

SESSION DE 1991

**concours externe
de recrutement de professeurs agrégés**

section :
sciences physiques

option : physique

épreuve A
composition de physique

Durée : 5 heures

L'usage de calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable et alphanumérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, est autorisé conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Les différentes parties de cette épreuve sont assez largement indépendantes.

MAGNÉTISME*Données numériques :*

Constante de Boltzmann	: $k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$
Constante d'Avogadro	: $\mathcal{N} = 6,02 \cdot 10^{23}$
Magnéton de Bohr	: $\mu_B = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{ J.T}^{-1}$

I. Le champ magnétostatique dans le vide

1. Loi de Biot et Savart et symétries:

- Donner l'expression du champ magnétique \vec{B} créé dans le vide par une répartition donnée de courants stationnaires.
Envisager trois types de schématisation des courants : volumique, surfacique, linéique.
- Citer trois exemples de situations physiques pour lesquelles il peut être judicieux d'adopter une schématisation surfacique des courants.
- Si la répartition des courants admet un plan de symétrie (P), quel rôle joue (P) pour le champ magnétique ?
- Même question dans le cas où la répartition des courants admet un plan de symétrie négative (si M' est le symétrique de M, le courant en M' est l'opposé du symétrique du courant en M).

2. Flux de \vec{B} et potentiel vecteur.

- Quelle propriété du flux de \vec{B} est liée à l'existence d'un potentiel vecteur \vec{A} ? Comment s'exprime-t-elle localement ?
- Établir la relation de passage de \vec{B} de part et d'autre d'une surface (Σ) en liaison avec cette propriété.
- Le potentiel vecteur est-il déterminé de façon unique ? Montrer qu'il est toujours possible, dans le cas des états stationnaires, d'imposer la condition supplémentaire : $\text{div } \vec{A} = 0$.
- Une source quasi-ponctuelle émet des charges électriques de façon isotrope et avec un débit constant. Que peut-on dire du champ magnétique engendré par ce système de charges ?

3. Circulation du \vec{B} et théorème d'Ampère.

- Donner l'expression de la circulation du champ magnétostatique le long d'un contour fermé orienté.
- En déduire les équations locales reliant le champ magnétostatique et le potentiel vecteur au vecteur densité de courant volumique.
- Établir l'expression de la discontinuité du champ magnétostatique à la traversée d'une nappe de courant.
- Établir l'expression intégrale du potentiel vecteur \vec{A} dont dérive le champ magnétostatique. Établir également une expression du potentiel vecteur associé à un champ uniforme.
- Parmi les résultats des questions I.1., I.2. et I.3. lesquels ne sont plus valables lorsque les courants dépendent du temps ?

4. Moment magnétique et dipôle magnétique.

- Définir le moment magnétique d'un circuit dans le cas de la schématisation linéique. Quelle est l'unité de moment magnétique ?
- Donner la définition d'un dipôle magnétique.
- Établir l'expression du potentiel vecteur et du champ magnétique pour un dipôle magnétique.
- Comment seraient affectées les équations locales vérifiées par le champ magnétostatique \vec{B} dans l'hypothèse de monopôles magnétiques à « charge magnétique » conservative ?

5. Application.

- a. Une sphère de rayon a porte une charge q uniformément répartie sur sa surface. Elle tourne autour d'un diamètre Oz à la vitesse angulaire constante ω (fig. 1 a). Calculer son moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$.

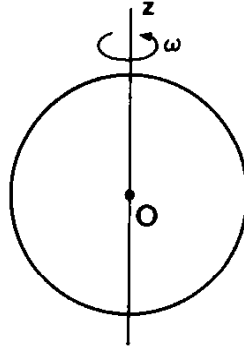


Figure 1 a

- b. On admet que le champ magnétique ainsi créé est uniforme à l'intérieur de la sphère, soit \vec{B}_1 , et que le champ magnétique extérieur \vec{B}_2 s'identifie à celui créé par un dipôle magnétique de moment magnétique $\vec{\mathcal{M}}$ placé en O , centre de la sphère.

En déduire l'expression du champ \vec{B}_1 à l'intérieur de la sphère.

- c. On considère maintenant une sphère non magnétique, de rayon a , recouverte d'un bobinage serré de spires circulaires parcourues par un même courant d'intensité I (fig. 1 b). Le bobinage n'est pas réparti uniformément; le nombre de spires comprises entre les angles polaires θ et $\theta + d\theta$ est ainsi égal à $f(\theta) d\theta$. La valeur maximale de f est f_0 .

Montrer que l'on peut choisir $f(\theta)$ de façon à obtenir à l'intérieur de la sphère un champ magnétique \vec{B}_1 uniforme.

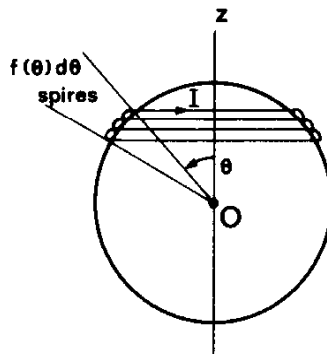


Figure 1 b

Application numérique :

$$I = 10 \text{ A};$$

$$a = 5 \text{ cm};$$

$$f_0 = 500 \text{ spires par radian.}$$

Calculer \vec{B}_1 .

- d. Rappeler l'expression de l'énergie magnétostatique associée dans le vide à un champ \vec{B} . Calculer littéralement, puis numériquement, l'énergie magnétostatique de la sphère du I.5.c.

II. Aimants et électroaimants

1. Description macroscopique de l'aimantation.

- Donner la définition du vecteur aimantation volumique \vec{M} et son unité.
- Établir les expressions en fonction de \vec{M} des « courants d'aimantation » (volumique et surfacique) équivalents à un échantillon de matière aimantée.
- En déduire la définition et les propriétés du champ d'excitation magnétique \vec{H} . Établir la relation liant \vec{B} , \vec{H} et \vec{M} .
- Établir les relations de passage satisfaites par \vec{B} et \vec{H} à la surface séparant le milieu magnétique du vide.

2. Aimant sphérique.

- On considère un aimant sphérique de rayon a . L'aimantation \vec{M} est uniforme. Donner l'expression du moment magnétique de cet aimant.
- Calculer les courants d'aimantation volumique et surfacique équivalents.
- En exploitant une analogie avec les résultats du I.5., établir les expressions en fonction de \vec{M} de \vec{B} et \vec{H} à l'intérieur et à l'extérieur de la sphère.

3. Électroaimant à pièces polaires tronconiques.

- Qu'appelle-t-on un « circuit magnétique » ? On considère un électroaimant dont les pièces polaires cylindriques se prolongent au niveau de l'entrefer par des troncs de cône de révolution de même sommet O et de demi-angle au sommet α . Le rayon varie de r_1 à r_2 (fig. 2).

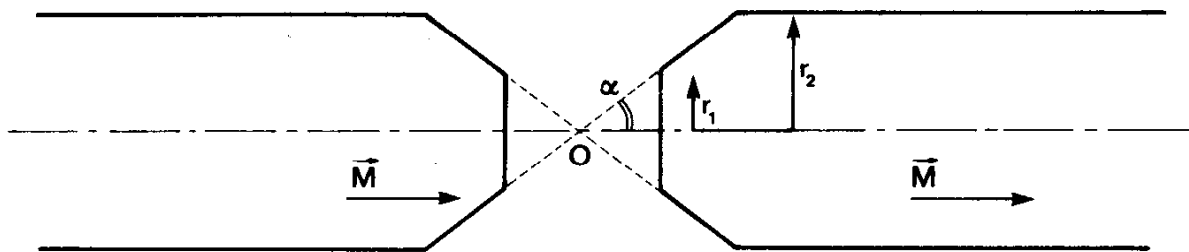


Figure 2

On ne se préoccupera pas de la façon dont le circuit magnétique se referme : les cylindres pourront être supposés infiniment longs.

L'aimantation \vec{M} est supposée uniforme, y compris dans les parties tronconiques.

Calculer les courants d'aimantation équivalents aux parties cylindriques. En déduire le champ magnétique \vec{B}_1 créé en O par les parties cylindriques.

- Calculer de même les courants d'aimantation relatifs aux parties tronconiques ainsi que le champ magnétique correspondant \vec{B}_2 en O que l'on exprimera en fonction de r_1 , r_2 , α et \vec{M} .
- Pour r_1 et r_2 donnés, montrer qu'il existe une valeur α_0 de α pour laquelle $\|\vec{B}_2\|$ est maximal.
- Pour $\alpha = \alpha_0$, calculer le champ magnétique total en O .

Application numérique :

$$\alpha = \alpha_0;$$

$$\mu_0 M = 1 \text{ T};$$

$$\frac{r_2}{r_1} = 10.$$

- Représenter l'allure des lignes de champ dans l'entrefer.

4. Force portante d'un électroaimant.

On considère maintenant un électroaimant dont les pièces polaires sont cylindriques, de section droite, d'aire S et de grande longueur. L'aimantation \vec{M} est supposée uniforme et il n'y a pas d'entrefer (les pièces polaires sont au contact l'une de l'autre) (fig. 3).

Calculer la force qui s'exerce entre les pièces polaires (on pourra, par exemple, utiliser un raisonnement énergétique en évaluant le travail nécessaire pour créer un entrefer d'épaisseur e très faible).

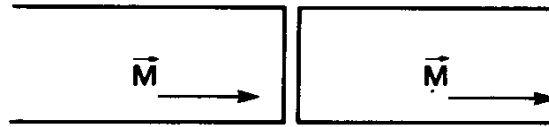


Figure 3

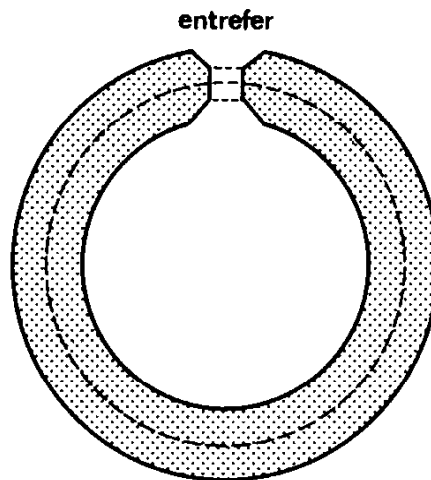
Application numérique :

$$\begin{aligned} \mu_0 M &= 1 \text{ T}; \\ S &= 20 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

5. Aimants permanents.

On considère un aimant permanent torique (fig. 4 a). La section droite du tore a une aire S . L'entrefer est assimilable à un « cylindre » de section droite d'aire s . On raisonne le long d'une circonférence moyenne et sur les champs moyens \vec{B}_i et \vec{H}_i (dans le matériau), \vec{B}_e et \vec{H}_e (dans l'entrefer). Les modules de ces champs seront supposés constants. Les longueurs de parcours dans le matériau et dans l'entrefer sont respectivement L et l .

On néglige les parties tronconiques de l'aimant. On posera $u = \frac{SL}{sl}$ rapport des volumes de l'aimant et de l'entrefer.



Aimant torique

Figure 4 a

- a. La courbe de désaimantation du matériau est représentée entre les valeurs $H = 0$ et $H = -H_c$ par une fonction monotone décroissante $B = f(H)$ (fig. 4 b). Le rapport u ayant une valeur fixée, comment choisir le « point de fonctionnement » sur cette courbe pour que le champ dans l'entrefer soit maximal ?

Donner une représentation graphique simple. Commenter le résultat.

b. La fonction $f(H)$ peut approximativement être mise sous la forme :

$$f(H) = \frac{aH + b}{cH + d}$$

où a , b , c , d sont des constantes.

Vérifier que, dans ce cas, le point de fonctionnement se trouve sur la diagonale du rectangle OABC (fig 4 b).

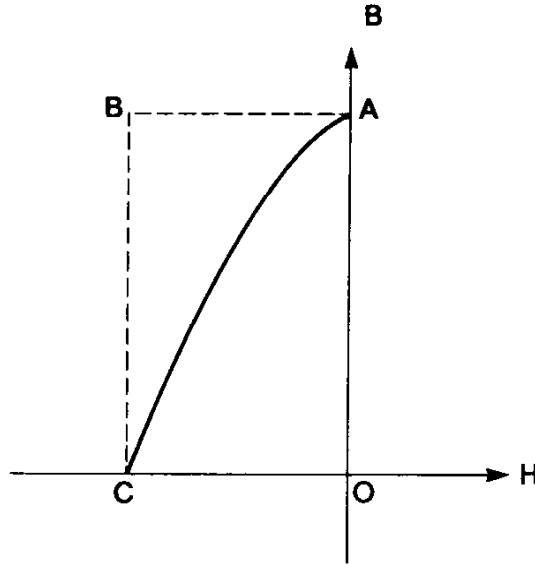


Figure 4 b. — Courbe de désaimantation

Application numérique :

On donne :

$$u = 20;$$

$$\text{champ rémanent } B_r = 0,60 \text{ T};$$

$$\text{excitation coercitive } |H_C| = 3 \cdot 10^4 \text{ SI.}$$

Calculer B_e dans l'entrefer ainsi que les rapports $\frac{S}{s}$ et $\frac{L}{l}$.

6. Quel champ maximum peut-on obtenir avec un matériau magnétique ? Comment procède-t-on actuellement pour réaliser des champs magnétiques intenses ? Quelle valeur maximale de champ magnétique atteint-on ?

III. Milieux magnétiques linéaires

1. a. Rappeler les définitions de la susceptibilité magnétique χ_m et de la perméabilité magnétique relative μ_r d'un milieu matériel linéaire, homogène et isotrope (l.h.i. en abrégé).
 - b. Certains auteurs définissent la susceptibilité par la relation : $\vec{M} = \chi'_m \frac{\vec{B}}{\mu_0}$.
Établir la relation entre χ_m et χ'_m .
Quelle justification peut-on donner de la définition de χ'_m ? Cas où $|\chi_m| \ll 1$.
 - c. Définir le diamagnétisme et le paramagnétisme et donner des exemples en précisant, outre le signe, l'ordre de grandeur de χ_m . (Indiquer également l'état physique gaz, liquide, solide du matériau.) Qu'appelle-t-on « diamagnétisme parfait » ?
2. a. On considère à nouveau une sphère à aimantation uniforme (question II.2.). L'aimantation uniforme \vec{M} est produite par un champ magnétique extérieur uniforme \vec{B}_0 . Exprimer les champs \vec{B} et \vec{H} à l'intérieur et à l'extérieur de la sphère en fonction de χ'_m et de \vec{B}_0 . Donner l'allure des lignes de champ \vec{B} pour $\chi'_m > 0$ et pour $\chi'_m < 0$. Cas d'un milieu parfaitement diamagnétique. Commenter.

b. 1° En quoi consiste l'effet Meissner pour un matériau dans l'état supraconducteur ?

2° On considère une sphère dont l'intérieur est constitué d'un matériau dans l'état supraconducteur. Cette sphère est en présence d'un champ magnétique extérieur uniforme \vec{B}_0 . Donner la topographie des lignes de champ \vec{B} . Établir les expressions des composantes B_r et B_θ du champ magnétique au voisinage de la surface de la sphère. On pourra utiliser les résultats de II.2.c.

3° L'état supraconducteur tend à cesser, le matériau passant dans un état dit « intermédiaire », dès que l'intensité du champ magnétique peut atteindre localement sur la sphère une valeur critique B_C . À partir de quelle valeur de B_0 pourra-t-on observer cet état intermédiaire ?

3. Couple magnétique.

Une lame à faces parallèles de faible épaisseur est placée dans un champ magnétique extérieur uniforme $\vec{B}_0 = \vec{B}_{0//} + \vec{B}_{0\perp}$ où $\vec{B}_{0//}$ est parallèle à la surface de la lame et $\vec{B}_{0\perp}$ perpendiculaire à la surface de la lame. La lame est taillée dans un milieu magnétique l.h.i. de susceptibilité χ_m .

a. Calculer \vec{B} , \vec{H} et \vec{M} à l'intérieur de la lame.

b. Montrer qu'un couple s'exerce sur la lame et discuter qualitativement, suivant le signe de χ_m , de l'effet de ce couple sur l'orientation de la lame par rapport à \vec{B}_0 .

4. Donner un exemple de milieu magnétique linéaire fortement anisotrope.

5. Étude thermodynamique du paramagnétisme.

Dans cette question, l'énergie interne U et l'entropie S sont rapportées à l'unité de volume du matériau.

a. On considère un matériau ne pouvant échanger du travail avec l'extérieur que sous forme magnétique. La différentielle de l'énergie interne volumique s'écrit ainsi :

$$dU = \vec{H} \cdot d\vec{B} + T dS.$$

Donner l'interprétation physique (en la justifiant) du terme $\vec{H} \cdot d\vec{B}$.

La relation différentielle précédente suppose-t-elle la réversibilité ?

b. Calculer la différentielle de la fonction $U' = U - \mu_0 \frac{H^2}{2}$.

c. Le milieu est supposé paramagnétique parfait de sorte que :

$$\vec{M} = \frac{C}{T} \vec{H} \quad \text{où } C \text{ est la constante de Curie.}$$

On pose $T dS = c_M dT + a dM$. Calculer a .

d. Montrer que c_M ne dépend pas de M . On a donc $c_M = c_0(T)$, capacité thermique volumique en l'absence d'aimantation. En déduire l'expression de S en fonction de T et M , puis en fonction de T et H .

Calculer aussi l'énergie interne U .

e. Montrer qu'une désaimantation adiabatique réversible conduit à un refroidissement.

IV. Étude microscopique de l'aimantation

1. Paramagnétisme.

- a. Donner une interprétation qualitative du paramagnétisme au niveau microscopique dans le cas d'un système de moments magnétiques localisés.
- b. On considère un milieu constitué d'atomes dont le moment cinétique se réduit à un spin simple $S = \frac{1}{2}$ sans moment cinétique orbital. Dans ces conditions, chaque atome possède un moment magnétique $\vec{\mu}$:

$$\vec{\mu} = -g \mu_B \vec{S}$$

où μ_B est le magnéton de Bohr et g le facteur de décomposition spectrale égal ici à 2.

- 1° Le milieu est placé dans un champ magnétique uniforme \vec{B}_0 . Donner les valeurs possibles de l'énergie d'interaction magnétique d'un atome dans le champ \vec{B}_0 .
- 2° La température du milieu est T . On néglige les interactions entre les atomes (milieu dilué). Pour l'unité de volume contenant N atomes, calculer les populations atomiques correspondant à chaque état d'énergie.
- 3° Exprimer le moment magnétique $M(x)$ par unité de volume en fonction de N , μ_B et de la variable $x = \frac{\mu_B B_0}{k_B T}$. Donner l'allure de la courbe représentant $M(x)$. Interpréter cette courbe. Que représente la grandeur $M_0 = N \mu_B$?
- 4° Pour $x \ll 1$, calculer la susceptibilité magnétique du milieu soit $\chi'_m = \frac{\mu_0 M(x)}{B_0}$.
Vérifier que $\chi'_m = \frac{C}{T}$ et exprimer la constante de Curie C en fonction de N , μ_B et k_B .

Application numérique :

Calculer C relativement à 1 mole de substance.

2. Ferromagnétisme.

- a. Rappeler brièvement l'interprétation microscopique du ferromagnétisme.
- b. Pour expliquer le comportement des corps ferromagnétiques on suppose que chacun des atomes est soumis, outre à l'action du champ magnétique appliqué \vec{B}_0 , à celle d'un champ moyen \vec{B}_w (ou « champ moléculaire » de Weiss) qui est censé traduire l'action du milieu lui-même. Le champ \vec{B}_w est supposé proportionnel à l'aimantation \vec{M} soit : $\vec{B}_w = \mu_0 \alpha \vec{M}$ où α est une constante positive indépendante de la température.
- 1° On suppose applicables les résultats obtenus en IV.1., à condition de remplacer le champ \vec{B}_0 par $\vec{B}_0 + \vec{B}_w$. Montrer qu'en l'absence de champ appliqué ($\vec{B}_0 = \vec{0}$), il peut exister une aimantation non nulle \vec{M} à condition que la température T soit inférieure à une température T_C (température de Curie) que l'on exprimera en fonction de μ_0 , α , N , μ_B et k_B .

Application numérique :

On donne $T_C = 520$ K.

Calculer numériquement B_w à saturation en phase paramagnétique. Que conclure du résultat quant à l'interaction entre atomes responsable du ferromagnétisme ?

- 2° Calculer en phase paramagnétique, loin de la saturation, la susceptibilité $\chi'_{mf} = \frac{\mu_0 M}{B_0}$ en fonction de C , T et T_C .
- 3° Calculer en l'absence de champ appliqué et pour $T < T_C$ mais voisin de T_C le rapport $\frac{M}{M_0}$ où $M_0 = N \mu_B$. Exprimer $\frac{M}{M_0}$ en fonction de $\frac{T}{T_C}$. On rappelle que pour $x \approx 0$: $\text{th } x \approx x - \frac{x^3}{3}$.

3. Antiferromagnétisme.

- a. Donner sommairement une interprétation microscopique de l'antiferromagnétisme. Citer un exemple de substance antiferromagnétique.
- b. Pour interpréter l'antiferromagnétisme on suppose que les atomes, tous identiques, se répartissent en deux sous-réseaux notés 1 et 2. On est amené à introduire ainsi les champs moléculaires \vec{B}_{w_1} et \vec{B}_{w_2} agissant respectivement sur les atomes des réseaux 1 et 2. Si \vec{M}_1 et \vec{M}_2 représentent les aimantations respectives de ces réseaux, on pose :

$$\begin{cases} \vec{B}_{w_1} = -\mu_0 \alpha \vec{M}_1 - \mu_0 \nu \vec{M}_2 \\ \vec{B}_{w_2} = -\mu_0 \nu \vec{M}_1 - \mu_0 \alpha \vec{M}_2 \end{cases} \quad \text{avec } \nu > 0.$$

où α et ν sont des constantes. On adoptera la même démarche que dans la question précédente.

1° Montrer que les deux sous-réseaux ont une même constante de Curie C .

2° Montrer qu'en l'absence de champ extérieur ($\vec{B}_0 = \vec{0}$), il peut exister un état tel que $\vec{M}_1 = -\vec{M}_2$ à condition que la température soit inférieure à une température T_N (température de Néel) que l'on exprimera en fonction de C , ν et α .

3° En phase paramagnétique, loin de la saturation, montrer que la susceptibilité magnétique

$$\chi'_{\text{mat}} = \frac{\mu_0 M}{B_0} \text{ est de la forme :}$$

$$\chi'_{\text{mat}} = \frac{2C}{T + T'_N}$$

où T'_N est une température que l'on exprimera en fonction de C , ν et α . Calculer le rapport $\frac{T'_N}{T_N}$.

Examiner le cas où $\alpha \approx 0$.

- 4° Écrire l'énergie d'interaction des deux sous-réseaux. Pour quelle disposition des aimantations \vec{M}_1 et \vec{M}_2 est-elle minimale ?
- 5° À la lumière des résultats précédents, commenter les expressions de \vec{B}_{w_1} et \vec{B}_{w_2} (signes, symétries).
- 6° Comment faudrait-il modifier le modèle précédent pour rendre compte du ferromagnétisme ?

J. 1344-A

SESSION DE 1991

**concours externe
de recrutement de professeurs agrégés**

section : sciences physiques

option : physique

épreuve B : composition de chimie

Durée : 4 heures

L'usage de calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, est autorisé conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Les différentes parties de cette épreuve sont indépendantes. Il est demandé aux candidats de bien rappeler le numéro des questions traitées.

Dans ce problème, nous nous proposons de faire un certain nombre d'analyses pratiques et théoriques sur des protocoles expérimentaux concernant le jus de citron et l'essence de citron.

A. ÉTUDE DE L'ACIDE CITRIQUE

I. Généralités

1. La formule de l'acide citrique est $\text{COOHCOH}(\text{CH}_2\text{COOH})_2$. Les quatre pK_a sont approximativement 3, 5, 6 et 16.

a. Pourquoi l'un des pK_a est-il très différent des autres ?

b. Citez un autre hydroxy-acide qui intervient lors de crampes musculaires. Donner sa formule. Quelle particularité présente sa molécule ?

2. Technique pH-métrie.

Cette technique peut être employée pour un dosage acidobasique.

a. Décrire en quelques mots le matériel à utiliser pour effectuer un dosage pH-métrie.

b. Des solutions tampons seront nécessaires. Pourquoi ?

3. On réalise au laboratoire des mélanges d'acide faible de concentration c (de l'ordre de $10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$) et de constante d'acidité K_a (de l'ordre de 10^{-4}), et de base forte.

Chaque mélange est caractérisé par la grandeur x : rapport du nombre de moles de base forte ajoutée sur le nombre de moles d'acide faible initial. On définit le pouvoir tampon d'un mélange par la quantité β .

$$\beta = \frac{dB}{dpH}$$
 où dB désigne la variation de concentration de base forte introduite dans le mélange et dpH la variation de pH qui en résulte.

a. Déterminer théoriquement la valeur du pouvoir tampon β en fonction de c et de x .

b. Pour quelle valeur de x le pouvoir tampon est-il maximal ?
Quelle est la valeur du pH en ce point ?

c. Calculer numériquement le pouvoir tampon maximal obtenu à partir d'une solution $10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ d'un acide faible de $\text{pK}_a = 4,75$. On supposera négligeable la dilution introduite par l'ajout de base forte.

d. Les résultats du b. seraient-ils valables quelles que soient les valeurs de la concentration et de la constante d'acidité ?

4. Quel serait l'inconvénient de solutions titrante et titrée de concentrations très différentes ? Pour contourner cette difficulté, on se propose de faire un « essai à la goutte ». Comment procéder pour un tel essai ?

II. Dosage de l'acide citrique

1. Un mode opératoire de dosage de l'acide citrique dans un jus de citron indique :

On dispose d'environ 30 ml de jus de citron filtré. Faire un dosage rapide avec NaOH ($1 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$) et un indicateur approprié, puis tracer la courbe $\text{pH} = f(v_{\text{NaOH}})$.

En vous référant exclusivement aux pK_a approximatifs (3, 5, 6 et 16) :

a. Citer un indicateur qui serait « approprié ».

