_1 et t_2 , en fonction de μ , k_1 , k_2 , E_1 , E_2 et $\mathcal{A}$.

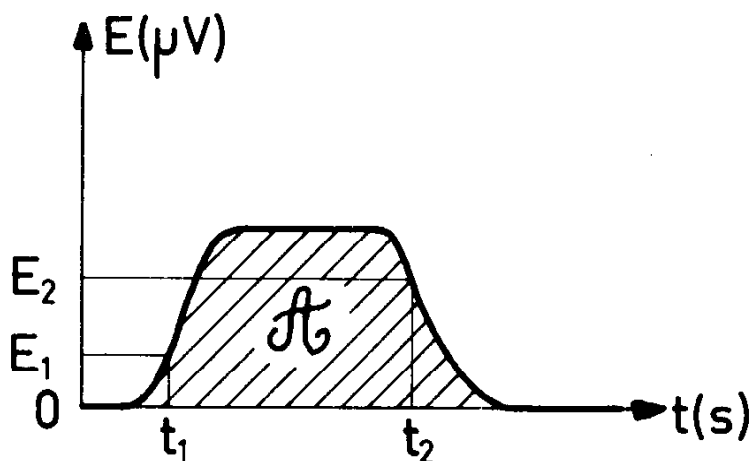


Figure 10

D.4. Utilisation.

D.4.1. Étalonnage : une masse $m = 17,8$ mg d'aluminium, à la température $T_1 = 300,75$ K, est introduite dans la cellule C initialement à la température $T_s = 429,15$ K. Le thermogramme correspondant est celui de la figure 11. L'aire $\mathcal{A}_0$ représente $-5\,153 \mu V \cdot s$.

La chaleur massique de l'aluminium, à pression constante, est : $c_p = 777,04 + 458,9 \cdot 10^{-3} T$ (en $J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$). Exprimer littéralement la quantité de chaleur Q_0 mise en jeu au cours de l'étalonnage. Quel est son signe ? Calculer sa valeur numérique.

D.4.2. On veut déterminer la quantité de chaleur Q_1 dégagée au cours d'une expérience réalisée dans la cellule C. Le thermogramme est celui de la figure 12.

L'aire $\mathcal{A}_1$ représente $10\,405 \mu V \cdot s$. Quel est le signe de Q_1 ? Calculer sa valeur numérique.

Le terme microcalorimétrie est-il justifié ?