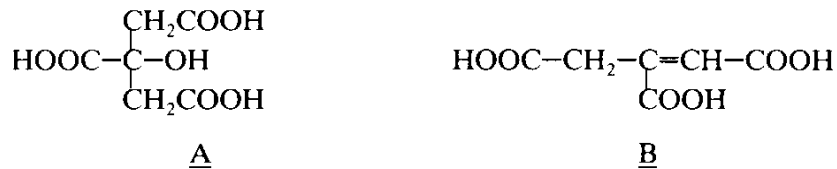
b. Comment calculer à partir d'un simple titrage volumétrique la concentration en acide citrique ?

2. L'allure de la courbe d'un titrage simulé par micro-ordinateur est donnée par la figure 1. Sont aussi représentées sur la même figure (ordonnées indiquées à droite) les courbes de répartition des différentes formes de l'acide citrique – que l'on notera H_4Cit .
- Pourquoi n'observe-t-on qu'une équivalence ?
 - Calculer la concentration en acide citrique.
 - Indiquer sur chaque courbe de répartition le nom de la forme correspondante.
 - On peut déterminer les trois premiers pK_a par lecture directe à l'aide des courbes précédentes. Justifier cette lecture et donner les valeurs des trois pK_a . Donner en fonction des pK_a et de la concentration en acide citrique les pH pour $v = 1/3 v_{eq}$; $2/3 v_{eq}$; v_{eq} . Vérifier la concordance des résultats et placer sur la courbe de pH le point E correspondant à v_{eq} .
3. On recommence le titrage précédent en ajoutant au jus de citron un chlorure métallique MCl dont le cation donne un ion complexe $HCitM^{2-}$ avec $HCit^{3-}$ (on admettra qu'il n'y a aucune autre réaction avec les composants du jus de citron autres que l'acide citrique), et un hydroxyde insoluble avec OH^- ; la concentration en MCl est supérieure à celle de H_4Cit .
- Expliquer l'allure de la courbe obtenue figure 2, en indiquant pour chaque partie de courbe la réaction prépondérante des ions OH^- versés.
 - Quelle est la concentration en chlorure métallique dans le mélange initial ?
 - À partir de quels points pourrait-on obtenir les valeurs de la constante de stabilité du complexe et celle du produit de solubilité de l'hydroxyde métallique ? Calculer leur valeur.

On notera :
$$K_{st} = \frac{(HCitM^{2-})}{(M^+)(HCit^{3-})} \quad P_s(MOH) = (M^+)(OH^-).$$

III. Questions annexes

L'acide citrique A conduit par déshydratation en milieu acide à l'acide aconitique B.



- Combien de stéréoisomères présentent l'acide citrique et l'acide aconitique ? Les représenter en précisant leur configuration.
- En admettant que le mécanisme de déshydratation est un mécanisme E_1 , développer la ou les étapes qu'il fait intervenir. En déduire si la réaction est stéréospécifique (c'est-à-dire que partant d'un des stéréoisomères de A, on obtient un et un seul stéréoisomère de B).
- La décarboxylation de B conduit à un mélange d'acide citraconique C et d'acide mésaconique D.

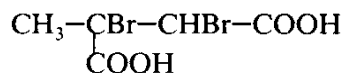


Le tableau ci-dessous donne quelques-unes de leurs caractéristiques physicochimiques :

	pK_1	pK_2	T_f
<u>C</u>	1,9	6,3	93 °C
<u>D</u>	3,09	4,75	204 °C

Interpréter ces données.

4. La bromation de l'acide citraconique C conduit stéréospécifiquement à deux stéréoisomères de E.



E

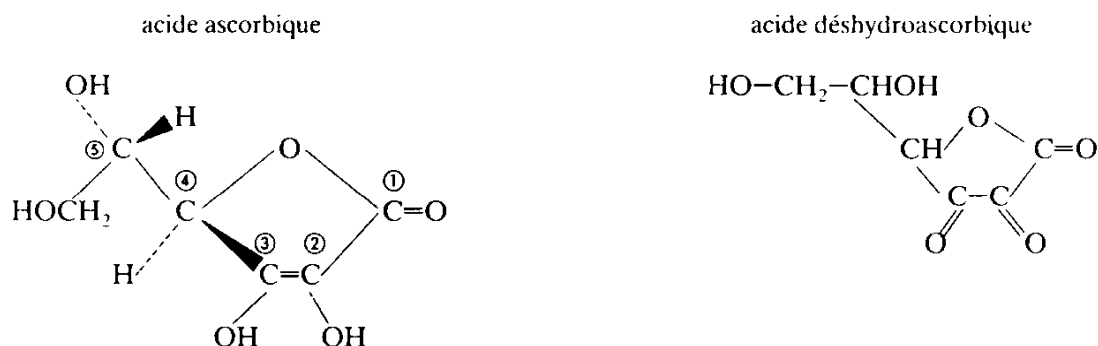
Préciser le mécanisme de cette réaction et représenter les deux stéréoisomères obtenus. Sont-ils énantiomères ?

B. ÉTUDE DE LA VITAMINE C

I. Dosage

1. Principe.

L'acide ascorbique (vitamine C) peut s'oxyder en acide déshydroascorbique



- a. Écrire la réaction d'oxydation de la vitamine C par le diiode.
- b. On met du diiode en excès, lequel est dosé par le thiosulfate de sodium.
 - α. Comment s'appelle ce type de dosage ?
 - β. Écrire les demi-réactions redox pour les couples (diiode, iodure) et (thiosulfate, tétrathionate). Les potentiels standard sont respectivement $E_1^0 = 0,53 \text{ V}$ et $E_2^0 = 0,08 \text{ V}$.
 - γ. La notion de nombre (degré) d'oxydation s'applique-t-elle sans difficulté à l'espèce tétrathionate ? Proposer une structure de Lewis pour les ions thiosulfate et tétrathionate. Préciser leur géométrie.
 - δ. Écrire la réaction du diiode avec le thiosulfate. Calculer la constante d'équilibre K_r de cette réaction. Que pouvez-vous en conclure ? Faut-il nécessairement un indicateur de fin de réaction ? On emploie l'empois d'amidon. Pourquoi ? Qu'est-ce que l'amidon ?

2. Mode opératoire.

Dans un erlenmeyer, mettre 25 ml de jus de citron, 4 ml d'acide sulfurique concentré (pour stabiliser la vitamine C) et 1 ml d'empois d'amidon. Ajouter du diiode à $5 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$ en dépassant de quelques millilitres le volume équivalent ; noter le volume ajouté. Titrer l'excès de diiode par le thiosulfate ($10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$).

- a. Qu'est-ce qu'un erlenmeyer ? Quel(s) intérêt(s) apporte la forme de ce récipient ?
- b. Comment est-on sûr que le volume équivalent est bien dépassé ?
- c. Comment s'apercevra-t-on que l'excès de diiode est dosé ?

3. Résultats.

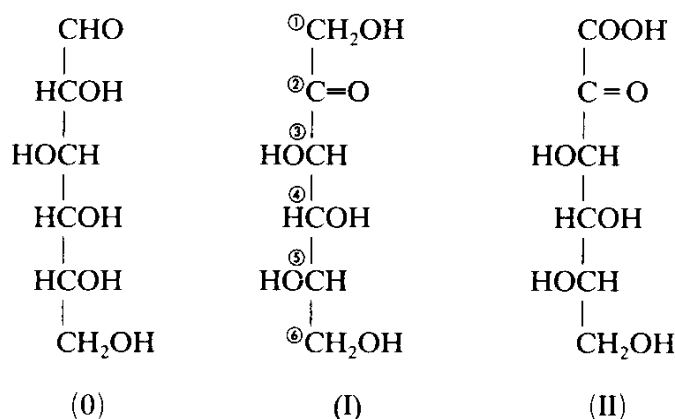
Le volume de diiode versé est égal à 20 ml et il faut 5,2 ml de thiosulfate pour doser l'excès.

- Calculer le titre en acide ascorbique du jus de citron.
- Quel volume de jus de citron faudrait-il boire pour absorber l'équivalent d'un comprimé de vitamine C 1000, c'est-à-dire correspondant à un gramme d'acide ascorbique ?
- L'acide ascorbique est un acide faible ($pK_a = 4,2$). Fallait-il en tenir compte dans le dosage pH-métrique ?
- Un titrage d'un jus de citron conservé quelques heures donne une valeur beaucoup plus faible en vitamine C.
 - Proposer une explication.
 - Le dosage précédent, fait après avoir conservé le jus de citron pendant 90 minutes, nécessite 5,8 ml de thiosulfate pour doser l'excès. En admettant que la vitamine C « disparaisse » dans une réaction du premier ordre, calculer au bout de combien de temps le jus de citron aura perdu la moitié de sa vitamine.

II. Questions annexes sur la vitamine C

- D'où vient le nom de l'acide ascorbique ?
- Cet acide n'est pas un acide carboxylique. Quelles sont ses fonctions qui ont un hydrogène mobile ? Peut-on parler en général d'« acidité » pour ces fonctions ?
Quel est le groupement hydroxyle correspondant à l'acidité de $pK_a = 4,2$? Justifier votre réponse.
- La molécule d'acide ascorbique possède des carbones asymétriques. Indiquer pour chacun la configuration absolue (on donnera l'ordre de priorité des substituants).
- La vitamine C doit être contenue dans l'alimentation de l'homme qui ne peut, à l'opposé des végétaux, en faire la synthèse dans son métabolisme glucidique.

Une suite de réactions peut être proposée pour la synthèse à partir du D-glucose (0).



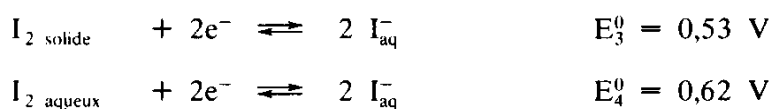
Les molécules (0), (I) et (II) sont représentées en projection de Fischer.

- Que signifie le symbole D ?
- Le produit obtenu par réduction du D-glucose par le dihydrogène s'appelle le D-sorbitol.
 - Écrire sa formule.
 - Combien a-t-il de stéréoisomères ?
 - Connaissez-vous le nom de l'un de ses diastéréoisomères ?

- c. Le sorbitol est oxydé en L-sorbose (I), puis en acide (II) en utilisant du permanganate de potassium en milieu acide.
Quelles sont les difficultés rencontrées pour n'obtenir que (II) ?
- d. On fait réagir en milieu acide du méthanol sur (II). Écrire la formule du produit (III) obtenu et son mécanisme d'obtention.
- e. En milieu basique, (III) s'isomérisé et une double liaison se forme entre le carbone 2 et le carbone 3. Comment s'appelle ce type d'isomérisé ?
- f. Le produit (IV) obtenu subit une réaction intramoléculaire en milieu acide, la fonction alcool portée par le carbone 4 réagissant avec la fonction du carbone 1. Écrire le mécanisme de cette réaction intramoléculaire.
5. L'acide déshydroascorbique perd toute activité biologique lorsque son cycle s'ouvre en milieu basique. Écrire la réaction d'ouverture et le mécanisme de cette réaction.
6. On utilise souvent l'acide ascorbique comme additif alimentaire sous le nom de E300. Quelle est son utilité ?

III. Questions annexes sur le diiode

- Définir de façon formelle la solubilité du diiode dans un solvant S.
- On trouve dans les tables de potentiel redox les renseignements suivants :



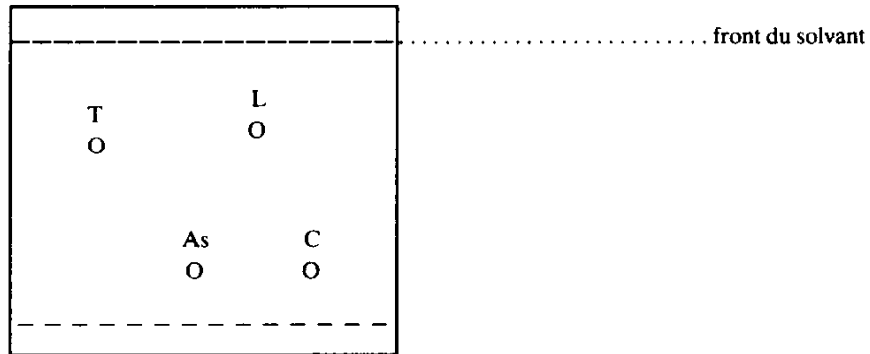
À l'aide de ces données, déterminer la solubilité en mol · l⁻¹ du diiode dans l'eau pure. Peut-on réaliser une solution décimolaire de diiode dans l'eau pure ?

- On dissout 10⁻³ mole de diiode dans un litre de solution aqueuse d'iodure de potassium molaire (on néglige toute variation de volume). On détermine le potentiel de la solution, soit E₅ = 0,44 V ; on dilue alors dix fois la solution précédente avec de l'eau pure et on détermine à nouveau le potentiel de la solution diluée E₆ = 0,50 V. Écrire formellement l'équation bilan d'une réaction de complexation ayant lieu en solution. Écrire formellement une nouvelle demi-équation redox engageant en particulier les ions iodure. Exclusivement à l'aide des valeurs E₅ et E₆, calculer le potentiel standard E₇⁰ du nouveau couple redox impliqué et déterminer la formule de l'espèce nouvelle présente en solution.
- Calculer la valeur de la constante de l'équilibre de complexation et justifier *a posteriori* la détermination de E₇⁰ et de la formule du complexe ioduré du diiode.
- Déterminer la solubilité du diiode dans une solution aqueuse d'iodure de potassium 0,2 molaire.
- On veut préparer une solution décimolaire de diiode. Quelle est la molarité minimale de la solution aqueuse d'iodure de potassium à utiliser ?
- Les solutions de diiode se décolorent en milieu basique. Pourquoi ?

C. RECHERCHE D'UN ACIDE AMINÉ DANS LE JUS DE CITRON PAR CHROMATOGRAPHIE

Le jus de citron, noté C, ne contient qu'un acide aminé parmi les trois suivants : tryptophane T, acide aspartique As, leucine L.

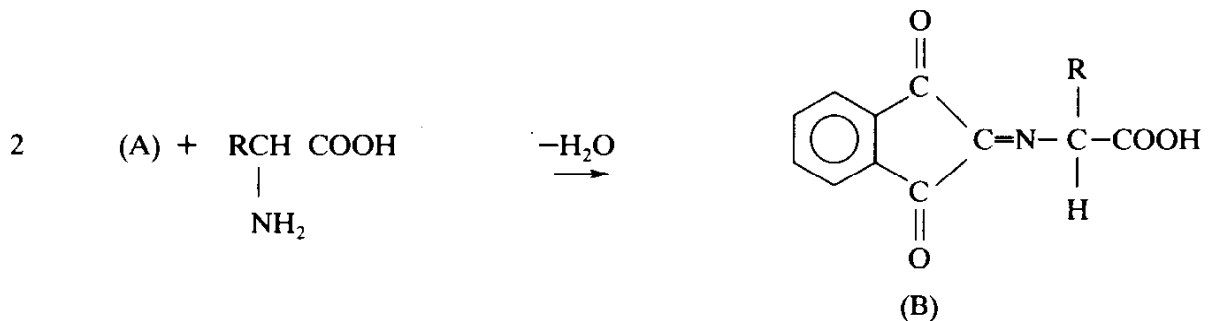
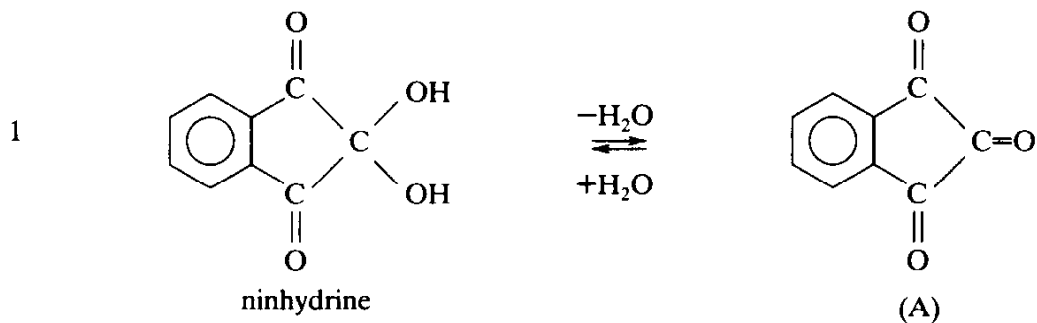
1. Expliquer brièvement le principe de la chromatographie sur papier, le matériel utilisé et les étapes de la manipulation.
2. Le chromatogramme, une fois révélé à l'aide de la ninhydrine, a l'allure suivante :

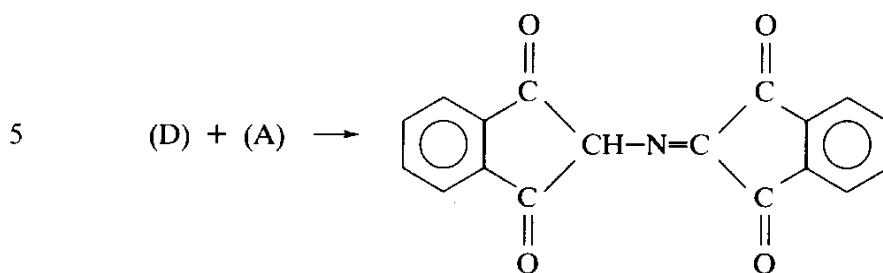
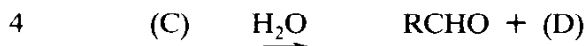
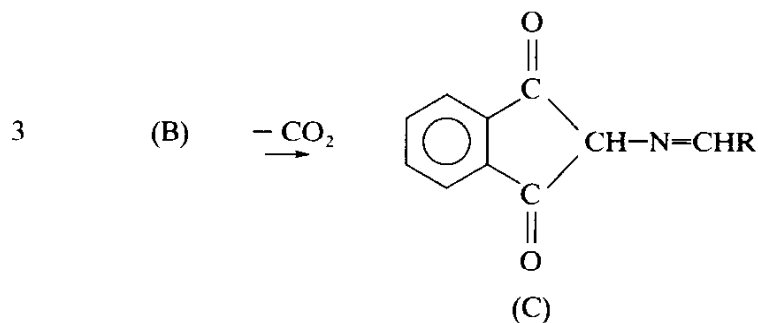


- a. Quelle conclusion peut-on faire ?
 - b. Pourquoi faut-il réaliser le chromatogramme avec des gants ?
 - c. Comment définit-on, et mesure-t-on, le R_f d'une substance ?
3. Test à la ninhydrine.

La ninhydrine donne une coloration bleue avec les acides aminés.

La suite des réactions est :





(E)

(E) perd facilement un proton pour donner un produit bleu (E').

- Dans quel cas l'hydratation d'un groupement carbonyle donne-t-elle un produit stable ?
- Quel est le mécanisme de la réaction 2 ?
- La réaction 3 est-elle une simple décarboxylation ?
- Identifier le produit D.
- Pourquoi (E') est-il coloré et non (E) ?

D. ÉTUDE DE L'ESSENCE DE CITRON

Le principal constituant de l'essence de citron est un hydrocarbure, le limonène, dont la composition centésimale est la suivante : 88,16 % de C et 11,84 % de H.

- Une solution contenant $m_1 = 8,362$ g de limonène dans $m_2 = 50$ g de benzène C_6H_6 bout à $t = 83,09$ °C. Le benzène utilisé pour préparer la solution bout à $t_0 = 80,15$ °C sous la même pression et son enthalpie $\Delta_e H^0$ d'ébullition est de $30,8$ kJ \cdot mol $^{-1}$.

En supposant que le mélange liquide soit idéal, et en faisant des approximations légitimes, montrer, après avoir défini la fraction molaire N du limonène dans le liquide que :

$$N = \frac{\Delta_e H^0}{R} \cdot \frac{T - T_0}{T_0 T}$$

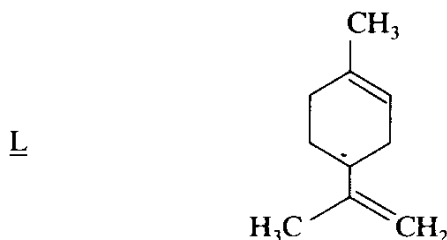
En déduire la masse molaire du limonène et sa formule brute.

On donne :

$$R = 8,3145 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}; \quad 0 \text{ } ^\circ\text{C} = 273,16 \text{ K};$$

$$M_C = 12,011 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}; \quad M_H = 1,00794 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}.$$

2. Le limonène L répond à la formule développée suivante :



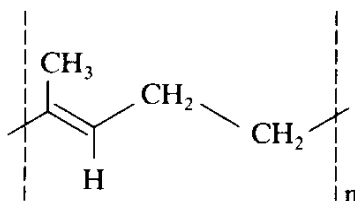
Calculer sa masse molaire et la comparer à la valeur trouvée précédemment.

Comment expliquez-vous la différence observée ?

3. La réaction d'un des stéréoisomères de L que l'on précisera, en présence de deux équivalents de HCl dans un solvant polaire, conduit à M dont on donnera la structure, le mécanisme d'obtention et l'activité optique éventuelle.
4. La décomposition thermique de L conduit à deux molécules d'isoprène N (méthyl-2 butadiène-1,3)
 $\underline{L} \rightarrow 2\underline{N}$.

L'isoprène peut être polymérisé en présence de peroxyde. Écrire le mécanisme de polymérisation correspondant.

Justifier le fait que le polymère obtenu soit une répétition du motif de base :



Peut-on s'attendre à des ramifications ?

5. Proposer une synthèse de l'acide citraconique C et de l'acide mésaconique D à partir de l'isoprène.

Figure 1 : Titrage de 10 ml d'acide citrique par la soude molaire :

courbe de pH }
 courbes de répartition } en fonction du volume de soude versée.

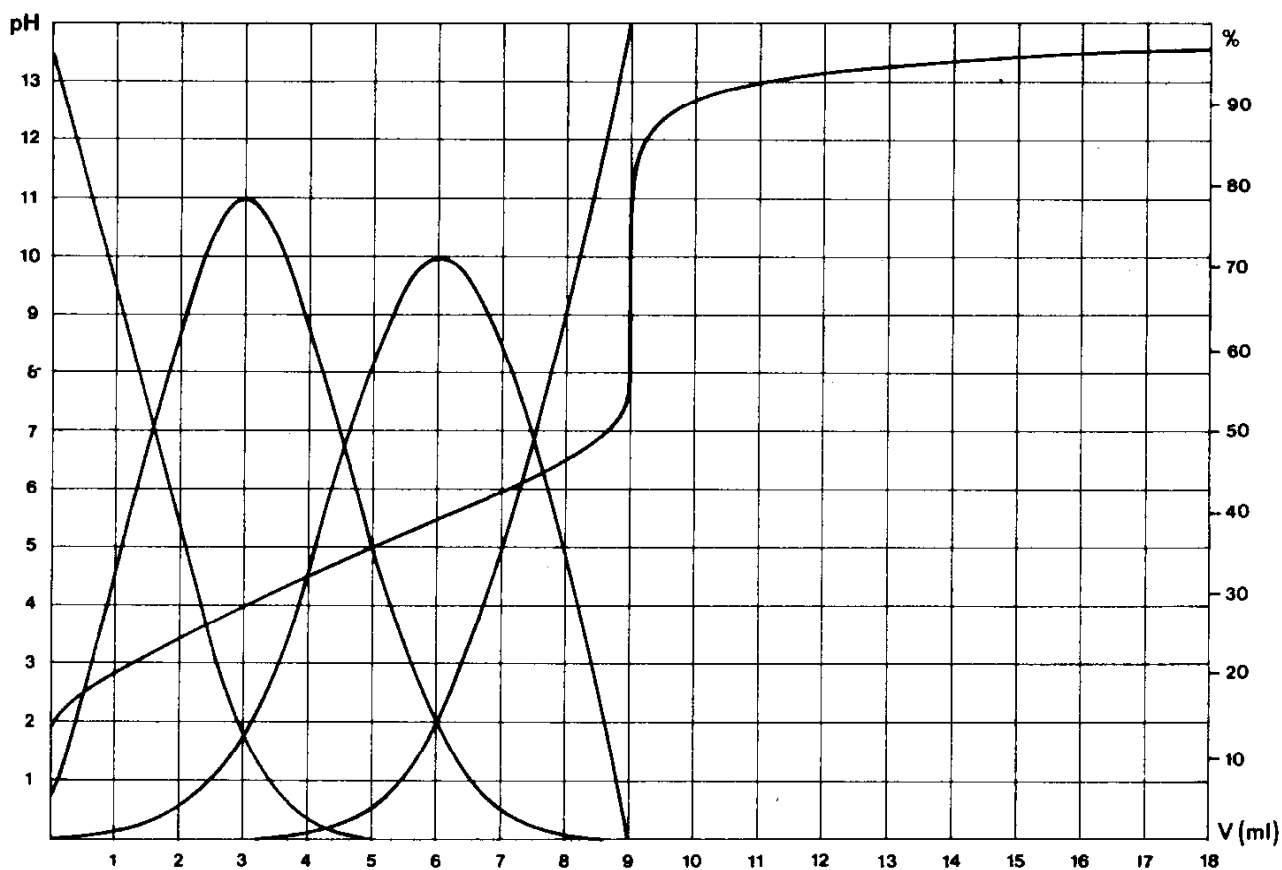
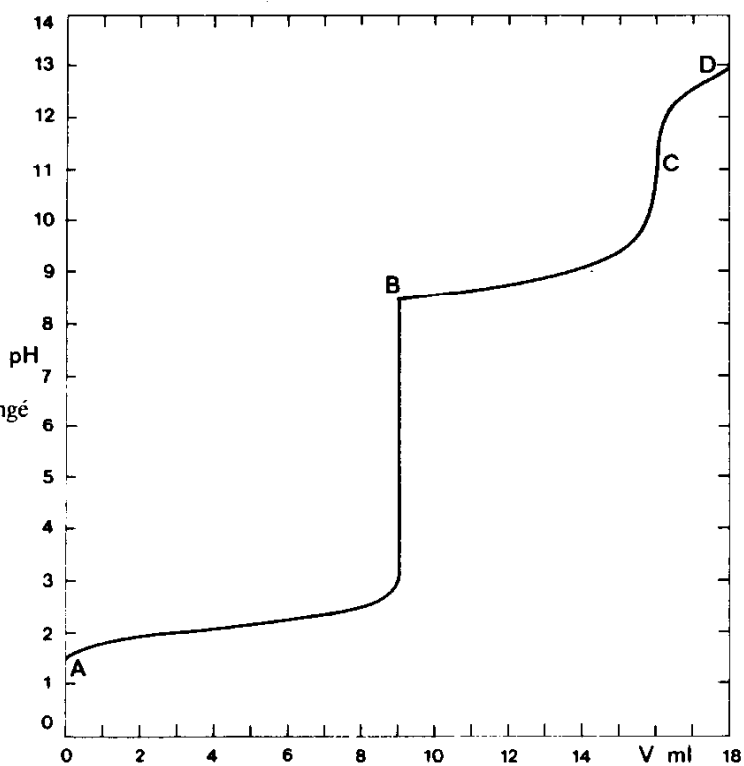


Figure 2 :
Titrage de 10 ml d'acide citrique mélangé à M Cl en excès par la soude molaire.



SESSION DE 1991**concours externe
de recrutement de professeurs agrégés****section : sciences physiques**

option : physique

épreuve C

problème de physique

Durée : 6 heures

L'usage de calculatrice électronique de poche – éventuellement programmable et alphanumérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, est autorisé conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

L'épreuve comprend deux problèmes indépendants. Les parties A et B du second problème sont elles-mêmes indépendantes. Il n'a pas été possible d'éviter tout redoublement de notations entre parties indépendantes et les candidats y prendront garde.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en expliquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

Notations et données numériques

<i>Grandeur</i>	<i>Symbole</i>	<i>Valeur numérique</i>
Vitesse de la lumière dans le vide	c	$299\,792\,458 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Permittivité du vide	ϵ_0	$8,854 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
Constante de Planck	h	$6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
	$\hbar = \frac{h}{2\pi}$	$1,055 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
Charge électrique élémentaire	e	$1,602 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
Masse de l'électron	m_e	$9,109 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$
$m_e c^2 / \{e\}$		$0,511 \text{ MeV}$
Masse du neutron	m_n	$1,675 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$
$m_n c^2 / \{e\}$		$939,6 \text{ MeV}$
Moment magnétique du neutron	μ_n	$0,9662 \cdot 10^{-26} \text{ J} \cdot \text{T}^{-1}$
Intensité du champ de pesanteur terrestre	g	$9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Vitesse angulaire de rotation propre de la Terre	Ω	$7,29 \cdot 10^{-5} \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$
Constante de Boltzmann	k_B	$1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$

Dans tout le problème la notation r désigne la coordonnée radiale du système de coordonnées cylindriques autour de l'axe Oz du repère orthonormé $Oxyz$, soit : $r = \sqrt{x^2 + y^2}$.

La notation \vec{r} désigne le vecteur de coordonnées $(x, y, 0)$ dans le même repère.

La notation $\exp(x)$ désigne la fonction exponentielle de la variable x . Pour simplifier l'écriture, elle est remplacée dans certains cas par e^x .

On note $i = \sqrt{-1}$.

PREMIER PROBLÈME

L'EFFET AHARONOV-BOHM

I. QUESTIONS PRÉLIMINAIRES

1. Des électrons sont introduits, sans vitesse initiale notable, dans une région de l'espace où règne un champ électrostatique. Ils y sont mis en mouvement, puis quittent la région du champ après avoir été soumis à une différence de potentiel :

$$V_a = 150 \text{ kV.}$$

- a. Donner alors l'expression, en fonction de e , m_e , c , V_a , de la quantité :

$$\gamma = \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

où v désigne la vitesse des électrons. Justifier l'usage de la relativité.

- b. Montrer que la quantité de mouvement des électrons s'écrit :

$$p = (\gamma^2 - 1)^{\frac{1}{2}} m_e c = \left[2e V_a m_e \left(1 + \frac{e V_a}{2m_e c^2}\right)\right]^{\frac{1}{2}}.$$

- c. *Application numérique* : calculer γ , v et p .

2. a. Un fil F_0 rectiligne, infini, portant une densité linéique uniforme Λ de charge électrique, crée dans tout l'espace un champ électrostatique. Déterminer celui-ci et le potentiel électrostatique V correspondant.

- b. On considère cette fois le champ électrostatique créé entre deux électrodes métalliques cylindriques de rayons respectifs r_1 et r_2 ($r_1 < r_2$). Ces électrodes, coaxiales, sont supposées de longueur infinie. L'électrode F de rayon r_1 porte, par unité de longueur comptée parallèlement aux génératrices, une quantité d'électricité Λ . Enfin, on note $U = V_1 - V_2$ la différence de potentiel entre les électrodes. Établir la relation entre Λ , U , r_1 , r_2 .

- c. Déterminer Λ pour $r_1 = 0,5 \text{ } \mu\text{m}$, $r_2 = 5 \text{ mm}$, $U = 10 \text{ volts}$.

Écrire le champ électrique sous la forme :

$$\vec{E} = K \frac{\vec{r}}{r^2}$$

en exprimant la constante K en fonction de r_1 , r_2 et U .

3. On rappelle la relation de Louis de Broglie entre le vecteur d'onde \vec{k} de l'onde plane associée à une particule libre et la quantité de mouvement \vec{p} de celle-ci :

$$\vec{p} = \hbar \vec{k}.$$

Évaluer la longueur d'onde λ de l'« onde de Louis de Broglie » pour les électrons décrits au 1.

II. LES EXPÉRIENCES DE MÖLLENSTEDT, DÜCKER ET FAGET, FERT (1955)

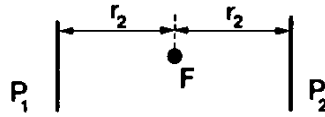


Figure 1

On considère un dispositif comportant une électrode filiforme F identique à celle décrite au I.2.b. et portée au potentiel V_1 . L'électrode périphérique est remplacée par deux plaques métalliques P_1 et P_2 portées au même potentiel V_2 , planes, parallèles entre elles et parallèles à F , situées de part et d'autre à la distance r_2 , infinies dans la direction de F et de largeur de l'ordre de r_2 (fig. 1). Un tel dispositif est appelé biprisme électrostatique.

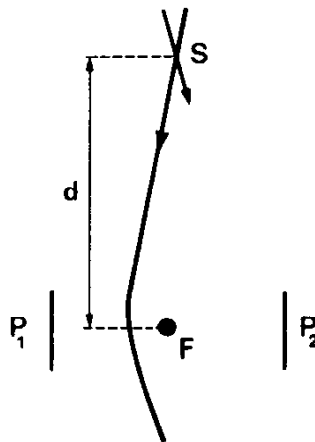


Figure 2

Le biprisme reçoit le faisceau d'un microscope électronique semblant provenir d'un point S image ponctuelle de la source de l'appareil formée par un système de lentilles magnétiques et située à la distance $d = 1$ cm de F (fig. 2 ; sauf indication contraire, les lentilles magnétiques ne sont pas représentées sur les figures). L'énergie des électrons est la même qu'au I.1. Enfin, la divergence du faisceau incident étant très faible, les électrons traversent le biprisme dans une région très voisine de F .

1. Une trajectoire électronique passant entre l'une des plaques et F (« fenêtres » du dispositif) à proximité de F est déviée d'un angle α qu'on se propose d'évaluer. On n'étudiera que les trajectoires situées dans le plan perpendiculaire à F et contenant S (plan de section principale). On remarquera que, à proximité de F , le champ électrique est peu différent de celui décrit au I.2.
 - a. Si la tension U appliquée au biprisme est faible devant la tension accélératrice V_a , la trajectoire incidente est alors très peu affectée par la traversée du biprisme. Calculer dans ces conditions, en première approximation, la variation de la quantité de mouvement \vec{p} de l'électron à la traversée du biprisme.
 - b. Montrer que l'angle de déviation α est proportionnel à U .
 - c. Calculer la constante de proportionnalité et vérifier à l'aide des valeurs fournies aux I.1. et 2. qu'elle est peu différente de $1,28 \cdot 10^{-6} \text{ rad} \cdot \text{V}^{-1}$, valeur qu'on adoptera de toute façon dans la suite.

2. a. En admettant que les fenêtres du biprisme sont stigmatiques, calculer en fonction de U la distance a entre les images virtuelles S_1 et S_2 de S qu'elles fournissent.
- b. Application numérique : calculer a pour $U = 10$ V.
3. On admettra dans la suite, sans chercher à l'établir, que l'« onde de L. de Broglie » d'un électron issu de S (ou de S_1 , ou de S_2) possède localement la structure d'une onde plane. Son vecteur d'onde en un point de l'espace et la quantité de mouvement \vec{p} de l'électron en ce point vérifient la relation de L. de Broglie (cf. I.3.).
- a. On considère deux points de l'espace voisins l'un de l'autre, séparés par le vecteur élémentaire \vec{dl} . Exprimer en fonction de \vec{k} et \vec{dl} la différence des phases de l'onde électronique considérée en ces deux points.
- b. On étudie les phénomènes observés dans un plan P perpendiculaire à la direction moyenne du faisceau incident et situé au-delà du biprisme à la distance $d' = 9$ cm de l'axe de F . Un point M de ce plan peut être atteint par une trajectoire électronique semblant issue de S_1 et une autre semblant issue de S_2 . Représenter schématiquement les trajectoires réelles issues de S , soit \mathcal{T}_1 et \mathcal{T}_2 , parvenant en M .
- c. Exprimer la différence de phase φ en M des ondes semblant issues de S_1 et S_2 en fonction de $\int_{\mathcal{T}} \vec{p} \cdot \vec{dl}$, intégrale curviligne de la quantité de mouvement \vec{p} sur le contour fermé orienté \mathcal{T} obtenu par la réunion de \mathcal{T}_1 et \mathcal{T}_2 .
- d. Montrer que les sources secondaires S_1 et S_2 peuvent être considérées comme en phase.
- e. Justifier l'expression « biprisme électrostatique ».
4. a. Exprimer φ en fonction des distances S_1M et S_2M et des caractéristiques du mouvement des électrons.
- b. Calculer l'interfrange i du système de franges obtenues dans le plan P , puis dans un plan P' où on en forme l'image sur un film sensible avec un grandissement transversal égal à 1 000.

III. L'EFFET AHARONOV - BOHM

On reproduit maintenant l'expérience décrite dans la partie II en présence d'un champ magnétique \vec{B} indépendant du temps. On montre alors (ce résultat n'est pas à établir par le candidat) que la différence de phase φ déjà obtenue reste valable à condition d'y remplacer la quantité de mouvement \vec{p} de l'électron par son impulsion en présence du champ magnétique :

$$\vec{P} = \vec{p} - e\vec{A}$$

où \vec{A} désigne le potentiel-vecteur dont dérive le champ magnétique \vec{B} .

1. a. Vérifier l'homogénéité de la relation précédente.
- b. Est-il nécessaire de préciser la condition de jauge vérifiée par \vec{A} ?

2. On considère, dans cette question, un solénoïde Σ à base circulaire, de section s , de longueur infinie, comportant par unité de longueur n tours d'un fil parcouru par un courant d'intensité I .
- Rappeler l'expression du champ magnétique \vec{B} en tout point de l'espace.
 - En s'aidant d'arguments de symétrie, déterminer dans tout l'espace un potentiel-vecteur simple dont dérive \vec{B} .

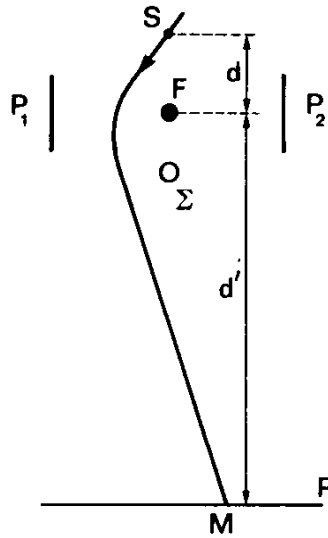


Figure 3

3. Le solénoïde est disposé entre le plan P et le fil F du biprisme (fig. 3). Sa distance à ce dernier est choisie telle que les trajectoires issues de S et parvenant dans la région utile de P ne le traversent pas.
- Le mouvement des électrons considérés est-il affecté par la présence du solénoïde ?
 - Donner l'expression du nouveau déphasage φ' entre les deux ondes électroniques parvenant en M en fonction de φ (II.5.) et du flux Φ du champ magnétique à travers une section du solénoïde.
 - Montrer qu'on doit observer un déplacement du système de franges d'interférence lorsqu'on établit le courant.
 - Montrer que le décompte du nombre de franges qui défilent en un point du plan P permet de mesurer le rapport $\frac{h}{e}$.
 - Application numérique :* Möllenstedt et Bayh utilisèrent en 1961 un solénoïde de 5 mm de longueur comportant, par centimètre, 2 000 spires de 7 μm de rayon. Le fil, de 1,5 μm de rayon, pouvait transporter un courant d'intensité égale à 1 mA.
En considérant ce solénoïde comme infiniment long et infiniment mince, calculer le nombre de franges qui défilent lorsqu'on établit le courant.

4. Conclusion.

IV. LES EXPÉRIENCES DE TONOMURA (1986)

Certains physiciens, choqués par le rôle physique attribué au potentiel-vecteur dans la théorie précédente, lui ont opposé différentes objections que l'on peut résumer en deux points :

- le solénoïde est en fait de longueur finie. Aussi le champ magnétique qu'il crée à l'« extérieur » n'est pas nul et on ne saurait affirmer que les trajectoires électroniques ne sont pas affectées par sa présence (« fuites » de champ magnétique);
- la fonction d'onde électronique s'étend également au domaine intérieur au solénoïde dont le champ magnétique doit, là encore, affecter les résultats de l'expérience (pénétration de l'onde électronique).

Les expériences de Tonomura, qu'on va décrire maintenant dans une configuration volontairement simplifiée, prennent en compte ces deux types d'objection.

1. On utilise, au lieu d'un solénoïde, un microaimant en forme d'anneau plat constitué d'un alliage ferromagnétique, le permalloy. Une étude expérimentale spécifique, non décrite ici, montre que l'anneau tend à s'aimanter spontanément selon ses grands cercles.

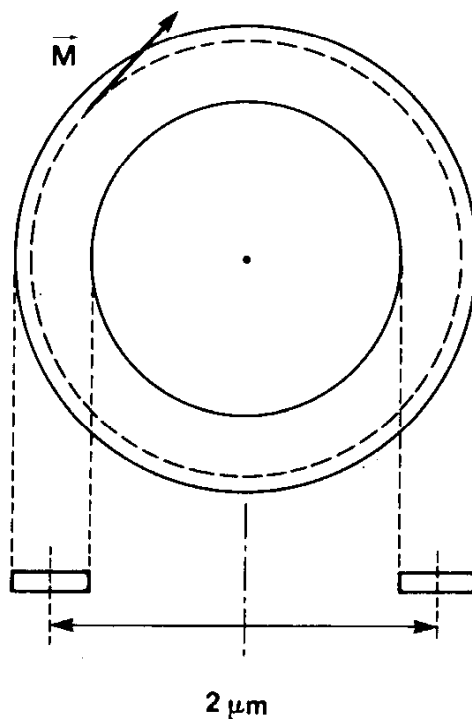


Figure 4

Sur la figure 4, \vec{M} désigne l'aimantation volumique en un point de l'anneau. On supposera que le champ de vecteur \vec{M} est rigoureusement orthoradial et invariant par rotation autour de l'axe de l'anneau.

- a. Préciser le caractère polaire ou axial (vectoriel ou pseudo-vectoriel) de \vec{M} .
 - b. Montrer que, dans une région de l'espace où le champ magnétique n'est pas nul, ses lignes de champ sont des cercles.
 - c. Montrer que le champ magnétique est nul à l'extérieur de l'anneau.
2. L'anneau ferromagnétique est enrobé dans une couche de niobium (Nb, matériau non ferromagnétique), elle-même en forme d'anneau plat, pour des raisons qui apparaîtront plus loin. L'ensemble est recouvert d'une couche de cuivre de même géométrie dont le rôle est d'empêcher l'onde électronique de pénétrer jusqu'à la région occupée par l'anneau ferromagnétique. L'objet torique obtenu après ces opérations, qu'on désignera dans la suite par la lettre « T », est placé dans le faisceau d'un microscope électronique. L'onde électronique est plane dans la région d'étude et parvient à T sous incidence normale; de plus, ce dernier est disposé de façon à n'occuper qu'un peu moins d'une demi-section du faisceau (cf. fig. 5 où T est représenté en perspective); l'énergie cinétique des électrons est de 150 keV.

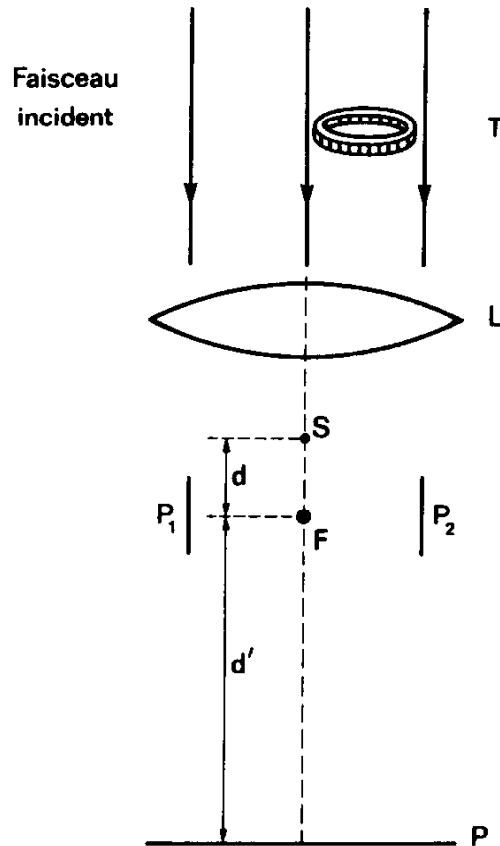


Figure 5

Une lentille magnétique convergente L , de distance focale $f = 5$ cm et qu'on traitera à la façon d'une lentille mince en optique géométrique, conjugue le plan de T et le plan P d'observation.

Entre la lentille L et le plan P est disposé le biprisme électrostatique décrit à la partie II., de façon telle que le foyer principal image de L joue le rôle du point S (II., fig. 2).

On utilise les mêmes notations qu'au II. (cf. II., introduction et question 3.b.) et on prend les mêmes valeurs numériques, soit $d = 1$ cm et $d' = 9$ cm. Enfin les figures formées sont enregistrées sur un film sensible placé dans un plan P' , comme au II.4.b.

Sachant que le rayon moyen de T est égal à $1 \mu\text{m}$, calculer le rayon de son image définitive dans le plan P' lorsque le biprisme n'est pas sous tension.

3. *a.* Lorsque le biprisme est mis sous tension en l'absence de T , décrire les trajets des deux demi-faisceaux incidents sur L .
- b.* Qu'observe-t-on alors dans le plan P' ?
4. *a.* Quel est l'effet produit sur l'image de T par la mise sous tension du biprisme ?
- b.* Pour quelle valeur de la tension U appliquée au biprisme, l'image de T dans P est-elle centrée sur l'axe du faisceau électronique ?
5. *a.* Dans le plan P' l'image de T apparaît comme une couronne sombre séparant deux zones distinctes. Montrer que dans ces deux zones se forment deux systèmes de franges d'interférence rectilignes équidistantes, décalés l'un par rapport à l'autre.
- b.* Exprimer, en nombre d'interfranges, le décalage en fonction du flux Φ du champ magnétique à travers une section de T et du rapport $\frac{e}{h}$.

- c. Calculer numériquement l'interfrange pour la valeur de U trouvée au IV.4.b.
- d. Représenter schématiquement la figure observée.
6. En réalité, la symétrie de révolution de l'aimantation du permalloy n'est jamais rigoureusement réalisée, ce qui peut provoquer des « fuites » de champ magnétique. On porte alors le tore T à une température où la couche de niobium devient supraconductrice.

a. Quel est l'intérêt de cette opération ?

b. Des considérations théoriques montrent que, dans l'état supraconducteur, une section de la pellicule torique de niobium enrobant le permalloy ne peut être traversée que par un flux magnétique multiple entier de la quantité :

$$\Phi_0 = \frac{h}{2e}.$$

Vérifier l'homogénéité de cette expression.

c. Quelle particularité présente alors la figure observée dans le plan P' ?

DEUXIÈME PROBLÈME

TRANSPORT PARALLÈLE

A. TRANSPORT PARALLÈLE EN PHYSIQUE CLASSIQUE

La plupart des questions de la partie I peuvent être résolues sans recours au préambule.

Préambule : On étudie dans cette partie A des grandeurs vectorielles contenues dans un plan P dont la direction par rapport à un référentiel \mathcal{R} dépend d'un paramètre σ . Dans la partie I, σ est le temps t ; dans la partie II, il s'agit d'un paramètre angulaire permettant de repérer la position d'un point O de P sur une hélice circulaire \mathcal{H} fixe dans \mathcal{R} (fig. 6).

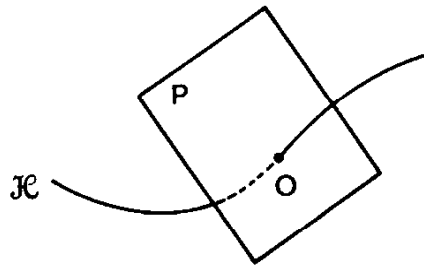


Figure 6

La direction de P est définie par son vecteur unitaire normal $\vec{s}(\sigma)$. On complète celui-ci en une base orthonormée directe $\{\vec{s}(\sigma), \vec{n}(\sigma), \vec{b}(\sigma)\}$ de la façon suivante (toutes les dérivées sont calculées dans \mathcal{R}) :

- $\vec{n}(\sigma)$ est le vecteur unitaire de P colinéaire à $\frac{d\vec{s}}{d\sigma}$ et de même sens. On pose alors :

$$\frac{d\vec{s}}{d\sigma} = \chi(\sigma)\vec{n}$$

où $\chi(\sigma)$ est une fonction de σ ;

- par définition : $\vec{b}(\sigma) = \vec{s}(\sigma) \wedge \vec{n}(\sigma)$. On admettra que les dérivées $\frac{d\vec{n}}{d\sigma}$ et $\frac{d\vec{b}}{d\sigma}$ peuvent s'écrire sous les formes suivantes, où $\tau(\sigma)$ est une fonction de σ :

$$\frac{d\vec{n}}{d\sigma} = -\chi(\sigma)\vec{s} + \tau(\sigma)\vec{b} \quad \frac{d\vec{b}}{d\sigma} = -\tau(\sigma)\vec{n}.$$

On considère alors la base orthonormée de P notée $\{\vec{e}_1(\sigma), \vec{e}_2(\sigma)\}$ déduite de $\{\vec{n}, \vec{b}\}$ par une rotation d'angle $\beta(\sigma)$ autour de \vec{s} .

On dit que la base $\{\vec{e}_1(\sigma), \vec{e}_2(\sigma)\}$ est en transport parallèle entre deux positions voisines de P si :

$$\vec{e}_1 \cdot \frac{d\vec{e}_2}{d\sigma} = \vec{e}_2 \cdot \frac{d\vec{e}_1}{d\sigma} = 0.$$

I. Pendule de Foucault et transport parallèle.

L'expérience historique de Foucault fut effectuée au Panthéon en 1851 avec un pendule de longueur $l = 67$ m. Dans ce qui suit, on assimile la sphère de cuivre suspendue au fil du pendule à un point matériel M. On effectue les raisonnements dans le référentiel terrestre \mathcal{R} rapporté à un trièdre direct d'axes Ox, Oy, Oz , O désignant la position d'équilibre de M, Oz la verticale ascendante et Ox l'horizontale orientée vers le Sud. On note $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ les vecteurs unitaires des trois axes et θ la colatitude du lieu de l'expérience (fig. 7). On considère comme galiléen le référentiel géocentrique \mathcal{R}_g , en translation par rapport au référentiel de Copernic, d'origine au centre d'inertie de la Terre. Enfin, on suppose que M est lâché sans vitesse initiale par rapport à \mathcal{R} et on se limite à l'étude des petites oscillations.

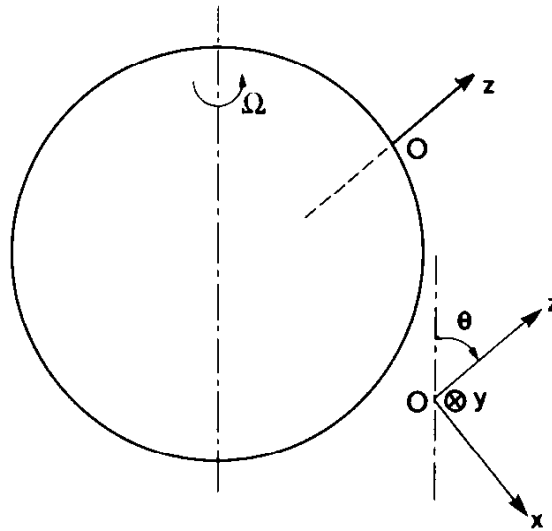


Figure 7

1. On néglige tout d'abord l'effet sur le mouvement de M par rapport à \mathcal{R} , de la force de Coriolis.
 - a. Montrer que le mouvement de M se produit dans un plan vertical.
 - b. Écrire l'équation différentielle régissant ce mouvement.
 - c. Donner les expressions littérales de la pulsation ω et de la période T du mouvement.
 - d. Effectuer les *applications numériques*.
2. Pour interpréter l'effet de la force d'inertie de Coriolis, on introduit un référentiel \mathcal{R}' , d'axes Ox', Oy', Oz , en rotation de vitesse angulaire ω_0 autour de Oz par rapport à \mathcal{R} . On note $\vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}$ les vecteurs unitaires de Ox' et Oy' .
 - a. Établir la relation entre Ω, ω_0 et θ pour laquelle le vecteur rotation de \mathcal{R}' par rapport à \mathcal{R}_g est contenu à chaque instant dans le plan horizontal passant par O.
 - b. Montrer que, dans ce cas, la force d'inertie de Coriolis dans \mathcal{R}' n'a pas d'effet notable sur le mouvement de M par rapport à ce référentiel.
3. On écarte légèrement M de sa position d'équilibre et on le lâche sans vitesse initiale par rapport à \mathcal{R} . Montrer que M décrit dans \mathcal{R}' , avec une très bonne approximation, une ellipse dont on calculera le rapport des longueurs des axes. Conclure.
4. Le plan P du préambule est le plan horizontal de O et le paramètre σ est le temps t . Le vecteur unitaire $\vec{s}(t)$ s'identifie donc à \vec{e}_z dans son mouvement par rapport à \mathcal{R}_g .
 - a. Déterminer les vecteurs unitaires $\vec{n}(t)$ et $\vec{b}(t)$ ainsi que les fonctions $\chi(t)$ et $\tau(t)$.
 - b. Montrer que la condition du 2.a. est équivalente à la condition de transport parallèle de la base $\{\vec{e}_{x'}, \vec{e}_{y'}\}$.