$IJ = d$: diamètre du diaphragme

$PQ = \varepsilon$

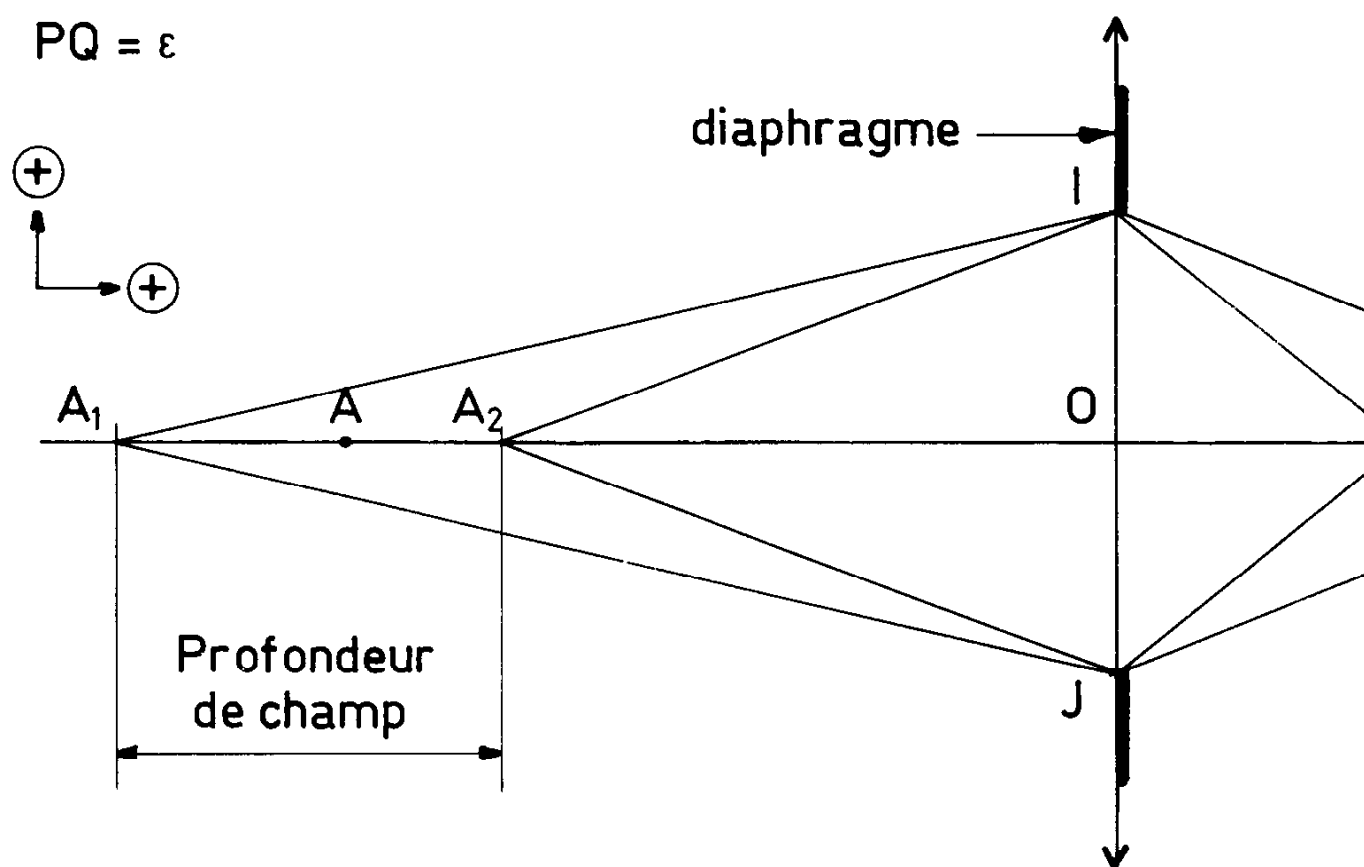
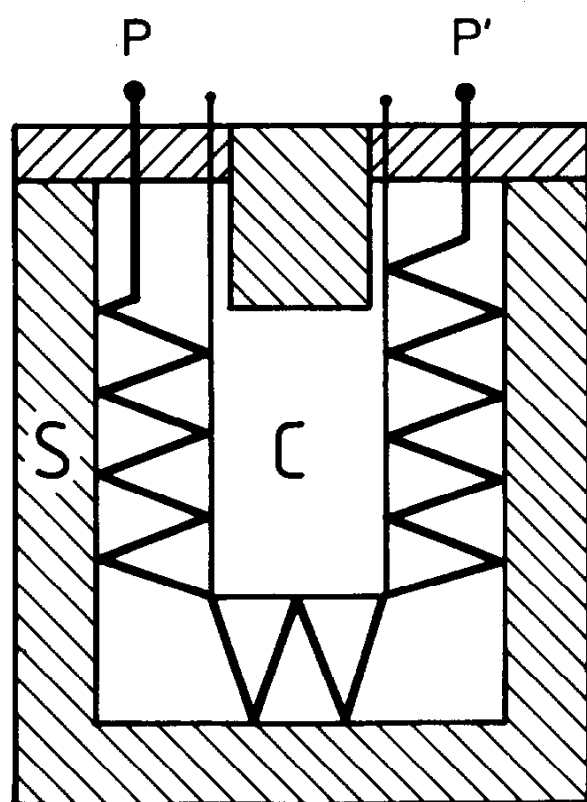


Figure 8



C : Cellule de mesure
 PF : Pile thermoélectrique
 S : Enceinte isotherme

Figure 9