II. L'expérience de Tomita et Chiao (1987).

Une fibre optique de longueur l est enroulée autour d'un tambour cylindrique, son axe étant disposé selon une hélice circulaire \mathcal{H} (fig. 8).

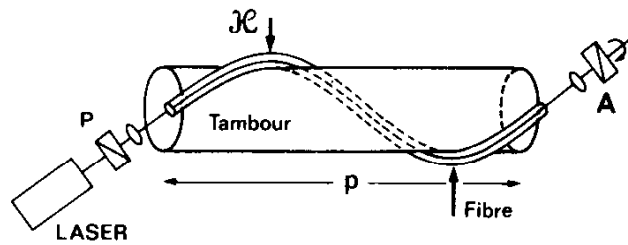


Figure 8

On prend garde, lors de la mise en place, à ne pas introduire de contrainte de torsion notable de la fibre autour de \mathcal{H} et on néglige dans la suite tout effet qui pourrait être attribué à une telle contrainte.

On représente \mathcal{H} dans des axes de coordonnées $x'y', z'z'$ liés au tambour, $z'z'$ coïncidant avec l'axe de révolution de ce dernier, en utilisant des coordonnées cylindriques r, φ, z autour de $z'z'$:

$$x = r \cos \varphi \quad y = r \sin \varphi \quad z = \frac{\varphi}{2\pi} l \cos \theta.$$

r est constant, approximativement égal au rayon du tambour, et θ , constant, désigne ici l'angle formé entre le vecteur unitaire tangent à \mathcal{H} et Oz . L'hélice s'étend sur un seul pas p de sorte que le paramètre angulaire φ reste compris entre 0 et 2π . Les vecteurs unitaires de la base orthonormée directe associés respectivement à r, φ, z sont notés $\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z$.

On note $\vec{s}(\varphi)$ le vecteur unitaire tangent à \mathcal{H} au point O de paramètre φ ; $\vec{n}(\varphi)$ et $\vec{b}(\varphi)$ sont définis comme dans le préambule.

1. a. Exprimer \vec{n} et \vec{b} sur la base $\vec{e}_r, \vec{e}_\varphi, \vec{e}_z$, et déterminer les fonctions $\chi(\varphi)$ et $\tau(\varphi)$.
 b. Pour une variation élémentaire $d\varphi$ de φ , représenter sur un schéma les projections orthogonales des vecteurs $\vec{n}(\varphi + d\varphi)$ et $\vec{b}(\varphi + d\varphi)$ dans le plan défini par $\vec{n}(\varphi)$ et $\vec{b}(\varphi)$. Montrer que l'angle qu'elles forment respectivement avec $\vec{n}(\varphi)$ et $\vec{b}(\varphi)$ a pour valeur $\cos \theta d\varphi$.
2. Déterminer l'angle $\beta(\varphi)$ formé avec $\vec{n}(\varphi)$ et $\vec{b}(\varphi)$ par les vecteurs $\vec{e}_1(\varphi), \vec{e}_2(\varphi)$ de la base en transport parallèle. On supposera que ces deux bases coïncident pour $\varphi = 0$.
3. Un laser à hélium-néon introduit dans la fibre, à son extrémité correspondant à $\varphi = 0$, un faisceau lumineux après lui avoir fait traverser un polariseur rectiligne P (fig. 8). L'onde émergente à l'autre extrémité est envoyée sur un second polariseur utilisé en analyseur A.
 - a. Déterminer l'angle séparant les directions de polarisation de l'onde à l'entrée et à la sortie de la fibre.
 - b. Application numérique : $\theta = 30^\circ$.

B. TRANSPORT PARALLÈLE D'UN SYSTÈME QUANTIQUE (*)

L'expérience décrite dans cette partie a été réalisée en 1988 à l'institut Laue-Langevin de Grenoble. On étudie le comportement, en présence d'un champ magnétique \vec{B} , de neutrons « ultra-froids » confinés dans une « bouteille » cylindrique aux parois constituées de béryllium poli ; la hauteur et le rayon de base de la bouteille sont d'une dizaine de centimètres (fig. 9).

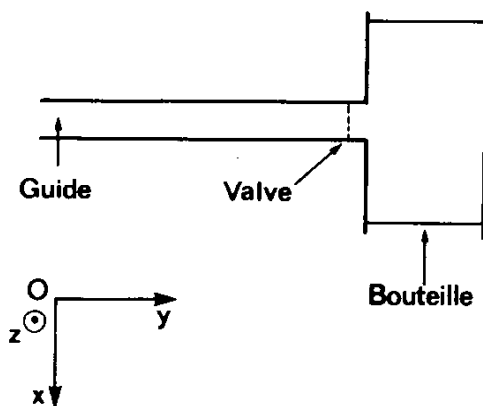


Figure 9

L'ouverture d'une valve permet d'introduire dans la bouteille le faisceau de neutrons, guidé depuis la source ; elle permet aussi, en fin d'expérience, l'écoulement des neutrons vers des dispositifs de mesure.

Le champ magnétique est produit par des bobinages adéquats disposés autour de la bouteille et non représentés sur la figure 9. L'ensemble est protégé des perturbations extérieures par plusieurs écrans ferromagnétiques en forme de sphères concentriques (non représentés).

Les directions d'axes choisies, de vecteurs unitaires \vec{e}_x , \vec{e}_y , \vec{e}_z , sont indiquées sur la figure 9.

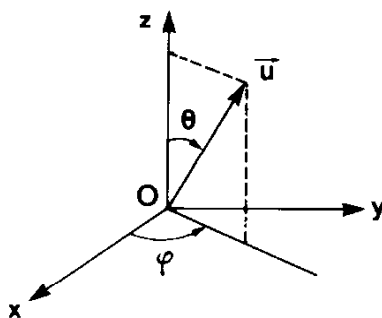


Figure 10

On aura recours dans certaines expressions aux angles polaires θ et φ du système de coordonnées sphériques autour de Oz (fig. 10) pour repérer une direction de vecteur unitaire \vec{u} .

On note $\pm \mu_n$ les deux mesures possibles du moment magnétique du neutron selon une direction donnée (cf. annexe).

(*) L'énoncé fournit, en annexe, quelques rappels succincts de mécanique quantique.

On note $|+\rangle_z$ et $|-\rangle_z$ les kets (*) des états propres normés de la composante de l'opérateur de spin sur l'axe Oz et on pose :

$$\begin{cases} |+\rangle_u = \cos \frac{\theta}{2} e^{-i\varphi/2} |+\rangle_z + \sin \frac{\theta}{2} e^{i\varphi/2} |-\rangle_z \\ |-\rangle_u = -\sin \frac{\theta}{2} e^{-i\varphi/2} |+\rangle_z + \cos \frac{\theta}{2} e^{i\varphi/2} |-\rangle_z. \end{cases}$$

Enfin, on note $|+\rangle_y$ et $|-\rangle_y$ respectivement les valeurs de $|+\rangle_u$ et $|-\rangle_u$ pour $\varphi = \frac{\pi}{2}$ et $\theta = \frac{\pi}{2}$; on pose alors :

$$|+\rangle_Y = e^{i\pi/4} |+\rangle_y \quad \text{et} \quad |-\rangle_Y = e^{i\pi/4} |-\rangle_y.$$

- I. 1. a. Écrire les expressions de $|+\rangle_Y$ et $|-\rangle_Y$ sur la base $\{|+\rangle_z, |-\rangle_z\}$ ainsi que celles de $|+\rangle_z$ et $|-\rangle_z$ sur la base $\{|+\rangle_Y, |-\rangle_Y\}$.
- b. Les neutrons utilisés ont une vitesse quadratique moyenne de l'ordre de $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$. Justifier l'expression « neutrons ultra-froids ».
2. a. Rappeler l'expression classique de l'énergie d'interaction entre une boucle de courant de moment magnétique $\vec{\mu}$ et un champ magnétique \vec{B} uniforme et stationnaire.
- b. Exprimer dans la base $\{|+\rangle_z, |-\rangle_z\}$, la matrice représentant l'opérateur hamiltonien d'interaction entre l'un des neutrons étudiés et un champ magnétique uniforme $\vec{B} = B\vec{u}$ (\vec{u} : vecteur unitaire défini par les angles polaires θ et φ). On utilisera commodément le « vecteur » $\vec{\sigma}$ ayant pour composantes les matrices de Pauli (*) relatives aux trois axes.
- c. Vérifier que $|+\rangle_u$ et $|-\rangle_u$ sont états propres de ce hamiltonien et exprimer les valeurs propres correspondantes en fonction de $\omega = \mu_n B/\hbar$.

3. On définit pour un état de spin donné $|\psi\rangle$ un vecteur polarisation \vec{P} par :

$$\vec{P} = \langle \psi | \vec{\sigma} | \psi \rangle.$$

- a. Quels sont les vecteurs polarisation pour chacun des états représentés par :

$$|+\rangle_Y, |-\rangle_Y, \quad |+\rangle_y, |-\rangle_y? \quad \text{Conclure.}$$

- b. Un état de spin normé quelconque peut s'écrire :

$$|\psi\rangle = a_+ |+\rangle_Y + a_- |-\rangle_Y,$$

où a_+ et a_- sont deux nombres complexes tels que $|a_+|^2 + |a_-|^2 = 1$.

Déterminer la composante P_y du vecteur polarisation le long de Oy.

4. Les neutrons étudiés sont préparés dans l'état $|+\rangle_y$ à une phase près avant d'être introduits dans la bouteille. Peu de temps après la fermeture de la valve, on établit un champ magnétique $\vec{B} = B\vec{u}$ uniforme, indépendant du temps, tel que φ soit nul et θ quelconque.
- a. Déterminer en fonction du temps, l'état de spin dans la base $\{|+\rangle_u, |-\rangle_u\}$, puis l'exprimer dans la base $\{|+\rangle_Y, |-\rangle_Y\}$.
- b. Déterminer en fonction du temps la composante P_y du vecteur polarisation suivant Oy.

(*) Cf. Annexe.

- II. Après l'introduction dans la bouteille des neutrons polarisés dans l'état $|+\rangle_Y$, on produit cette fois, pour $0 \leq t \leq T_0$, un champ magnétique uniforme tournant tel que B et θ restent constants et que :

$$\varphi = 2\pi \frac{t}{T_0} = \omega_0 t.$$

En dehors de l'intervalle de temps cité, le champ magnétique est nul. On utilise, pour étudier l'évolution de l'état, les états de base suivants :

$$|+\rangle = e^{i\alpha(t)} |+\rangle_u \quad \text{et} \quad |-\rangle = e^{i\beta(t)} |-\rangle_u$$

où $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ sont des phases précisées ci-dessous.

1. Une telle base est dite en transport parallèle si elle vérifie les conditions :

$$\langle + | \dot{+} \rangle = 0 \quad \text{et} \quad \langle - | \dot{-} \rangle = 0.$$

Déterminer pour ces conditions, les fonctions $\alpha(t)$ et $\beta(t)$ telles que, de plus, $\alpha(0) = \beta(0) = 0$.

2. On admettra que, si l'évolution du champ magnétique est suffisamment lente ($\omega_0 \ll \omega$), l'expression en fonction du temps de l'état de spin d'un neutron sur la base $\{|+\rangle_u, |-\rangle_u\}$ obtenue au I.4.a. reste vraie à condition de remplacer la base $\{|+\rangle_u, |-\rangle_u\}$ par la base en transport parallèle $\{|+\rangle, |-\rangle\}$ introduite en II.1.

a. Écrire les expressions dans la base $\{|+\rangle_u, |-\rangle_u\}$ puis dans la base $\{|+\rangle_Y, |-\rangle_Y\}$ du ket d'état d'un neutron après un cycle du champ magnétique, dans l'hypothèse $\omega_0 \ll \omega$ qu'on supposera satisfaite dans toute la suite.

b. Montrer que le déphasage entre les deux composantes de l'état sur $|+\rangle_u$ et $|-\rangle_u$ est la somme de deux termes :

- un terme « dynamique » correspondant à l'interaction entre le moment magnétique du neutron et le champ magnétique ;
- un terme d'origine purement géométrique (ou topologique).

c. Indiquer un analogue classique du terme d'origine géométrique.

- III. 1. a. Calculer en fonction des données la composante P_y suivant Oy du vecteur polarisation après un cycle du champ magnétique, puis après N cycles (N entier).

b. Représenter graphiquement les variations de P_y en fonction de B après un cycle.

2. Après la fin du cycle, les neutrons sont envoyés à un analyseur permettant d'effectuer un comptage de particules respectivement dans les états $|+\rangle_Y$ et $|-\rangle_Y$.

a. Montrer que ce comptage permet de déterminer P_y .

b. Le but de l'expérience est de mettre en évidence l'existence de la phase géométrique et de vérifier son expression. Comment procéder ?

c. Sachant qu'un cycle dure environ 7 secondes, quel est l'ordre de grandeur du champ magnétique à utiliser ?

ANNEXE

QUELQUES RAPPELS

La mesure de la composante suivant un axe ($z'z$ pour fixer les idées) du moment magnétique d'une particule de spin $1/2$ ne peut fournir que deux valeurs opposées, $\pm \mu$.

Les états de spin correspondants sont en général notés comme suit (« kets » de Dirac) :

$$|+\rangle_z \quad |-\rangle_z.$$

Ils constituent une base orthonormée de l'espace des états de spin. L'opérateur « composante suivant Oz du moment cinétique de spin » s'écrit dans cette base :

$$S_z = \frac{\hbar}{2} \sigma_z \quad \text{avec} \quad \sigma_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Dans la même base, les deux autres composants du moment cinétique s'écrivent :

$$S_x = \frac{\hbar}{2} \sigma_x \quad S_y = \frac{\hbar}{2} \sigma_y$$

avec :

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}.$$

Les matrices σ_x , σ_y , σ_z sont appelées matrices de Pauli.

La composante de l'opérateur « moment cinétique de spin suivant une direction de vecteur unitaire \vec{u} » s'écrit symboliquement $S_u = \vec{u} \cdot \vec{S}$, soit :

$$S_u = u_x S_x + u_y S_y + u_z S_z.$$

On rappelle que l'équation d'évolution d'un état $|\psi(t)\rangle$ est l'équation de Schrödinger :

$$i \hbar \frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = H |\psi(t)\rangle$$

où H désigne l'opérateur hamiltonien. Dans l'énoncé, la notation :

$$|\dot{\psi}\rangle \text{ est utilisée pour } \frac{d}{dt} |\psi\rangle.$$

Enfin, l'expression $A|\psi\rangle$ représente l'état transformé de $|\psi\rangle$ par l'opérateur A et la notation $\langle \Phi | A | \psi \rangle$, « élément de matrice » de A entre les états $|\Phi\rangle$ et $|\psi\rangle$, désigne le produit hermitique des états $|\Phi\rangle$ et $A|\psi\rangle$.

SESSION DE 1991

**concours externe
de recrutement de professeurs agrégés**

section : sciences physiques

option : chimie

épreuve A
composition de chimie

Durée : 5 heures

MATÉRIELS À PRÉVOIR :

– *Calculatrice de poche – y compris calculatrice programmable et alphanumérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.*

– *4 feuilles de papier millimétré, modèle C bis (millimétré au verso).*

Les candidats composeront sur du papier de composition quadrillé 5 × 5

Le sujet se compose de quatre grandes parties totalement indépendantes. À l'intérieur des parties 1 et 4, les questions sont également largement indépendantes. Il est recommandé d'aborder les parties 2 et 3 en respectant pour chacune l'ordre logique de progression proposé bien que les résultats de chaque question ne soient pas toujours indispensables pour l'approche de la suite du sujet.

Quelques facteurs de conversion sont donnés à titre indicatif :

- 1 mm de mercure = 129.0 Pa
- 1 mm de mercure = 0,001333 bar
- 1 mm de mercure = 0,001316 atm
- 1 mm de mercure = 0,01934 PSI.

Dans ce problème, on nomme :

- **dihydrogène**, l'entité H_2 ;
- **dideutérium**, l'entité D_2 ;
- **hydrogène deutérium**, l'entité HD.

Un échantillon contenant les trois espèces ci-dessus est nommé simplement **hydrogène**. Le même terme **hydrogène** est également utilisé pour nommer un atome d'hydrogène.

Le terme deutérium est utilisé pour nommer un atome de deutérium, éventuellement dans une combinaison chimique.

Un élément chimique étant défini par son numéro atomique, c'est-à-dire son nombre de protons, l'expression **élément hydrogène** désigne aussi bien H que D. On évitera par conséquent d'employer l'expression « élément deutérium ».

L'expression **hydrogène naturel** désigne un échantillon d'hydrogène (mélange H_2 , HD, D_2) dans les proportions naturelles, c'est-à-dire n'ayant pas subi d'enrichissement isotopique significatif (ces proportions variant très légèrement suivant l'origine de l'échantillon).

À chaque fois que le candidat le jugera nécessaire, il prendra soin d'utiliser ce vocabulaire avec une grande précision.

Première partie – ISOTOPIE ET MÉTHODES DE MISE EN ÉVIDENCE DES ISOTOPES

1.1.

1.1.a. Préciser la notion d'isotope.

1.1.b. De quand date cette notion ?

1.1.c. Donner quelques faits expérimentaux, connus antérieurement à la définition actuelle de l'isotope, qui ont poussé les scientifiques à élaborer cette notion.

1.2.

1.2.a. L'élément de numéro atomique $Z = 1$ possède trois isotopes. Quels sont-ils ?

1.2.b. Préciser pour chacun d'entre eux les propriétés concernant, la structure, la radioactivité, le spin.

1.3. Écrire la réaction de fusion nucléaire entre deux deutons. Donner brièvement quelques indications sur des exemples ou des applications de cette réaction.

1.4. Détection des isotopes.

1.4.a. Expliquer brièvement, sur un exemple que vous choisirez, le principe de la différenciation des isotopes par la spectroscopie infra-rouge.

1.4.b. Montrer comment le remplacement d'un atome d'hydrogène par un atome de deutérium peut être utilisé pour identifier de façon certaine une fréquence de vibration.

1.4.c. Citer au moins deux autres techniques analytiques courantes qui permettent l'observation sélective des isotopes H ou D de l'élément hydrogène dans des molécules organiques.

1.4.d. Préciser dans chaque cas l'origine de cette sélectivité.

1.5. Le deutérium, isotope d'intérêt industriel.

1.5.a. Le deutérium est un isotope produit industriellement. Citer quelques utilisations.

1.5.b. Dans ce problème deux techniques de séparation des isotopes de l'élément hydrogène vont être étudiées ; il s'agit de l'électrolyse de l'eau et de la distillation à basse température de l'hydrogène. Bien que ces techniques produisent des quantités notables de deutérium (plusieurs tonnes par an), l'eau lourde ainsi obtenue n'est en fait qu'un sous-produit dans chacun de ces procédés. Afin de produire des quantités quasiment illimitées de cet isotope de façon économiquement rentable, un autre principe que l'électrolyse ou que la distillation est utilisé dans de nombreux pays gros producteurs d'eau lourde (Canada, Inde...). Quel est ce principe ?

Deuxième partie – PRÉPARATION DE L'EAU LOURDE PAR ÉLECTROLYSE

2.1.

2.1.a. Rappeler ce que l'on définit par électrode de référence à hydrogène (ERH).

2.1.b. Une telle électrode peut-elle réellement exister ? Justifiez votre réponse.

2.2. On se propose de calculer (par rapport à l'ERH) le potentiel d'une électrode à hydrogène travaillant dans des conditions expérimentalement contrôlables.

2.2.a. Proposez un schéma de montage qui permettrait de réaliser l'expérience; on ne détaillera pas l'ERH que l'on schématisera par une « boîte noire ».

2.2.b. Exprimer le potentiel de l'électrode expérimentale par rapport à l'ERH en fonction de la pression atmosphérique p_{atm} que l'on lirait au baromètre du laboratoire le jour de l'expérience, de la concentration en ions hydrogène que l'on imposerait (H_3O^+), du coefficient d'activité γ_{H^+} que l'on peut calculer, et de la pression de vapeur $p(T)$ de l'eau à la température T de l'expérience, valeur que l'on peut trouver dans les tables.2.2.c. *Application numérique* : quelle est (par rapport à l'ERH) le potentiel de l'électrode à hydrogène réalisable expérimentalement dans les conditions suivantes ?

– température : 25 °C;

– pression atmosphérique : 745 mm de mercure (96 130 Pa);

– concentration en ions hydrogène : $0,0100 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$.On précise que, dans ces conditions, le coefficient d'activité γ_{H^+} est 0,902 et la pression de vapeur de l'eau est 26,76 mm de mercure (3 066 Pa).2.3. Deux électrodes sont plongées dans une solution aqueuse de soude et une tension continue V est appliquée entre les deux électrodes. D'un point de vue purement électrochimique, que se passe-t-il suivant la valeur de V et suivant la nature des électrodes ?

On pourra raisonner qualitativement, ou utiliser les expressions suivantes :

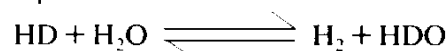
– $E^0_{(\text{Na}^+/\text{Na})} = -2,71 + 0,0591 \log [a_{(\text{Na}^+)}] - 0,0591 \log [a_{(\text{Na})}]$ où E^0 est le potentiel d'oxydoréduction du couple considéré en volt,– $a_{(\text{Na}^+)}$ est l'activité de l'ion Na^+ – et $a_{(\text{Na})}$ est l'activité du métal Na , dans leur phase respective.– $\eta = -1,45 + 0,115 \log i$ où η est la surtension en volt d'une cathode de mercure en contact avec une solution molaire d'ions H^+ pour une valeur du courant cathodique i .

2.4. Une analyse très fine de l'expérience de la question ci-dessus (2.3.) montre que le rapport isotopique H/D du gaz qui se forme lors de l'électrolyse est différent du rapport isotopique H/D de la solution.

Le facteur α défini ainsi $\alpha = (\text{H/D})_{\text{gaz}} / (\text{H/D})_{\text{solution}}$ a été mesuré pour diverses électrodes.

électrode	fer	graphite	Pt platiné
α	9,9	6,7	3,6

Par ailleurs, il a été montré que l'équilibre

a une constante d'équilibre K égale à 3,5 à 25 °C.

Montrer que l'appauvrissement en deutérium de la phase gazeuse doit être interprété par la superposition de deux effets : un effet thermodynamique et un effet cinétique.

2.5. Dans les conditions de fonctionnement des usines norvégiennes, on effectue l'électrolyse d'une solution aqueuse basique sur électrode de fer jusqu'à ce que le départ d'hydrogène et d'oxygène sous forme gazeuse cause une réduction du volume d'un facteur 4 environ. La solution restante, enrichie en deutérium, est dirigée vers une deuxième cellule d'électrolyse de plus petite taille. L'opération est renouvelée et le résidu à nouveau enrichi est dirigé vers un troisième étage d'enrichissement. Bien que faible, la teneur en deutérium dans l'hydrogène formé lors de ces trois étages représente un pourcentage important du deutérium total récupérable dans l'ensemble du procédé d'extraction, vu l'énorme volume de gaz mis en jeu. On procède donc à un échange isotopique entre le gaz hydrogène issu de l'électrolyse et de l'eau à teneur isotopique naturelle (équilibre chimique de la question précédente).

En supposant que l'on mette au contact une mole d'hydrogène issue du troisième étage au début de l'électrolyse avec une mole d'eau (d'abondance isotopique naturelle), montrer qu'à l'équilibre, l'eau est enrichie en deutérium.

Que fait-on de cette eau ?

On donne les teneurs isotopiques à chaque étage :

	Étage n°		
	1	2	3
% de D au début de l'électrolyse	0,015	0,04	0,10
% de D en fin d'électrolyse	0,04	0,10	0,27

2.6. Le catalyseur utilisé pour permettre l'échange ci-dessus fonctionnant beaucoup mieux si les réactifs sont gazeux plutôt que liquides, on se propose de procéder à l'échange isotopique de la question précédente à une température plus élevée. Pour cela, on donne les paramètres thermodynamiques relatifs à l'équilibre de la question 2.4. :

$$\Delta H^\circ = - 3,765 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1} \quad \text{et} \quad \Delta S^\circ = - 2,225 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}.$$

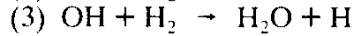
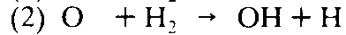
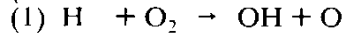
Quelle est la température maximale à laquelle il faut faire fonctionner le catalyseur pour que la constante d'équilibre reste supérieure à 2 ?

2.7. Le taux d'enrichissement en deutérium après le troisième étage étant encore très modeste, une succession d'étages d'électrolyse vient compléter les trois premières étapes. La teneur en deutérium dans l'hydrogène ainsi produit est telle qu'il n'est plus question de perdre le précieux isotope. Ainsi, tout l'hydrogène formé à l'étage i ($i > 3$) est brûlé, l'eau est récupérée et réintroduite au niveau $i - 1$. Le rapport des teneurs en deutérium entre deux étages consécutifs est 2,7.

2.7.a. Combien d'étages sont nécessaires pour passer de 0,27 % de deutérium à l'entrée du quatrième étage, à 99,8 % en sortie du dernier étage ?

2.7.b. Pour un flux horaire moyen de n litres d'eau (à 0,27 %) entrant à l'étage 4, en provenance de l'étage 3, quel est le flux horaire moyen d'eau lourde entrant au dernier étage, une fois que l'usine est en régime stationnaire ?

2.8. On se propose d'étudier en détail le mécanisme de la combustion de l'hydrogène telle qu'elle a lieu lors des opérations de recyclage de gaz au-delà de l'étage 4. On ignorera les effets isotopiques. Les étapes de propagation couramment admises sont les suivantes :



avec des constantes de vitesses respectivement égales à :

$$k_1 = 2,2 \cdot 10^{14} \exp(-8450/T) \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$k_2 = 1,8 \cdot 10^{10} \exp(-4480/T) \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$k_3 = 2,2 \cdot 10^{13} \exp(-2590/T) \text{ cm}^3 \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{s}^{-1}$$

(T est la température en Kelvin).

Les espèces H, O et OH sont des radicaux présent dans la flamme.

Montrer qu'à 450 °C, en début de réaction, et avec un mélange stoechiométrique, la réaction (2) est l'étape déterminante du processus.

2.9. Comment compléter ce mécanisme pour interpréter qualitativement le fait que, dans un certain domaine de pression, l'accroissement de pression fait diminuer la vitesse globale de la réaction ?

2.10.

2.10.a. Montrer que le mécanisme précédent correspond à une réaction en chaîne ramifiée que l'on peut symboliser ainsi :



où X représente toute espèce radicalaire.

2.10.b. En déduire que la réaction peut être explosive.

2.11. Rappeler l'allure du graphe $p = f(T)$ pour cette réaction et commenter ce graphe à la lumière des résultats des questions précédentes.

Troisième partie — OBTENTION DU DIDEUTÉRIUM PAR DISTILLATION DE L'HYDROGÈNE

Soient A et B deux composés dont les pressions de vapeurs sont $p_A^*(T)$ et $p_B^*(T)$ respectivement. L'astérisque indique que l'on a affaire à un composé pur. On utilisera les notations p_A^* et p_B^* quand la température sera fixée. On appelle T_{ebA} et T_{ebB} les températures d'ébullition de A et de B à la pression de 1 bar.

- 3.1. Qu'implique l'appellation suivante : « Le mélange de A et B est une solution idéale » ?
- 3.2. Représenter sur un diagramme isotherme, la pression de vapeur d'un mélange A et B (considéré idéal) en fonction de la fraction molaire x_A dans la phase liquide ; x_A variant entre 0 et 1.
- 3.3. On appelle y_A la fraction molaire de A dans la phase vapeur à l'équilibre avec la solution A + B (idéale). Exprimer y_A en fonction de x_A , p_A^* et p_B^* .
- 3.4. À la température $T = 18,95$ K, on mesure $p_{H_2}^* = 486$ mm de mercure (62 710 Pa) et $p_{HD}^* = 259,6$ mm de mercure (33 500 Pa). Donner l'allure de la courbe $y_{H_2} = f(x_{H_2})$ pour un mélange H_2/HD que l'on considérera idéal. On précisera le tracé de cette courbe en donnant les valeurs de y_{H_2} correspondant à $x_{H_2} = 0,2; 0,4; 0,6$ et $0,8$.
- 3.5. Dédire de la question 3.3. l'expression de la pression de vapeur à l'équilibre avec un mélange idéal A + B en fonction de sa propre composition y_A , de p_A^* et p_B^* .
- 3.6. Représenter sur un même graphe l'évolution de la pression de vapeur à l'équilibre d'un mélange $H_2 + HD$ en fonction d'une part de la composition de la phase liquide x_{H_2} et d'autre part en fonction de la composition de la phase gazeuse y_{H_2} . On se placera à la température $T = 18,95$ K.
- 3.7. On appelle z_{H_2} la fraction molaire du dihydrogène dans l'ensemble du système (phase liquide + phase vapeur). Calculer le rapport des quantités de matière en phase liquide et en phase vapeur à la pression $p_1 = 250,1$ mm de mercure (32 270 Pa) pour une valeur $z_{H_2} = 0,5$.
- 3.8. Énoncer ce qu'on appelle la règle des moments (parfois appelée règle du levier) et vérifier qu'elle s'applique dans le cas numérique de la question 3.7.
- 3.9. Montrer à l'aide du graphe obtenu à la question 3.6. qu'il est possible, au moins théoriquement, de réaliser une séparation du mélange H_2/HD à l'aide d'une distillation à température constante, en ne faisant varier que la pression du système.
On décomposera quelques étapes d'une telle distillation sans aborder aucun aspect technique.
- 3.10. Pour des raisons techniques, il est plus commode de réaliser une distillation à pression constante (et non à température constante). On se propose de construire un diagramme de phase H_2/HD à pression constante.

À partir du tableau suivant,

$p_{H_2}^* / \text{Pa}$ (en mm de mercure)	96 750 749,8	84 700 672,0	70 970 550,0	67 320 521,7	62 710 486,0	37 030 287
p_{HD}^* / Pa (en mm de mercure)	55 380 429,2	48 880 378,8	38 720 300,1	36 450 282,5	23 350 259,6	18 120 140,1
T/K	20,33	19,97	19,33	19,17	18,95	17,48

montrer que l'on peut construire graphiquement la courbe d'ébullition d'un tel diagramme de phase (on s'inspirera de la question 3.2.); on se placera à la pression totale constante de 64 650 Pa.

3.11. Pour les températures 19,33 K et 19,97 K, calculer les points correspondant à la courbe de rosée. Donner l'allure de cette courbe.

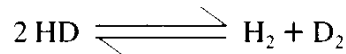
3.12.

3.12.a. Qu'appelle-t-on plateau théorique d'une distillation ?

3.12.b. Déterminer graphiquement le nombre minimal de plateaux théoriques nécessaire à l'obtention du rapport $HD/H_2 = 90/10$, si on autorise en tête de colonne un rejet inférieur à 0,5 % de HD (le rapport HD/H_2 est le rapport du nombre de moles d'hydrogène deutérium au nombre de moles de dihydrogène présentes dans l'échantillon, et non le rapport de leur fraction massique). On justifiera brièvement cette méthode en utilisant, en particulier, la définition donnée en 3.12.a.

3.12.c. Pourquoi le nombre obtenu est-il minimal ?

3.13. Lors de la distillation industrielle de l'hydrogène liquide à basse température, le rejet est en fait fixé à 3 % de l'abondance naturelle en isotope deutérium. La distillation est poursuivie jusqu'à l'obtention du rapport (molaire) $HD/H_2 = 90/10$. Ce mélange est réchauffé et passé sur un catalyseur qui permet l'établissement de l'équilibre



Ce mélange est alors liquéfié et redistillé. Le dideutérium est ensuite brûlé pour produire de l'eau lourde.

Faire un schéma de principe d'une telle installation en supposant que la seule entrée de matière est de l'hydrogène naturel liquéfié (contenant une abondance naturelle de deutérium) et que les seules sorties de matière autorisées sont l'hydrogène appauvri et de l'eau lourde presque pure. (On ne donnera pas de détails technologiques en particulier pour les opérations d'échange de chaleur et de liquéfaction.)

3.14. Un des procédés de séparation des isotopes H et D à l'échelle industrielle est la distillation de l'hydrogène liquide à très basse température. Une usine comme celle de Du Pont de Nemours produit ainsi 15 tonnes par an de dideutérium presque pur. Quelle quantité minimale d'hydrogène faut-il manipuler pendant cette période pour obtenir une telle production de dideutérium ?

3.15. La manipulation d'une telle quantité d'hydrogène n'est économiquement envisageable que parallèlement à une utilisation industrielle de l'hydrogène.

Quel composé chimique (non hydrocarbure) consomme, pour sa production, une telle quantité d'hydrogène ?

Quatrième partie – ÉCHANGE H/D : APPLICATIONS DIVERSES

4.1.

4.1.a. Donner l'allure du spectre de résonance magnétique nucléaire (^1H) de l'éthanol en solution dans le chloroforme deutérié.

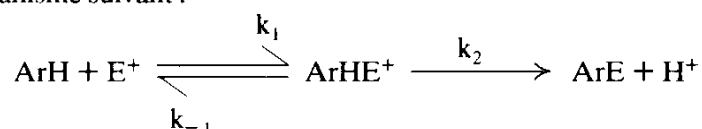
4.1.b. Que devient ce spectre si l'on agite énergiquement cet échantillon avec une goutte d'eau lourde? Expliquer.

4.2. L'acétone-d6 (propanone-d6) est produite semi-industriellement dans un réacteur vertical maintenu à une température d'environ 70 °C. Il est continûment alimenté par le haut avec une solution basique d'eau lourde ($\text{D}_2\text{O} / \text{Na}^+ \text{OD}^-$) et par le bas par un courant gazeux d'acétone ordinaire (température d'ébullition 56°C). L'effluent liquide est éliminé par le bas du réacteur, et l'acétone-d6 est obtenue gazeuse en haut du réacteur.

4.2.a. Comment s'appelle un tel réacteur?

4.2.b. Expliciter le mécanisme de la deutérioration de l'acétone en milieu basique.

4.3. On considère le mécanisme suivant :

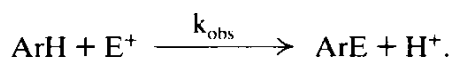


où Ar symbolise un noyau aromatique et E un réactif électrophile. k_1 , k_{-1} et k_2 sont les constantes de vitesse des étapes de ce mécanisme.

4.3.a. Comment s'appelle ce type de mécanisme?

4.3.b. Expliciter en formule semi-développée ce mécanisme quand ArH est le benzène et $\text{E} = \text{CH}_3$.

4.3.c. Quelle est la constante de vitesse observée k_{obs} de la réaction ci-dessous, en fonction de k_1 , k_{-1} et k_2 ?



Préciser la (ou les) hypothèse(s) qu'il sera nécessaire de formuler.

4.3.d. Rappeler la définition des effets isotopiques primaire et secondaire.

4.3.e. Dans le cas où ArH est le toluène et $\text{E} = \text{D}$, comparer k_{-1} et k_2 . De quel effet isotopique s'agit-il?

4.3.f. Proposer un profil énergétique de la réaction en fonction d'une coordonnée d'avancement. On prendra soin de préciser la nature exacte de la grandeur représentée en ordonnée (et son unité), ainsi que ses valeurs relatives aux points remarquables (aucune valeur numérique n'est demandée).

4.4. Lors de la réaction du chlorobenzène dont le carbone numéro 1 a été sélectivement enrichi en isotope ^{13}C avec l'amidure de sodium dans l'ammoniac liquide (à - 33°C) on forme deux produits qui sont deux anilines, l'une avec un ^{13}C en position 1 et l'autre avec un ^{13}C en position 2. Le mécanisme proposé pour une telle réaction postule l'existence d'un intermédiaire de formule C_6H_4 .

4.4.a. Donner la formule développée et le nom de cet intermédiaire.

4.4.b. Détailler le mécanisme de cette réaction.

4.4.c. En déduire que la réaction de C_6D_6 en solution dans l'ammoniac liquide (NH_3) en présence d'amidure de potassium (KNH_2 , $0,2 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$) conduit à la formation de C_6H_6 .

4.4.d. Le remplacement du benzène-d6 par le toluène-d8 aura-t-il un effet d'accélération ou de ralentissement de la cinétique d'échange des atomes de deutérium du cycle aromatique?

4.5. On fait réagir du trichlorure de chrome anhydre (CrCl_3) en solution dans le tétrahydrofurane ($\text{C}_4\text{H}_8\text{O}$) avec un agent réducteur en présence de monoxyde de carbone sous forte pression (30 MPa). Après réaction, l'analyse élémentaire du produit obtenu donne la formule brute $\text{C}_9\text{H}_6\text{CrO}_3$.

4.5.a. Donner la structure géométrique de ce produit.

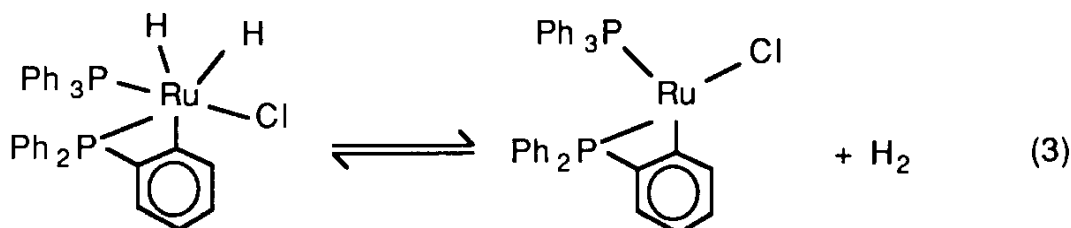
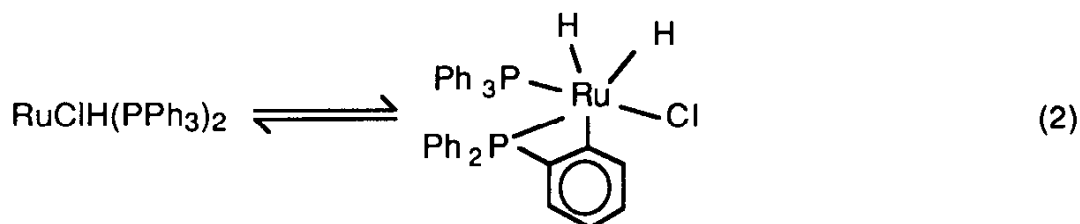
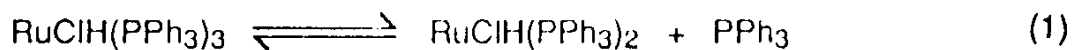
4.5.b. Ce composé introduit dans une solution à 10 % d'éthanolate de sodium dans $\text{C}_2\text{H}_5\text{OD}$ donne lieu à une réaction d'échange. Il se forme le produit $\text{C}_9\text{D}_6\text{CrO}_3$. Proposer une explication.

4.6. Le chlorohydrido-tris-triphénylphosphine ruthénium(III), $\text{RuClH}(\text{PPh}_3)_3$, présente un seul signal en RMN du phosphore.

4.6.a. Rappeler quel isotope du phosphore est observé par cette technique.

4.6.b. Proposer une structure géométrique pour ce complexe qui soit en accord avec le spectre de RMN.

4.6.c. En solution, il a été montré que ce complexe du ruthénium présentait les équilibres suivants :



Proposer des conditions opératoires qui permettent d'utiliser ces équilibres pour la synthèse de la triphénylphosphine sélectivement deutériée en position ortho.

4.6.d. Donner un mécanisme qui rende compte de cette deutérioration et préciser le nombre maximal d'atomes de deutérium qui peuvent ainsi être incorporés par ligand triphénylphosphine grâce à ce mécanisme.

4.6.e. Proposer un nom pour chacune des étapes de ce mécanisme.

4.6.f. Ce complexe a été rendu célèbre par une autre application que la deutérioration des triphénylphosphines : quelle est cette autre application ?

SESSION DE 1991

**concours externe
de recrutement de professeurs agrégés**

section : sciences physiques

option : chimie

épreuve B : composition de physique

Durée : 4 heures

MATÉRIEL À PRÉVOIR :

Calculatrice de poche – y compris calculatrice programmable et alphanumérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Les candidats composeront sur du papier de composition quadrillé 5 × 5

LE PHÉNOMÈNE D'INDUCTION ÉLECTROMAGNÉTIQUE

Donnée numérique : perméabilité magnétique du vide : $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ S.I.

I. ÉTUDE GÉNÉRALE

- A. Définir le flux du champ magnétique \vec{B} à travers un circuit électrique.
Qu'appelle-t-on flux coupé ?
(On définira avec précision les conventions algébriques utilisées).
- B. Donner les expressions du champ électromoteur d'induction, et de la f.e.m. induite.
Préciser dans quelles conditions le phénomène d'induction électromagnétique peut se produire.
- C. **Manifestations de la f.e.m. d'induction.**
On considère le circuit ci-contre (fig. 1) :

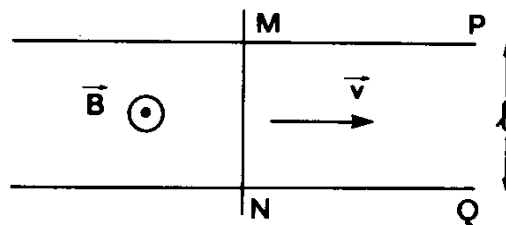


FIGURE 1

Deux rails conducteurs, parallèles, fixes, distants de l , sont plongés dans un champ magnétique stationnaire, uniforme, \vec{B} (créé, par exemple, par un aimant en U).

Les deux rails sont horizontaux, et \vec{B} est vertical.

Une barre métallique MN, de résistance électrique R , de masse m , peut se déplacer sans frottement sur les rails.

On lui impose un mouvement de translation uniforme, de vitesse \vec{v} , parallèle aux rails.

1. Déterminer le courant électrique parcourant MN dans les deux cas suivants :
 - a. Les extrémités P et Q des rails sont mises en court-circuit.
 - b. Ces extrémités sont reliées par l'intermédiaire d'une source idéale de tension de f.e.m. $E > 0$

$$(E = v_P - v_Q)$$
 dans les deux cas, on assimilera la résistance totale du circuit électrique à R .
 - c. Que se passe-t-il lorsque le circuit est ouvert entre P et Q ?
2. Quelle force l'opérateur doit-il exercer sur la barre pour maintenir son mouvement uniforme ?
(La réponse sera donnée dans les trois cas.)
3. Dans les deux premiers cas précédents (a et b) effectuer un bilan énergétique où devront figurer :
 - la puissance fournie par l'opérateur pour déplacer la barre à la vitesse \vec{v} ;
 - la puissance électrique éventuellement fournie par la source de tension ;
 - la puissance dissipée par effet Joule dans le circuit.

4. Dans le cas *b* (présence de la source de tension), on suppose maintenant que l'opérateur n'agit plus sur la barre.

Celle-ci est immobile à l'instant $t = 0$. Déterminer l'évolution de sa vitesse au cours du temps.

Tracer la courbe correspondante.

II. LES DEUX ORIGINES DU PHÉNOMÈNE

A. Variation temporelle du champ électromagnétique

On dispose d'une source émettant une onde plane électromagnétique, se propageant dans la direction et le sens de l'axe \vec{x} .

Une telle onde (analogue aux rayons lumineux d'un faisceau cylindrique) est caractérisée, en tout point M d'abscisse x , et à tout instant t , par :

- un champ électrique \vec{E} parallèle à \vec{u}_y :

$$\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - kx) \vec{u}_y$$

où E_0 est un réel > 0

et $k = \frac{\omega}{c}$ (c : célérité de propagation de la lumière dans le vide)

- un champ magnétique $\vec{B} = \frac{\vec{u}_x \wedge \vec{E}}{c}$ (fig. 2).



FIGURE 2

Un cadre rectangulaire conducteur ABCD est placé sur le trajet de l'onde.

Ses dimensions sont $AB = a$ et $BC = b$. BC est parallèle à \vec{u}_y , AB fait un angle θ avec \vec{u}_x (fig. 3).

Le milieu de AB se trouve à l'abscisse x_0 (fig. 3).

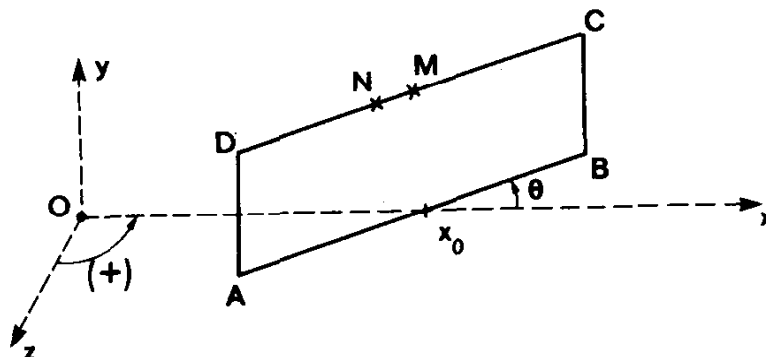


FIGURE 3

1. Montrer que le cadre est parcouru par un courant, dû à l'onde électromagnétique.
2. Déterminer ce courant, si l'on admet que le cadre possède une résistance électrique R .
3. On pratique, dans le circuit électrique, une coupure entre 2 points M et N très proches (fig. 3). Déterminer alors la différence de potentiel $v_M - v_N$ qui apparaît aux bornes du circuit.

**B. Déplacement du circuit électrique dans un champ stationnaire :
Étude électromécanique d'un moteur**

1. Dans un laboratoire, lié à un référentiel galiléen, un disque solide, isolant est en rotation à la vitesse angulaire ω autour de son axe \overline{Oz} .

Ce solide constitue le rotor d'une machine.

On y fixe, en disposition radiale et régulière, N conducteurs rectilignes (tels que AC sur la fig. 4), parcourus par un même courant d'intensité i_1 .

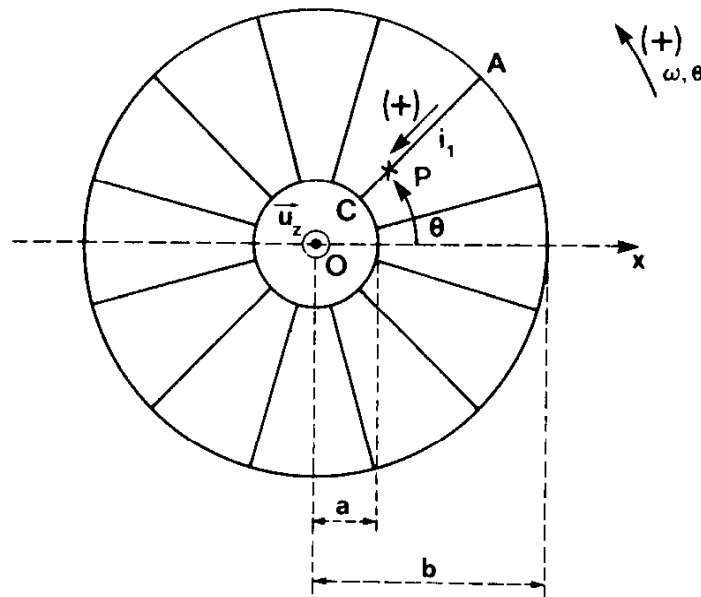


FIGURE 4

Les conventions de signe relatives à i_1 et ω sont indiquées par les flèches correspondantes de la figure 4.

On crée d'autre part, en tout point P tel que OP soit compris entre a et b , un champ magnétique indépendant du temps

$$\vec{B} = (\alpha r + \beta) \cdot \vec{u}_z \quad (\alpha \text{ et } \beta : \text{constantes} > 0),$$

la position de P étant repérée par $r = OP$ et $\theta = (\overline{Ox}, \overline{OP})$ (orienté par le sens +).

a. Déterminer :

- la f.e.m. e_1 induite dans un conducteur par la rotation de ce conducteur dans le champ \vec{B} , en fonction de ω ;
- le moment M_{1z} , par rapport à l'axe \overline{Oz} , des forces électromagnétiques subies par ce conducteur, en fonction de i_1 .

b. Les extrémités des N conducteurs sont reliées entre elles, de manière qu'ils soient branchés en parallèle.

L'installation absorbe un courant total $i = N \cdot i_1$.

Déterminer la f.e.m. totale e induite dans l'installation, ainsi que le moment total M_z auquel l'ensemble des conducteurs est soumis, en fonction de ω et i .

2. L'induit d'un moteur électrique à courant continu a un comportement électromécanique analogue à celui des N conducteurs décrits précédemment.

Électriquement, il est alimenté par une source de tension (f.e.m. u , résistance R).

Les fils électriques qui le constituent possèdent une résistance ρ .

La f.e.m. induite qui y apparaît est $e = -k_e \omega$.

Il est parcouru par un courant d'intensité i .

(Les grandeurs algébriques u , e , i , sont définies avec la même convention de signe; k_e est une constante > 0 .)

Mécaniquement, c'est un solide (S) en rotation autour de l'axe \overrightarrow{Oz} .

L'ensemble du moteur et des éléments qu'il entraîne dans son mouvement possède un moment d'inertie J par rapport à \overrightarrow{Oz} .

Le moment par rapport à cet axe des forces électromagnétiques est $M_z = k_m i$ (k_m : constante > 0).

a. Faire un schéma électrique équivalent au circuit comportant l'induit.

b. Montrer que M_z s'exprime sous la forme :

$$M_z = Au - B\omega.$$

Exprimer A et B en fonction de k_e , k_m , R , ρ .

c. En déduire l'équation différentielle liant la variation temporelle de ω à la f.e.m. u de l'alimentation de l'induit, en négligeant tout frottement.

d. En réalité, la rotation de l'induit s'accompagne d'un frottement visqueux, qui se traduit par des forces de moment : $M'_z = -\lambda \cdot \omega$ (λ : constante > 0).

L'induit est alors alimenté à l'aide d'une f.e.m. u définie figure 5 :

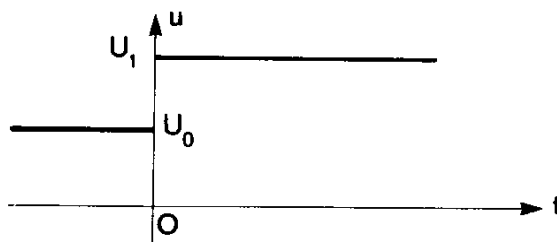


FIGURE 5

Pour $t < 0$, on admet que le moteur tournait en régime permanent sous l'action de U_0 .

On le soumet, à partir de $t = 0$, à un échelon de tension.

Déterminer la fonction $\omega(t)$ et tracer la courbe correspondante.

Application numérique :

$$k_e = 0,1 \text{ V} \cdot \text{rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad R = 5 \Omega$$

$$k_m = 0,1 \text{ N} \cdot \text{m} \cdot \text{A}^{-1} \quad U_0 = 10 \text{ V}$$

$$\rho = 20 \Omega$$

La rotation uniforme sous l'action de U_0 s'effectuait à $\omega_0 = 5 \text{ tours} \cdot \text{s}^{-1}$.

La constante de temps du régime transitoire qui s'établit est $\tau = 0,1 \text{ s}$.

En déduire J et λ .

3. Le moteur est utilisé pour déplacer un chariot (C) de masse M , selon l'axe \overline{Ox} horizontal.

Des câbles tendus et des galets de masse négligeable assurent la liaison entre les mouvements de (C) et de (S), les câbles s'enroulant sur un cylindre de révolution d'axe \overline{Oz} et de rayon r , sans glisser sur ce cylindre (fig. 6).

L'induit du moteur est alimenté par la source de tension dont la f.e.m. u est ici positive.

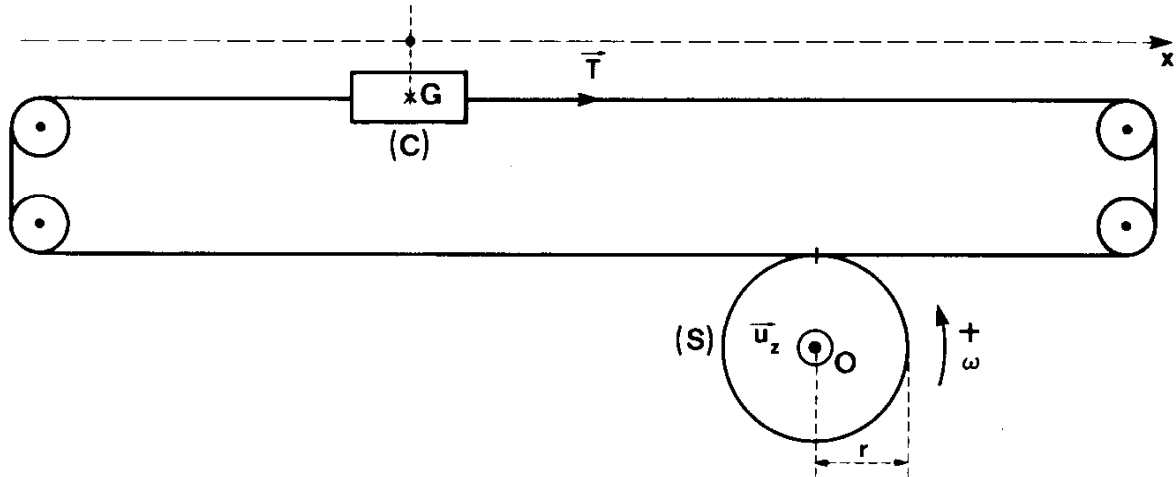


FIGURE 6

Le solide (S) est soumis :

- au couple moteur $Mz = Au - B\omega$ dû aux phénomènes décrits à la question précédente ;
- à un couple de frottement (incluant cette fois un frottement visqueux et un frottement solide) de moment $M_z' = -C - \lambda\omega$ (C, λ : constantes > 0) ;
- à un couple dû à l'inertie du chariot entraîné, se manifestant par une force \vec{T} égale à la tension des fils de liaison (fig. 6).

a. Déduire du mouvement de non-glissement des câbles sur le cylindre une relation entre les variations de x et celles de θ . En déduire celle qui existe entre \dot{x} et ω .

b. Écrire l'équation différentielle liant x , t et u .

c. En supposant qu'initialement, le chariot était immobile, quelle f.e.m. minimale u_m faut-il appliquer aux bornes de l'induit du moteur pour provoquer son démarrage ?

Application numérique : reprendre les valeurs numériques du 2.d. Sachant que la f.e.m. minimale provoquant le démarrage est de 6 V, déterminer le coefficient de frottement solide C .

d. La f.e.m. maximale u_M que peut fournir la source d'alimentation de l'induit est de 50 V. Quelle est l'accélération maximale que peut prendre le chariot à son démarrage ?

$$M = 20 \text{ kg}; \quad r = 1 \text{ cm.}$$

III. LE PHÉNOMÈNE D'AUTO-INDUCTION

A. Étude générale

Expliquer ce qu'est le phénomène d'auto-induction.

Comment peut-on le mettre en évidence ?

Ce phénomène doit-il être théoriquement pris en considération dans tout circuit électrique ? Qu'en est-il pratiquement ? Pourquoi ?

B. Première application

On étudie une bobine rigide faite de N spires circulaires de fil conducteur régulièrement enroulé sur une longueur totale l ; le diamètre de chaque spire est d .

1. Dans le cas où cette bobine peut être assimilée à un « solénoïde infiniment long », on peut facilement calculer son inductance propre.

Expliquer ce que signifie physiquement cette approximation.

Donner dans le cadre de cette hypothèse l'expression littérale de l'inductance propre de la bobine, en fonction de μ_0 , N , l et d .

Application numérique : $N = 5000$; $l = 40$ cm; $d = 5$ cm.

2. Soit le circuit (fig. 7) où la résistance r de la bobine est négligeable devant R .

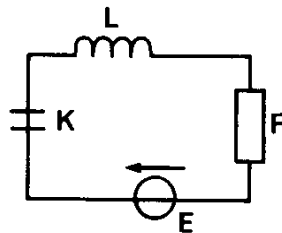


FIGURE 7

Établir, en précisant soigneusement les conventions algébriques employées, l'expression de $i(t)$, si on ferme l'interrupteur (K) à $t = 0$.

Tracer l'allure de la courbe.

Application numérique : $R = 1\,000\ \Omega$;

L a la valeur calculée au 1.

Calculer le temps nécessaire pour que i atteigne sa valeur limite à 1 % près. Commenter.

3. On remplace E par un générateur basse fréquence qui délivre une tension créneaux de fréquence $f = 200$ Hz (fig. 8).

Dessiner l'allure de la courbe $i(t)$, pour $t \in [0, 3T/2]$.

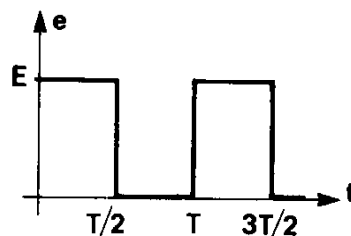


FIGURE 8

Montrer clairement, par un schéma, comment brancher sur le circuit un oscilloscope bicourbe pour visualiser sur l'écran cette courbe ainsi que la tension aux bornes du générateur.

Indiquer comment utiliser ces courbes expérimentales pour trouver l'ordre de grandeur de L , connaissant R .

4. On remplace E par un générateur basse fréquence qui délivre une tension sinusoïdale $u = U_0 \cdot \cos \omega t$.

Montrer qu'en régime permanent, l'intensité du courant dans le circuit peut se mettre sous la forme :

$$i = I_0 \cdot \cos (\omega t - \varphi).$$

Exprimer I_0 et φ en fonction de U_0 , R, L et ω .

C. Deuxième application

On considère une bobine plate formée de 100 spires circulaires de rayon $a = 0,5$ m. Le fil de cuivre utilisé pour ces spires a pour diamètre $d = 0,2$ mm et pour résistivité $\rho = 1,6 \cdot 10^{-8} \Omega \cdot \text{m}$.

On pourra négliger d devant a et on effectuera l'approximation suivante, qu'on admettra suffisante pour tous les calculs demandés : en tout point du plan de la bobine intérieur à la spire, le champ magnétique qu'elle crée est le même qu'en son centre.

1. Calculer l'auto-inductance L de la bobine ainsi que sa résistance r .
2. On réalise le montage ci-dessous (fig. 9) où sont placés en série avec la bobine une source de tension de f.e.m. $e(t)$ variable avec le temps et une résistance R en parallèle sur un condensateur de capacité C ; on place la bobine dans un champ magnétique extérieur $\vec{B}(t)$, variable avec le temps, considéré comme uniforme à l'intérieur du cercle limité par les spires de la bobine, et nul à l'extérieur.

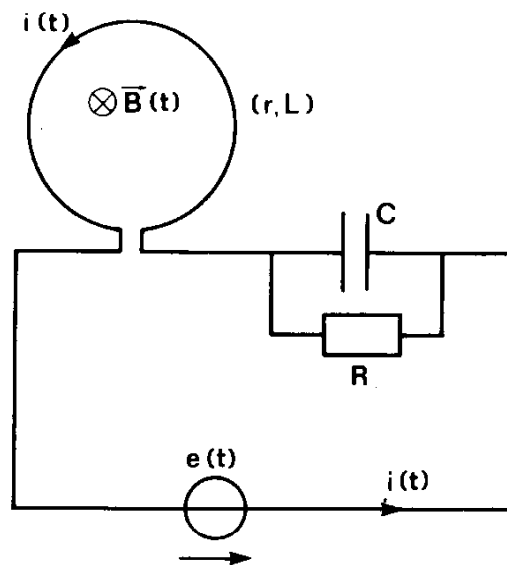


FIGURE 9

- a. Dessiner le schéma électrique équivalent au montage étudié et tenant compte de tous les phénomènes d'induction et d'auto-induction ;
- b. Établir l'équation différentielle du second ordre donnant $i(t)$ dans le circuit ; montrer qu'elle peut s'écrire :

$$\tau_1 \cdot \tau_2 \cdot \frac{d^2 i}{dt^2} + (\tau_1 + \tau_2) \cdot \frac{di}{dt} + (1 + \alpha^2) i = \frac{1}{r} \left(e + \tau_2 \cdot \frac{de}{dt} \right) + K$$

si l'on pose

$$\tau_1 = \frac{L}{r} \quad \tau_2 = RC \quad \alpha^2 = \frac{R}{r} \quad K = \frac{\pi a^2 N}{r} \left(\frac{dB}{dt} + \tau_2 \cdot \frac{d^2 B}{dt^2} \right).$$

- c. On suppose que la solution de l'équation sans second membre est sinusoïdale amortie. Quelle relation τ_1 et τ_2 doivent-ils vérifier pour que la pseudopulsation soit égale à $\frac{1}{\sqrt{LC}}$?

d. On suppose que la relation précédente est vérifiée, et qu'on étudie un régime stationnaire tel que :

$$e(t) = 0 \quad \text{si } t < 0;$$

$$e(t) = E \quad \text{si } t \geq 0;$$

B est constant.

Trouver les valeurs que prennent i et la charge du condensateur q à $t = 0$; définir avec précision la convention algébrique adoptée pour q ; justifier la continuité de i et de q .

Donner la forme mathématique de la solution $i(t)$; expliquer succinctement la méthode à suivre pour déterminer complètement cette solution (le détail du calcul n'est pas demandé).

Trouver par un raisonnement purement physique la valeur que prend i lorsque t tend vers l'infini.

IV. ÉTUDE D'UN MICROPHONE ÉLECTRODYNAMIQUE

Une bobine cylindrique analogue à celle étudiée au paragraphe III.B.1. est utilisée dans le montage schématisé ci-dessous (fig. 10).

Elle peut se déplacer dans l'entrefer d'un aimant permanent qui crée un champ magnétique \vec{B}_0 , radial et de norme constante.

La bobine est solidaire d'une plaque plane, reliée à un support fixe par des liaisons mécanique assimilables à un ressort unique de raideur k ; la plaque est en outre soumise à une force de frottement fluide : $\vec{f} = -a \cdot \vec{v}$ (a : constante positive).

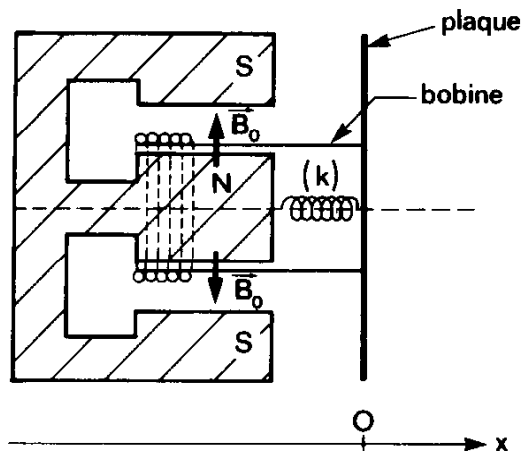


FIGURE 10

On repère la position de l'ensemble (bobine et plaque) mobile en translation rectiligne par l'abscisse de la plaque, l'origine O étant telle que l'abscisse de la plaque au repos, quand aucun courant ne traverse la bobine, soit nulle.

La masse de l'ensemble mobile est M .

On rappelle enfin les caractéristiques électriques (inductance L et résistance r) et géométriques (N , l , d) de la bobine.

A. On admet que les dimensions de la bobine sont telles qu'elle reste toujours soumise à \vec{B}_0 lors de son mouvement.

1. Donner l'expression de la résultante des forces électromagnétiques auxquelles est soumise la bobine lorsqu'elle est parcourue par un courant i . On veillera à préciser soigneusement les conventions algébriques adoptées.
2. Est-il nécessaire de faire intervenir dans ce calcul le champ créé par la bobine elle-même ? Pourquoi ?

3. Établir l'équation différentielle en x du mouvement de l'ensemble (bobine et plaque) quand la bobine est parcourue par le courant i .
4. Montrer que le déplacement de la bobine dans le champ magnétique \vec{B}_0 est la cause d'un phénomène d'induction.

Exprimer la force électromotrice induite aux bornes de la bobine quand celle-ci se déplace le long de Ox . On veillera à préciser clairement les conventions algébriques adoptées.

B. On court-circuite les deux extrémités de la bobine et on impose à la plaque un mouvement :

$$x = X_0 \cdot \cos \omega t.$$

1. Dessiner le schéma électrique équivalent à ce montage.

Donner l'équation différentielle en i du circuit.

En régime permanent, on pose $i = I_0 \cdot \cos(\omega t - \varphi)$. Exprimer I_0 et φ en fonction de B_0 , d , N , X_0 , ω , L et r .

2. Tracer l'allure de la courbe $I_0(\omega)$. Donner l'expression de I_{0l} , valeur limite de I_0 quand ω tend vers l'infini.
3. Expliquer pourquoi le dispositif étudié peut être considéré comme le modèle d'un microphone.

C. On modifie maintenant le montage de la manière suivante : on relie les deux extrémités de la bobine aux bornes d'un générateur basse fréquence qui délivre une tension sinusoïdale : $u = U_0 \cdot \cos \omega t$ mais on n'impose plus de mouvement à la plaque.

1. Dessiner le schéma électrique équivalent à ce montage.

Donner l'équation différentielle qui fait intervenir u , i , di/dt et dx/dt .

2. En déduire l'équation différentielle du troisième ordre vérifiée par $x(t)$.

En régime permanent sinusoïdal, on pose : $x = X_0 \cdot \cos(\omega t - \psi)$. Calculer X_0 et ψ .

3. De quel appareil a-t-on ainsi réalisé un modèle ?

SESSION DE 1991**concours externe
de recrutement de professeurs agrégés****section : sciences physiques**

Option : CHIMIE

Épreuve C
composition de chimie (applications)**Durée : 6 heures**

Ce cahier contient quatre encarts :

- le texte du problème (11 pages);
- les figures des spectres de RMN (4 pages);
- l'annexe 1 (1 page);
- l'annexe 2 (1 page).

Les candidats composeront sur du papier de composition quadrillé 5 × 5

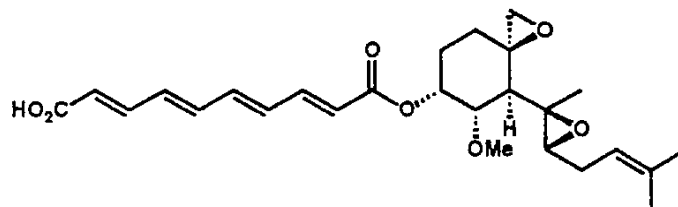
Cette épreuve se compose de deux parties indépendantes. Elle aborde différents aspects de la synthèse organique, en particulier les choix stratégiques et les analyses structurales.

La première partie concerne la synthèse totale d'un antibiotique: la fumagilline.

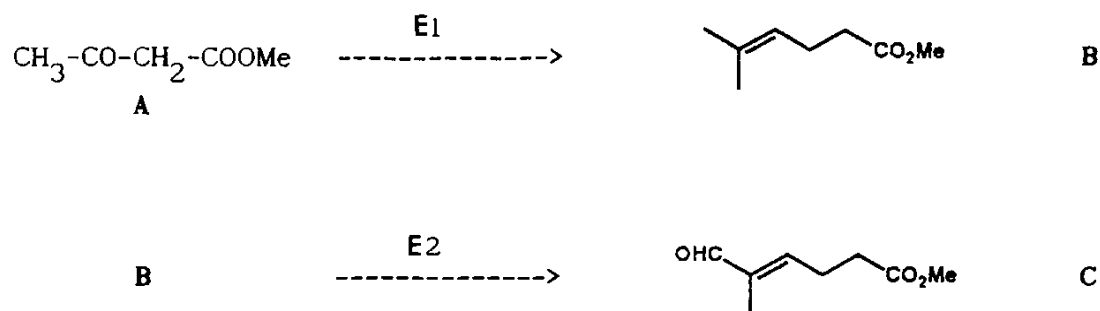
La seconde partie envisage la synthèse d'un nucléoside modifié, analogue de l'AZT, dans le domaine de la recherche pour la lutte contre le SIDA.

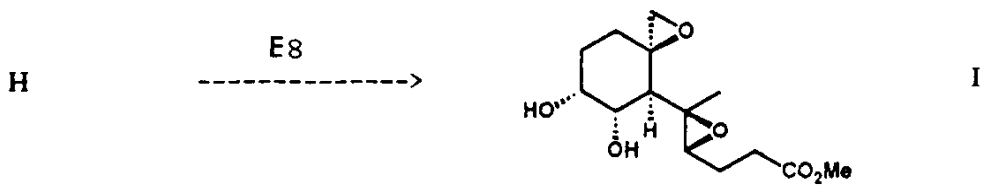
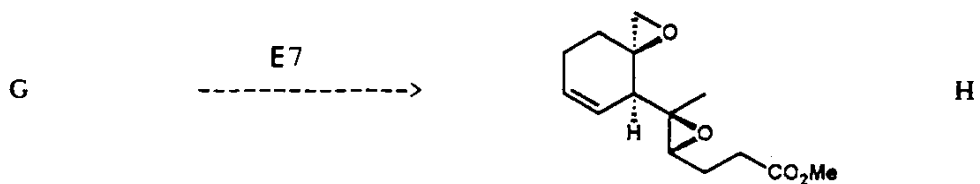
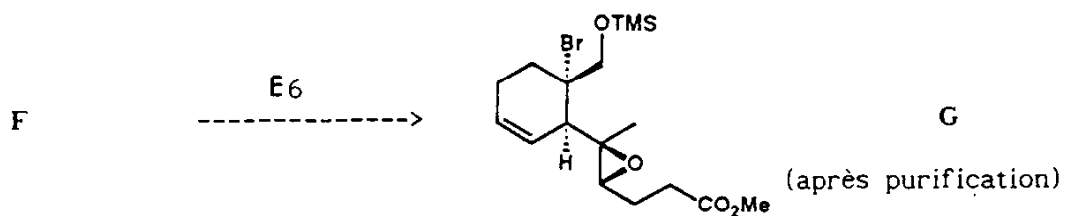
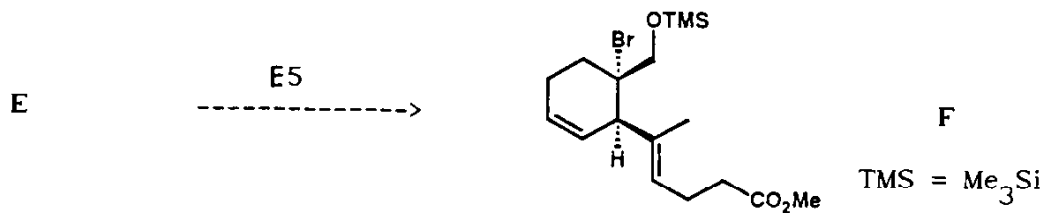
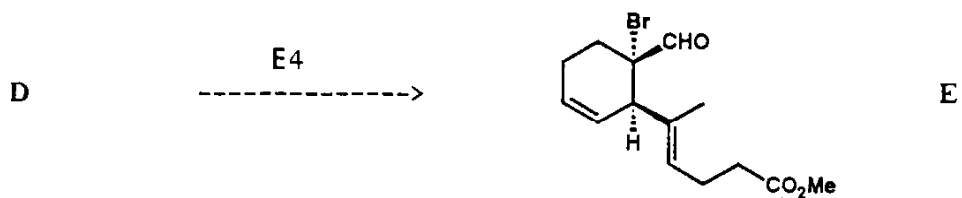
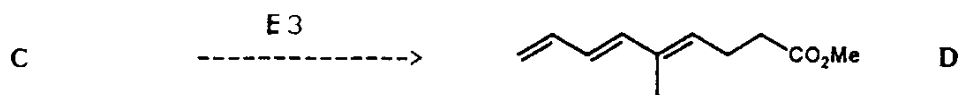
PREMIERE PARTIE: SYNTHESE TOTALE DE LA (±)-FUMAGILLINE.

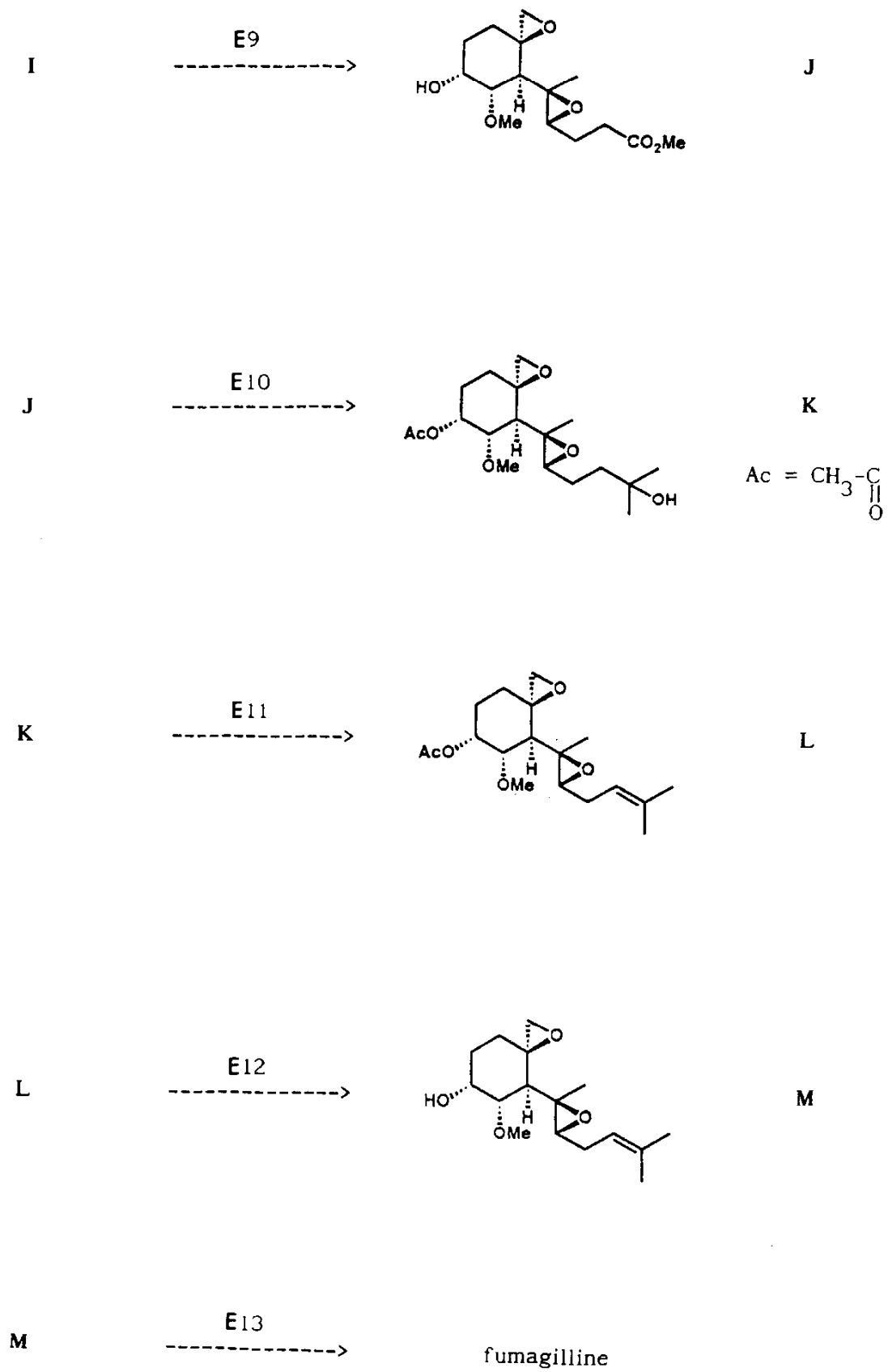
La fumagilline est un antibiotique, isolé à partir d' "Aspergillus fumigatus", qui possède des propriétés antiparasitaires et qui est également utilisé dans le traitement de certaines tumeurs cancéreuses. L' analyse physico-chimique et l'étude par diffraction des rayons X ont permis de lui attribuer la structure suivante:



La synthèse totale en a été réalisée par E. J. COREY et coll. en 1972 en utilisant les transformations ci-après, où chaque étape a été notée E_j (j allant de 1 à 13):







Dans le tableau suivant sont indiqués les réactifs (R_i) et les conditions opératoires nécessaires aux étapes (E_j) de l'enchaînement synthétique précédent.

CONDITIONS OPERATOIRES

1. NaBH_4 , THF aqueux	R_1
2. Me_3SiCl , Et_3N , THF	
OsO_4 , pyridine	R_2
1. MeLi , THF, -78°C	R_3
2. anhydride acétique, pyridine, 50°C	
1. $\text{Ph}_3\text{P}^+-\text{CH}_2-\text{CH}=\text{CH}_2 \text{Br}^-$, BuLi , THF, -20°C	R_4
2. addition du substrat puis chauffage	
1. $(\text{CH}_3)_2\text{C}=\text{CH}-\text{CH}_2\text{Br}$, MeONa	R_5
2. MeONa , MeOH , chauffage, distillation de AcOMe	
1. $\text{Et}(\text{Me})_2\text{CONa}$, THF	R_6
2. MeI	
K_2CO_3 , MeOH	R_7
SeO_2 , 1,2-diméthoxyéthane, eau, chauffage	R_8
$\text{CH}_2=\text{CHBr}-\text{CHO}$, benzène, chauffage	R_9
acide métachloroperbenzoïque, NaHCO_3 , CH_2Cl_2 , 0°C	R_{10}

- | | |
|---|-----------------|
| 1. $\text{CH}_3\text{SO}_2\text{Cl}$, pyridine, THF, -15°C | R_{11} |
| 2. $n\text{-Bu}_4\text{N}^+, \text{Br}^-$; THF | |
| | |
| 1. $n\text{-Bu}_4\text{N}^+, \text{F}^-$; THF | R_{12} |
| 2. MeONa | |
| | |
| 1. MeLi | R_{13} |
| 2. $\text{HOOC}-(\overset{\text{E}}{\text{CH}=\text{CH}})_4\text{-COCl}$ | |

I. Associer chaque ensemble de réactifs R_i avec chaque étape de synthèse E_j , sous forme d'un tableau.

II. Expliciter les étapes suivantes en indiquant les mécanismes réactionnels correspondants.

II.1. Etape E_1

II.2. Etape E_3

II.3. Etape E_4 . Justifier la stéréochimie du produit obtenu.

II.4. Etape E_5

II.5. Etape E_6 . Commenter la stéréochimie du produit G.

II.6. Etape E_7 . Comparer avec l'étape E_6 .

II.7. Etape E_8 . Justifier la stéréochimie de I.

II.8. Etape E_9 .

II.9. Etape E_{10} .

II.10. Etape E_{11} .

II.11. Etape E_{12} .

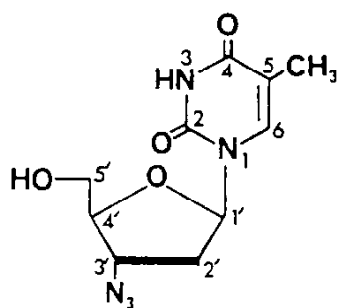
II.12. Etape E_{13} .

DEUXIEME PARTIE: SYNTHESE D'UN NUCLEOSIDE MODIFIE

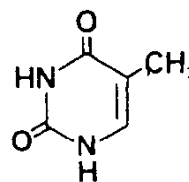
Depuis l'extension de la maladie du SIDA le monde industriel et scientifique poursuit avec le maximum de diligence la recherche de substances susceptibles de combattre les virus responsables de cette infection.

Parmi les composés testés, la 3'-azido-3'-désoxythymidine (AZT) s'est révélée porteuse d'un grand espoir pour certains patients. Cependant, étant donné la toxicité de ce composé et sa faible durée de vie dans l'organisme, il devient nécessaire de trouver des analogues présentant de meilleures qualités thérapeutiques.

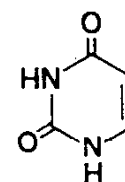
SYNTHESE D'UN ANALOGUE DE L'AZT.



AZT



thymine



uracile

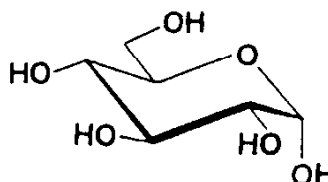
Le remplacement de l'atome d'oxygène du cycle furanique par un atome de soufre permettrait éventuellement de diminuer la sensibilité du composé aux nucléases et d'accroître ainsi sa durée de vie dans l'organisme.

Cette synthèse se fera en trois temps:

- a- introduction de l'atome de soufre,
- b- couplage avec la thymine,
- c- introduction du groupement azido.

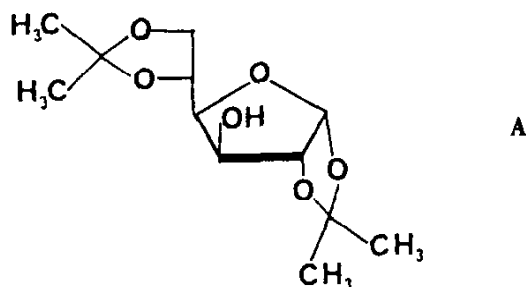
I. INTRODUCTION DU SOUFRE.

La matière première utilisée est l' α -D-glucose:



I.1. Quelle est la configuration absolue des atomes de carbone asymétriques ?

I.2. Certains groupes hydroxyle peuvent être protégés par la formation de cétal cyclique. Dans le cas du glucose un traitement par l'acétone en milieu acide fournit le dérivé **A** ci-dessous :



I.2.1. Expliciter le mécanisme de la réaction ayant eu lieu entre l'acétone et le glucose.

I.2.2. Comment peut-on expliquer le fait que le glucose ne reste pas sous forme pyranique ?

I.3. Le composé **A** est traité par le chlorure de méthanesulfonyle ($\text{CH}_3\text{SO}_2\text{Cl}$) en solution dans la pyridine pour fournir un intermédiaire **B**. Celui-ci, traité par l'iodure de sodium dans l'acétone, fournit **C** de formule $\text{C}_{12}\text{H}_{19}\text{IO}_5$. Ce composé est soumis à l'action de l'hydrogène en présence de nickel de Raney, ce qui fournit **D**: $\text{C}_{12}\text{H}_{20}\text{O}_5$, qui ne présente pas de bande en infra-rouge dans la région 3300 cm^{-1} . Dans le spectre de RMN ^1H on constate la présence de deux signaux vers 1,6 (1 H) et 1,8 ppm (1 H).

I.3.1. Expliciter les transformations **A** \rightarrow **B** \rightarrow **C**

I.3.2. Donner les formules développées de **B**, **C** et **D**.

I.3.3. A quels atomes correspondent les signaux de RMN ^1H mentionnés au I.3. et quel est leur aspect prévisible ?

I.4. L'utilisation de l'acide tétrafluoroborique permet, de façon générale, l'hydrolyse sélective des cétales protégeant un groupe hydroxyle primaire.

Lorsque **D** est traité par ce réactif, on obtient le composé **E** après départ d'une molécule d'acétone. Celui-ci est traité successivement par un équivalent de chlorure de benzoyle puis par un équivalent de chlorure de paratoluènesulfonyle, dans la pyridine. Après traitement on isole un dérivé cristallisé **F** dont on donnera la formule.

I.5. Le composé **F** est soumis à l'action d'un équivalent de méthanolate de sodium dans le méthanol ce qui conduit à l'obtention de **G**, de benzoate de méthyle que l'on peut éliminer par distillation sous pression réduite et de tosylate de sodium.

I.5.1. Indiquer le mécanisme de formation et la formule développée de **G**.

I.5.2. L'analyse du composé **G** par RMN ^1H et ^{13}C a permis d'obtenir les spectres de corrélation (COSY) homo- et hétéronucléaire.

L'analyse de tels spectres permet en général de déterminer:

a- d'une part si des atomes d'hydrogène sont couplés. Dans ce cas une tache de corrélation apparaît à l'intersection des projections des spectres de RMN ^1H , suivant deux directions orthogonales (voir comme exemple la figure 1);

b- d'autre part de déterminer quels atomes d'hydrogène et de carbone sont liés. Dans ce cas une tache de corrélation apparaît à l'intersection des projections des spectres de RMN ^1H et ^{13}C du composé (voir comme exemple la figure 2).

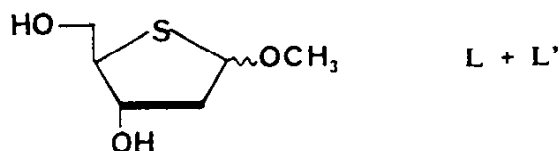
En utilisant ici les spectres de corrélation de même type obtenus pour le composé **G** (figures 3 et 4), attribuer les déplacements chimiques de chacun des atomes de carbone et d'hydrogène de cette molécule.

I.6. Le composé **G** traité par le thiocyanate de potassium conduit à la formation de **H** de formule $\text{C}_9\text{H}_{14}\text{O}_3\text{S}$ et de cyanate de potassium (KOCN). On note dans le spectre de RMN ^1H la présence de deux signaux entre 2,2 et 2,6 ppm,

comme dans le spectre de **G**. Préciser le mécanisme mis en jeu, sa stéréochimie, ainsi que la formule développée de **H**.

I.7. Ce dérivé **H** est traité par de l'anhydride acétique en présence d'acétate de sodium ce qui fournit **I** de formule $C_{13}H_{20}O_6S$ dont on précisera la formule ainsi que la configuration absolue des centres chiraux présents dans cette molécule.

I.8. Le composé **I** est traité par de l'acide acétique aqueux à 50%, ce qui libère une molécule d'acétone et fournit l'intermédiaire **J**: $C_{10}H_{16}O_6S$. Après traitement de celui-ci par du périodate de potassium on isole un composé **K**: $C_9H_{14}O_5S$ qui présente une bande d'absorption intense dans son spectre IR vers 1720 cm^{-1} . Le traitement de **K** par du méthanol en milieu acide permet d'isoler finalement un mélange d'anomères **L** et **L'** de formule:



Expliciter la suite de transformations permettant de passer de **I** à **L** et **L'**.

I.9. Traités avec deux équivalents de chlorure de paraméthylbenzoyle, dans la pyridine, **L** et **L'** fournissent un mélange d'isomères **M** et **M'** qui sera utilisé directement pour la suite. Donner les formules de **M** et **M'** ainsi que la configuration absolue des centres chiraux présents dans ces composés.

II. COUPLAGE AVEC LA THYMINE

II.1. La thymine peut être préparée à partir de l'uracile, dont la synthèse totale se fait aisément à partir d'acide propynoïque et d'urée (2HN-CO-NH_2) en présence d'acide phosphorique. Proposer un mécanisme de formation de l'uracile à partir de ces deux composés.

II.2. L'uracile traitée par le brome en milieu aqueux fournit un dérivé, noté ici **U-Br**, de formule $C_4H_3BrN_2O_2$.

II.2.1. Expliciter le mécanisme mis en jeu.

II.2.2. Justifier la position du brome.

II.2.3. Ce dérivé peut-il subir facilement une substitution nucléophile du brome ? Justifier.

II.3. Ecrire les formules mésomères de la thymine. Que peut-on en déduire quant au caractère nucléophile comparé des deux atomes d'azote ?

II.4. On réalise la condensation entre le mélange **M + M'** et la thymine en présence d'un acide de Lewis tel que $SnCl_4$. On obtient alors un mélange anomérique de nucléosides **N** et **N'** dans des proportions voisines.

II.4.1. Quel est le rôle de $SnCl_4$?

II.4.2. Quel est la nature de l'intermédiaire réactionnel formé et comment expliquer sa stabilité ?

II.4.3. Donner la formule de **N** et **N'**.

II.5. Le mélange **N + N'** est séparé par recristallisation et seul l'anomère **N**, de configuration β est conservé pour la suite. Le composé **N** est traité par une solution d'ammoniac dans le méthanol, ce qui conduit à **O** de formule $C_{10}H_{14}N_2O_4S$ et à un sous-produit **O'** dont on précisera la formule et la provenance.

III. INTRODUCTION DU GROUPE AZIDO

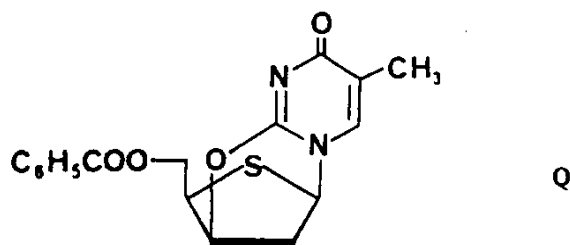
III.1.. Le composé **O** est alors soumis à la réaction de MITSUNOBU qui met en jeu un composé acide, de la triphénylphosphine (Ph_3P), de l'azodicarboxylate de diéthyle $EtOOC-N=N-COOEt$ (ADDE) et un alcool.

Dans une première étape Ph_3P réagit avec l'ADDE dont la double liaison est électrodéficiente. L'intermédiaire formé peut alors capter un proton fournit par l'acide présent et conduire à un sel de phosphonium. Ce sel peut subir l'attaque nucléophile de l'alcool présent dans le milieu et fournir un sel d'alkoxyphosphonium, qui à son tour peut subir l'attaque nucléophile de l'anion de l'acide restant d'autant plus facilement que le groupe partant est l'oxyde de triphénylphosphine.

III.1.1. Expliciter les intermédiaires réactionnels des diverses étapes décrites ci-dessus.

III.1.2. Ecrire le résultat de la réaction lorsque le substrat **O** est soumis à ce type de réaction en présence d'un équivalent d'acide benzoïque, ce qui fournit le composé **P**.

III.2. Lorsque le composé **P** est traité à nouveau dans les conditions de MITSUNOBU en l'absence d'acide, on isole un composé tricyclique **Q** de formule:



Comment peut-on interpréter la formation et la stéréochimie de ce composé ?

III.3. Ce composé **Q** est traité par un excès d'azoture de lithium dans la diméthylformamide à reflux. Après 24 heures de réaction et traitement on isole un composé **R** dont la saponification conduit au nucléoside désiré.

III.3.1. Quelle est la formule de **R** ?

III.3.2. Quelles sont les formes mésomères du groupe N_3 ?

III.3.3. Comment peut-on caractériser la présence de ce groupe dans la molécule ?

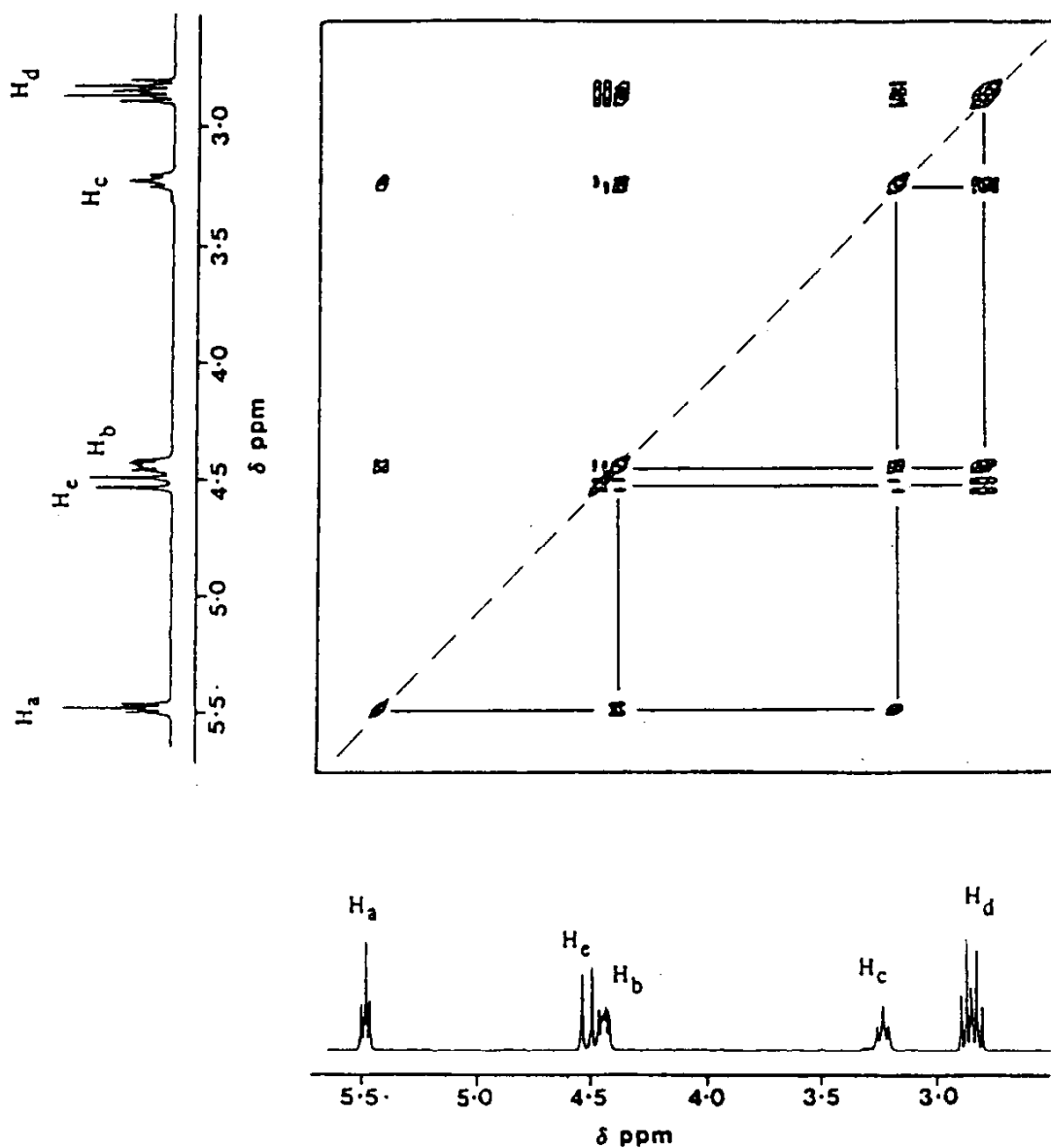


FIGURE 1

SPECTRE DE CORRELATION HOMONUCLEAIRE $^1\text{H}-^1\text{H}$

On observe les couplages suivants:

H_a avec H_b et H_c ; H_b avec H_a , H_c , H_d et H_e ; H_c avec H_a , H_b , H_d et H_e ; H_d avec H_b , H_c et H_e ; H_e avec H_b , H_c et H_d .

On remarquera d'autre part que le spectre présente une symétrie par rapport à la diagonale. Seules les taches de corrélation situées en dehors de cette diagonale sont à considérer.

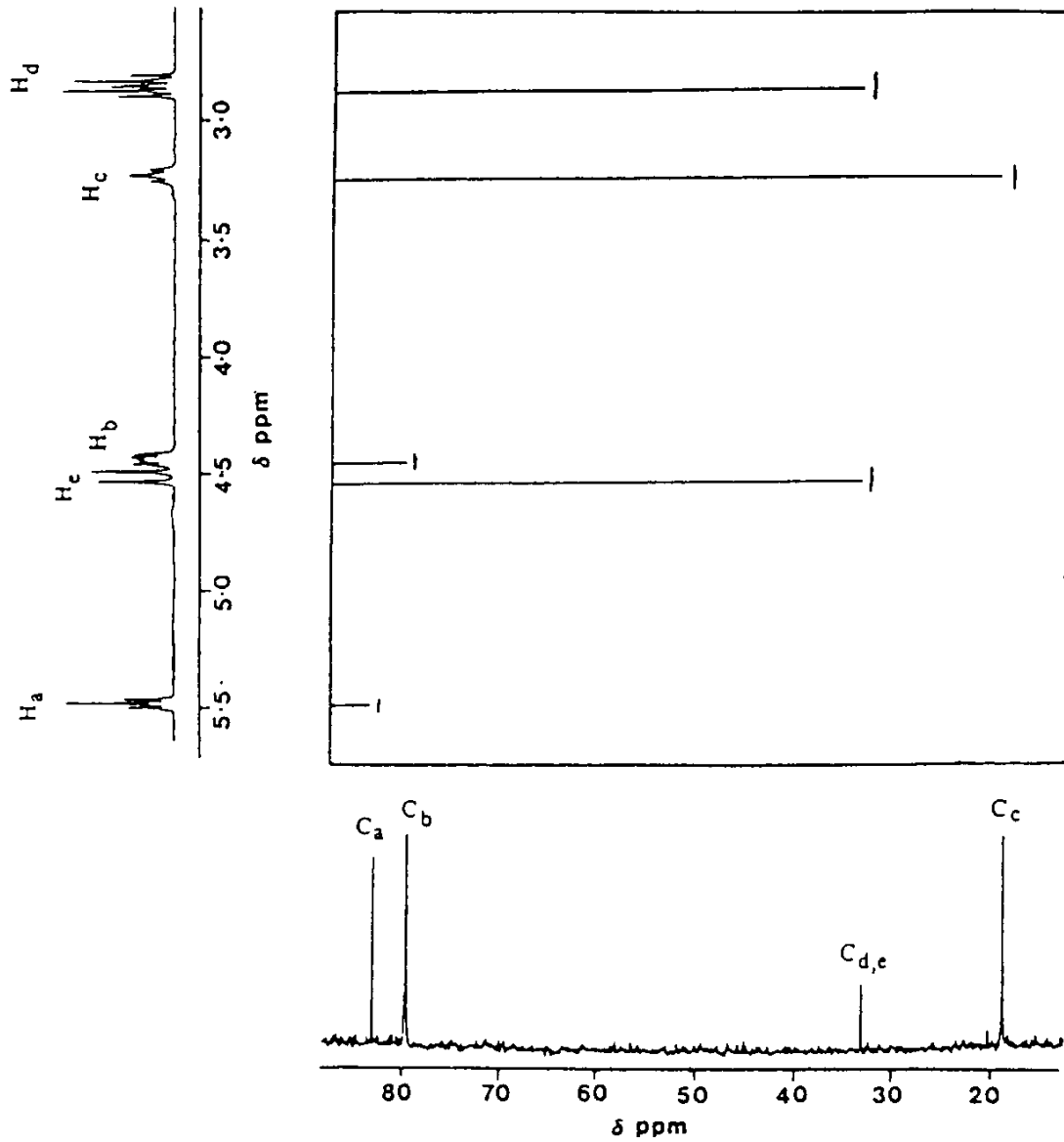


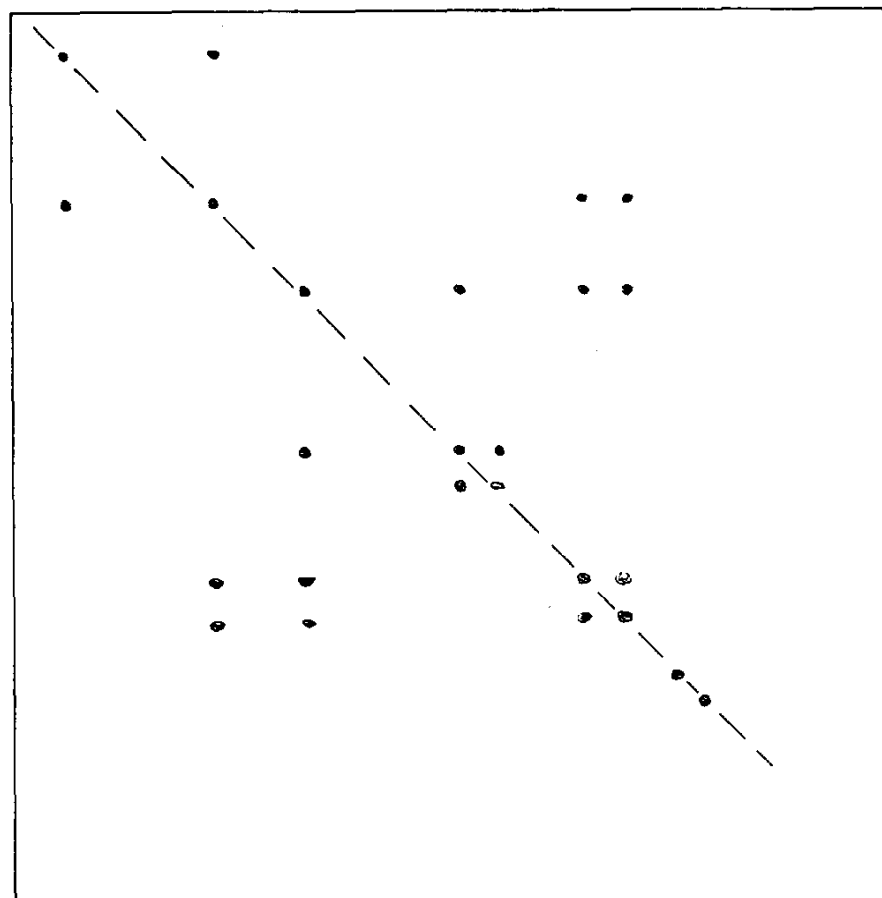
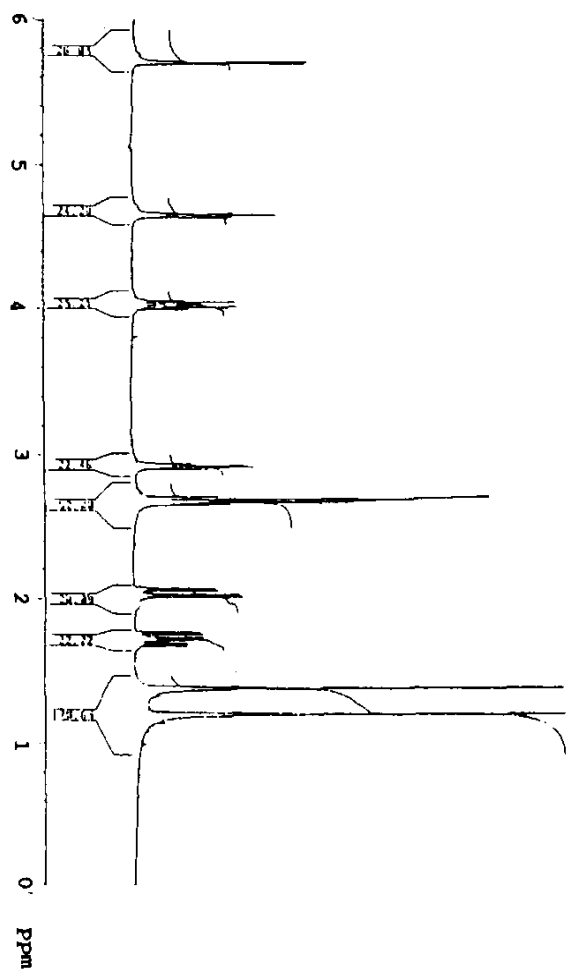
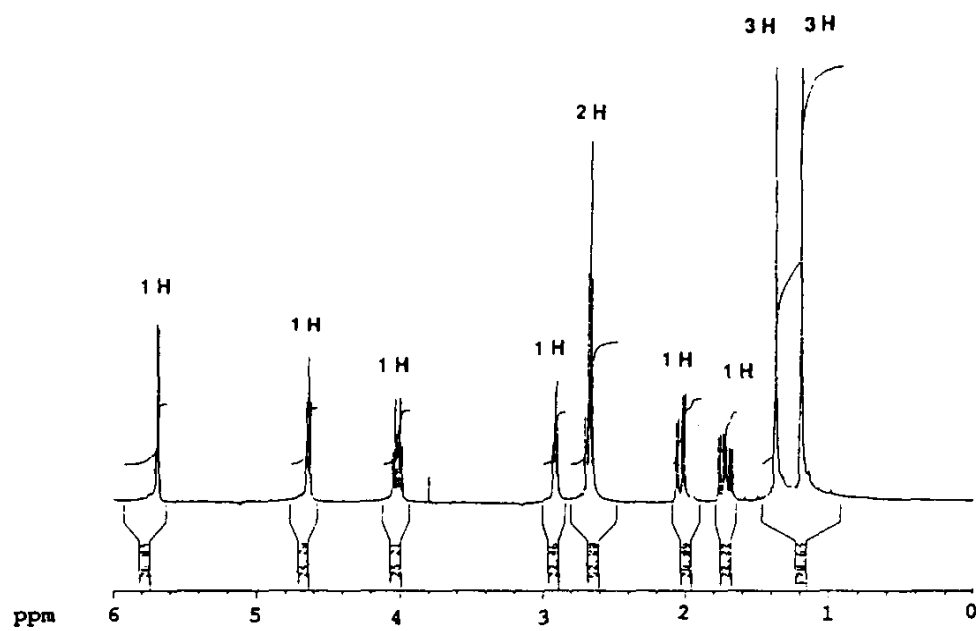
FIGURE 2

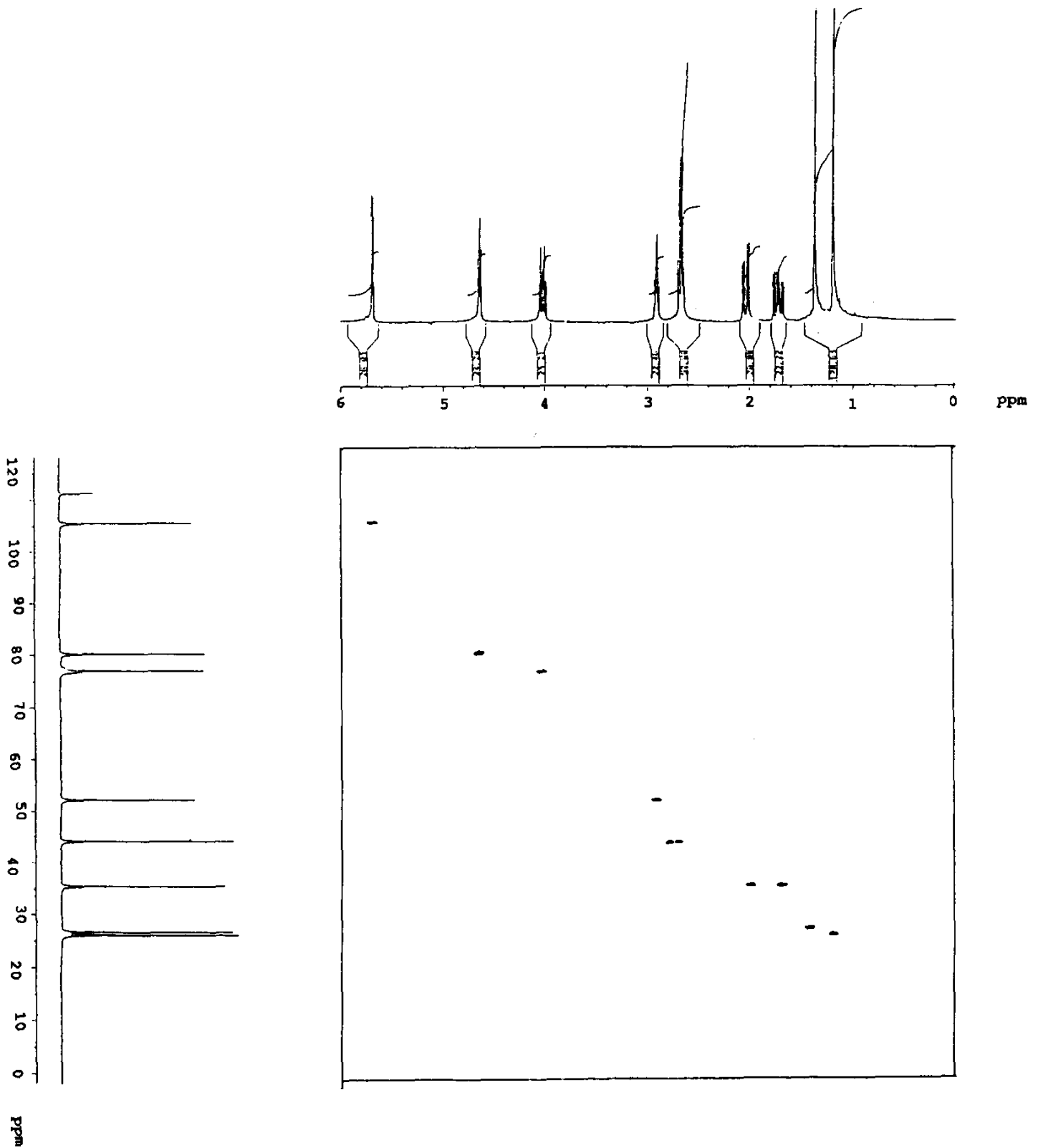
SPECTRE DE CORRELATION HETERONUCLEAIRE ^1H - ^{13}C

Le spectre de RMN ^{13}C présenté ici est réalisé dans des conditions où le couplage carbone-proton est éliminé.

On observe que chaque atome de carbone porte l'hydrogène ayant le même indice à l'exception du carbone $\text{C}_{d,e}$ qui porte les atomes d'hydrogène H_d et H_e .

FIGURE 3

SPECTRE DE CORRELATION HOMONUCLEAIRE ^1H - ^1H DU COMPOSE G

SPECTRE DE CORRELATION HETERONUCLEAIRE ^1H - ^{13}C DU COMPOSE G

ANNEXE 1

Déplacements chimiques δ (en ppm) pour les principaux types de protons en RMN ^1H .

Les déplacements sont indiqués par rapport au tétraméthylsilane (TMS) dans le tétrachlorure de carbone.

δ en ppm	types de protons
0,5 - 2,0	CH_3 , CH_2 , CH, cycloalkyles
1,8 - 2,2	époxydes
2,0 - 3,5	$-\text{C}\equiv\text{C}-\text{H}$
	CH_3-X , CH_2-X , $\text{CH}-\text{X}$ avec $\text{X} = \text{N}$, $\text{C}=\text{O}$, Br
3,5 - 4,5	idem avec $\text{X} = \text{Cl}$, F, O
4,5 - 7,5	$\text{C}=\text{CH}$
6,5 - 8,0	C-H aromatiques
9,0 - 10,0	C-H aldéhydiques
9,5 - 14,0	O-H acides

ANNEXE 2

Déplacements chimiques δ (en ppm) pour les principaux types d'atomes de carbone en RMN ^{13}C .

δ en ppm	type de carbone fonctionnel
0 - 30	C de groupe alkyle
40 - 60	$\text{CH}_2\text{-O}$
70 - 80	CH-O
100 - 120	O-C-O (carbone tri ou tétrasubstitué)

SESSION DE 1991

concours externe de recrutement de professeurs agrégés

section : sciences physiques

option : physique appliquée

Épreuve A

composition de physique

Durée : 5 heures

L'usage de la calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alphanumérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, et autorisé conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Le sujet de cette composition est extrait du programme défini dans la note parue au Bulletin officiel du 12 octobre 1989.

Pour chaque question de cours, on attend du candidat un exposé clair et didactique qui traite complètement le sujet selon le schéma proposé, sans considération de niveau

Le barème de correction tiendra le plus grand compte des applications numériques.

Si au cours de l'épreuve un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre pour cela.

ÉTUDE D'UN SATELLITE GÉOSTATIONNAIRE

On se propose de faire une étude simplifiée des problèmes posés par la mise en orbite et par les différents contrôles à assurer pour obtenir un fonctionnement correct d'un satellite géostationnaire.

Les parties A et B traitent de la mise en orbite et de l'évolution de cette orbite sous l'action de potentiels perturbateurs. Elles ne font appel qu'au programme de mécanique. La partie C analyse le problème du contrôle thermique et est largement indépendante des précédentes : seules les caractéristiques d'un satellite géostationnaire sont à connaître. La partie D, qui ne met en jeu que des connaissances d'optique, étudie un des dispositifs susceptibles d'être utilisés pour le contrôle d'attitude du satellite. Elle est totalement indépendante des parties A, B et C.

DONNÉES PHYSIQUES

On désignera par :

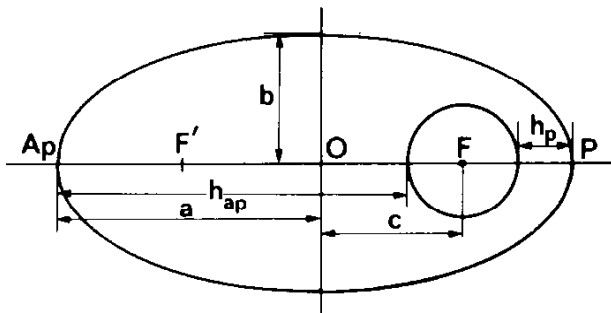
c	la vitesse de la lumière dans le vide	$c = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
h	la constante de Planck	$h = 6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$.
k	la constante de Boltzmann	$k = 1,381 \cdot 10^{-23} \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$.
N	le nombre d'Avogadro	$N = 6,022 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$.
G	la constante de gravitation	$G = 6,672 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$.
σ	la constante de Stefan	$\sigma = 5,670 \cdot 10^{-8} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{K}^{-4}$.
M_T	la masse de la Terre	$M_T = 5,974 \cdot 10^{24} \text{ kg}$.
R_T	le rayon de la Terre	$R_T = 6378 \text{ km}$.
T_T	la période de rotation de la Terre	$T_T = 23 \text{ h } 56 \text{ min } 4 \text{ s}$.
g	l'accélération de la pesanteur à la surface de la Terre	$g = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

DONNÉES MATHÉMATIQUES

(pour les parties A et B)

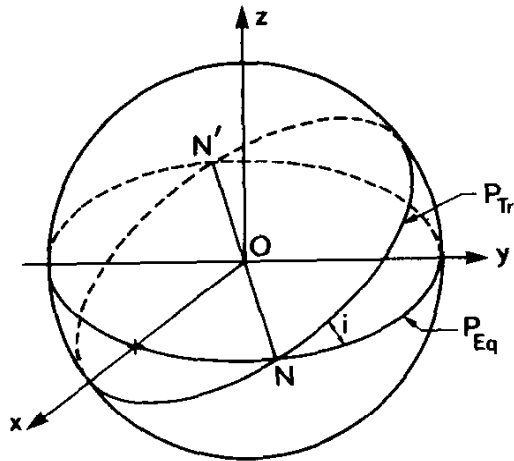
Paramètres de forme d'une trajectoire elliptique :

- F et F' foyers : $OF = OF' = c$.
 P périhélie.
 A_p aphélie.
 h_p altitude du périhélie.
 h_{A_p} altitude de l'aphélie.
 a demi-grand axe.
 b demi-petit axe.
 e excentricité $e = c/a$.
 PA_p ligne des apsides.



Paramètres de plan :

- P_{Eq} plan de l'équateur.
 P_{Tr} plan de la trajectoire.
 N et N' intersections de P_{Tr} avec l'équateur.
 La droite NN' est la ligne des nœuds.
 i inclinaison, angle entre P_{Eq} et P_{Tr} .

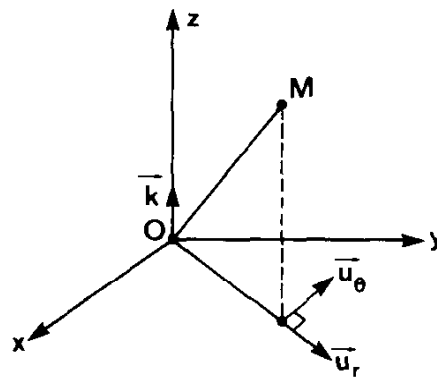


Expression du gradient en coordonnées cylindriques :

$$\overrightarrow{OM} = r \cdot \overrightarrow{u}_r + z \cdot \overrightarrow{k}.$$

U est une fonction scalaire de r, θ, z :

$$\overrightarrow{\text{grad}} U = \frac{\partial U}{\partial r} \overrightarrow{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial \theta} \overrightarrow{u}_\theta + \frac{\partial U}{\partial z} \overrightarrow{k}.$$



On rappelle :

$$\int_0^{\infty} \frac{y^3 dy}{e^y - 1} = \frac{\pi^4}{15}.$$

PARTIE A

MISE EN ORBITE D'UN SATELLITE GÉOSTATIONNAIRE

Dans cette partie on utilisera le référentiel géocentrique R considéré comme galiléen. La Terre sera supposée à symétrie sphérique et les interactions du satellite avec les autres corps célestes seront négligées.

On appelle satellite géostationnaire un satellite qui tourne dans le sens de rotation de la Terre avec la même vitesse angulaire et qui apparaît fixe de tout point à la surface de la Terre.

A.I. Cours

A.I.1. *Définitions et propriétés des référentiels.*

A.I.1.a. Donner la définition des référentiels galiléens.

A.I.1.b. Rappeler la définition et les propriétés des référentiels de Copernic, géocentrique, terrestre.

A.I.1.c. Définir le référentiel barycentrique et donner ses propriétés.

A.I.2. *Interaction gravitationnelle.*

A.I.2.a. Définir le champ de gravitation terrestre.

A.I.2.b. Exprimer ce champ de gravitation au voisinage de la Terre à l'altitude h en fonction de la masse de la Terre M_T et de son rayon R_T .

A.I.2.c. Exprimer le potentiel de gravitation à cette altitude.

A.I.3. *Système isolé de deux particules en interaction attractive.*

M_1 et M_2 sont deux particules de masses M et m animées dans le référentiel R de vitesses \vec{V} et \vec{v} . On pose $\overline{M_1 M_2} = \vec{r}$ et dans la suite on posera $k = GMm$ ($G =$ constante de gravitation).

A.I.3.a. Définir la vitesse relative \vec{v}_r des deux particules.

A.I.3.b. Définir la masse réduite μ du système en fonction des masses M et m des deux particules. Cas particulier où $M \gg m$. On se placera dans ce cas pour la suite du problème et on étudiera le mouvement du mobile réduit.

A.I.3.c. Rappeler les propriétés du moment cinétique. Quelles sont les conséquences pour la loi du mouvement ? On se placera en coordonnées cylindriques u_r, u_θ, u_z .

A.I.3.d. Établir les formules de Binet reliant la vitesse et l'accélération à la fonction $u = \frac{1}{r}$ et à ses dérivées par rapport à l'angle polaire : $u' = \frac{du}{d\theta}$ et $u'' = \frac{d^2u}{d\theta^2}$.

A.I.3.e. Dédurre de ces formules l'équation polaire de la trajectoire dans le cas d'une ellipse et montrer qu'elle peut se mettre sous la forme $r = \frac{p}{1 + e \cos \theta}$ où p est le paramètre de l'ellipse et e son excentricité.

- A.I.3.f. Établir les relations entre les éléments de l'ellipse : a demi-grand axe, b demi-petit axe, c distance du centre de l'ellipse aux foyers, e excentricité et p paramètre. Calculer la période de révolution T en fonction de a , G et M .
- A.I.3.g. Exprimer l'énergie du mobile sur la trajectoire et en déduire l'expression de sa vitesse en fonction de k , m , r et a .

A.II. Satellite en orbite circulaire

- A.II.1. Exprimer en fonction de G , M_T , R_T et h la vitesse d'un satellite de masse m qui décrit une orbite circulaire autour de la Terre à l'altitude h . Calculer sa période de révolution.
Calculer numériquement quelles seraient sa période et sa vitesse à l'altitude $h = 0$.
- A.II.2. Exprimer son énergie cinétique, son énergie potentielle et son énergie totale dans le champ de gravitation terrestre en fonction de G , M_T , m et de $r = R_T + h$.
- A.II.3. Déterminer l'altitude h et l'inclinaison i du plan de la trajectoire pour que le satellite soit géostationnaire. Quelle est alors sa vitesse orbitale v_s ?
- A.II.4. Déterminer, pour un observateur terrestre, la latitude limite de visibilité de ce satellite. Quel est l'intérêt de ce type de satellite ?

A.III. Mise en orbite

La mise en orbite d'un satellite géostationnaire à l'aide d'un lanceur type Ariane est réalisée de la façon suivante :

- le lanceur injecte le satellite au *périgée* d'une orbite de transfert elliptique d'inclinaison i avec la vitesse requise pour permettre une « circularisation » de l'orbite à partir de l'*apogée* de cette orbite de transfert ;
- le satellite réalise la « circularisation » de l'orbite et la correction d'inclinaison à l'aide de son « moteur d'apogée » en appliquant un incrément de vitesse convenable à l'apogée de l'orbite de transfert.

A.III.1. Le lanceur injecte le satellite au périgée de l'orbite de transfert à une altitude $h_p = 200$ km.

A.III.1.a. Déterminer quelle doit être la vitesse \vec{v}_p du satellite à l'injection au périgée de l'orbite de transfert pour que l'altitude de l'apogée h_{Ap} corresponde à l'altitude d'une orbite géostationnaire. Calculer h_{Ap} .

A.III.1.b. Quels sont les paramètres a et e de l'orbite de transfert ?

A.III.1.c. Quelle est la vitesse $\overline{v_{Ap}}$ du satellite à l'apogée de l'orbite de transfert ?

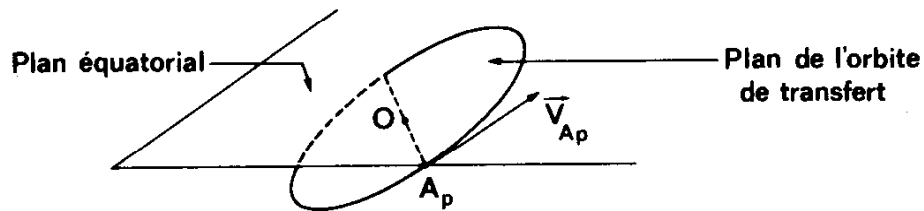
A.III.1.d. Quelles sont les conséquences d'une erreur sur la vitesse d'injection \vec{v}_p ?

Calculer la variation d'altitude de l'apogée et l'écart entre la période obtenue et la période souhaitée dans le cas d'une erreur sur le module de v_p de 1 m/s.

A.III.2. Le satellite est lancé à partir d'un pas de tir situé à une latitude Φ . Montrer qu'en l'absence de manœuvre particulière de correction d'inclinaison de l'orbite de transfert, l'inclinaison de celle-ci est au moins égale à la latitude du pas de tir.

Quel est l'apport de vitesse dû à la rotation de la Terre ?

A.III.3. La circularisation de l'orbite et la correction d'inclinaison peuvent être réalisées simultanément à condition que la ligne des nœuds coïncide avec la ligne des apsides, ce qui est réalisé en injectant le satellite sur l'orbite circulaire à une traversée du plan équatorial.



A.III.3.a. Dans ces conditions, déterminer en fonction de \vec{v}_{Ap} , \vec{v}_s et i quel doit être l'incrément de vitesse $\overline{\Delta v}$ à appliquer pour amener le satellite sur l'orbite géostationnaire.

A.III.3.b. Calculer $\overline{\Delta v}$ pour les trois bases de lancement suivantes :

Kourou	$\Phi = 5,23^\circ$;
Cap Kennedy	$\Phi = 28,5^\circ$;
Baïkonour	$\Phi = 46^\circ$.

A.III.4. L'incrément de vitesse $\overline{\Delta v}$ est fourni par le moteur d'apogée solidaire du satellite. C'est un dispositif à réaction qui brûle un combustible et éjecte des gaz à grande vitesse. On suppose que ce moteur délivre une poussée constante \vec{f} si le débit massique d_m du mélange propulsif est constant.

On désigne par :

\vec{V}_e la vitesse des gaz par rapport au moteur ;

m_i la masse totale du satellite avant la mise en marche du moteur ;

m_f la masse du satellite en fin de poussée ;

g l'accélération de la pesanteur sur Terre.

A.III.4.a. En appliquant la relation fondamentale de la dynamique, exprimer la relation entre \vec{f} , \vec{V}_e et d_m .

A.III.4.b. On appelle impulsion spécifique I_{SP} l'impulsion $f dt$ communiquée au satellite pendant un instant dt par l'unité de poids de propergol (mesuré sur Terre) consommé pendant le même instant. Montrer que I_{SP} s'exprime en secondes. Établir son expression en fonction de V_e et de g .

A.III.4.c. Exprimer en fonction de I_{SP} , g , m_i , m_f l'incrément de vitesse obtenu au cours de la manœuvre.

A.III.4.d. Déterminer la masse de propergol d'impulsion spécifique 310 s nécessaire pour la mise en orbite géostationnaire d'un satellite de masse totale $m_i = 1\,000$ kg aux trois latitudes de tir de A.III.3.b. En déduire la masse effectivement satellisée dans ces trois cas. Conclusion.

PARTIE B

ÉVOLUTION D'ORBITE

La non-sphéricité du potentiel d'attraction terrestre entraîne des perturbations de l'orbite du satellite. (La partie B.I. est indépendante des parties B.II. et B.III.)

B.I. Influence de l'aplatissement de la Terre

L'aplatissement de la Terre est à l'origine d'un potentiel perturbateur qui s'ajoute au potentiel à symétrie sphérique. Le potentiel d'attraction global est représenté par la fonction :

$$U = -\left(\frac{GM_T}{r}\right) \left[1 - A \left(\frac{R_T}{r}\right)^2 \left(\frac{3}{2} \sin^2 \Phi - \frac{1}{2} \right) \right].$$

R_T rayon terrestre;

r distance du centre de la Terre au satellite;

Φ latitude;

A est une constante sans dimension, de valeur $A = 1,0829 \cdot 10^{-3}$.

B.I.1. Écrire les équations différentielles du mouvement du satellite en coordonnées cylindriques sachant que l'orbite initiale est équatoriale.

B.I.2. Exprimer la vitesse angulaire du satellite dans le cas d'une orbite circulaire en fonction de r , R_T , M_T , G et A .

B.I.3. On appelle orbite osculatrice l'orbite que décrirait le satellite si, à l'instant t , on supprimait toutes les perturbations.

Déterminer le demi-grand axe a et l'excentricité e de l'orbite osculatrice à la trajectoire du satellite.

B.II. Influence de l'ellipticité de la section équatoriale de la Terre : dérive en longitude

Si on tient compte du fait que la section équatoriale de la Terre n'est pas circulaire mais elliptique, le potentiel d'attraction peut être représenté par la fonction :

$$U = -\left(\frac{GM_T}{r}\right) \left[1 + \left(\frac{R_T}{r}\right)^2 \left\{ -\frac{A}{2} + 3B \cos 2(L - L_0) \right\} \right].$$

R_T rayon de la Terre;

r distance du centre de la Terre au satellite;

L longitude du point de stationnement du satellite mesurée à partir du méridien de Greenwich;

$L_0 = -15^\circ$;

A constante liée à l'aplatissement de la Terre, $A = 1,0829 \cdot 10^{-3}$;

B constante sans dimension liée à l'ellipticité, $B = 1,86 \cdot 10^{-6}$.

B.II.1. Montrer que le potentiel perturbateur crée une accélération tangentielle que l'on calculera.

B.II.2. En déduire, en admettant que le rayon est pratiquement constant et égal au rayon de l'orbite due au potentiel à symétrie sphérique, que l'accélération angulaire subie par le satellite peut se mettre sous la forme :

$$\frac{d^2L}{dt^2} = k^2 \sin 2(L - L_0)$$

dans laquelle on précisera la valeur de k .

(Dans ces conditions d'approximation on néglige les déformations étudiées au B.I.)

Montrer qu'il y a deux points d'équilibre stable et deux points d'équilibre instable dont on donnera les longitudes.

B.II.3. Dans la suite on repérera les longitudes du satellite par rapport à un point d'équilibre stable $L_{ES} = \Lambda_0$. Donner l'expression de l'accélération tangentielle en fonction de Λ où Λ est la longitude mesurée par rapport au point d'équilibre stable. ($\Lambda = L - \Lambda_0$).

Établir une intégrale première reliant $\frac{d\Lambda}{dt}$ à Λ .

B.II.4. Le satellite doit être maintenu à une longitude nominale Λ_N mesurée par rapport à la position d'équilibre stable désignée par O_{Λ_0} la plus proche. En fait on tolère autour de cette position une fenêtre de dérive limitée par les points C et C', de largeur ε , centrée sur Λ_N , C étant le point le plus éloigné de O_{Λ_0} . On précise que ε est toujours inférieur à 1 degré.

On appelle δ la longitude mesurée à partir de Λ_N .

Montrer, en négligeant les termes du second ordre en δ , que δ vérifie l'équation :

$$\left(\frac{d\delta}{dt}\right)^2 + 2k^2\delta \sin 2\Lambda_N = \text{constante.}$$

Déterminer la valeur de la constante sachant que $\frac{d\delta}{dt} = 0$ au point C. Tracer la courbe Γ représentant $\frac{d\delta}{dt}$ en fonction de δ .

B.III. Correction de la dérive en longitude

À la mise en orbite le satellite est placé au bord C de la fenêtre à la longitude $\Lambda_N + \frac{\varepsilon}{2}$ à partir duquel il dérive vers le point d'équilibre stable en passant par sa position de longitude nominale Λ_N jusqu'au point C' où on lui communique un incrément de vitesse qui le ramène en C et le cycle recommence. Soient B et D les points sur la courbe Γ correspondant respectivement à C et C'.

B.III.1. Calculer la valeur de $\frac{d\delta}{dt}$ au point D.

B.III.2. Déterminer l'incrément de vitesse $\overrightarrow{\Delta v_j}$ que l'on doit communiquer au satellite pour le ramener de C' en C.

B.III.3. Quelle doit être la périodicité de la correction appliquée ?

B.III.4. Calculer l'incrément annuel de vitesse à prévoir pour le maintien du satellite à son poste. Montrer qu'il dépend uniquement de la longitude de stationnement du satellite.

PARTIE C

CONTRÔLE THERMIQUE

À l'altitude d'un satellite géostationnaire, les échanges thermiques n'ont lieu que par rayonnement ou par conduction. (On suppose, comme c'est généralement le cas, que le satellite n'est pas pressurisé.)

Le seul rayonnement important pour un satellite géostationnaire est le rayonnement solaire.

On rappelle qu'un rayonnement se propage en ligne droite dans le vide.

On caractérise les rayonnements par leur densité de flux : puissance transportée par unité de surface normale au rayonnement.

À la rencontre d'un élément de surface dS d'un milieu matériel, un rayonnement peut être absorbé, transmis ou (et) réfléchi, la réflexion pouvant être spéculaire ou diffuse.

Soit :

α la fraction absorbée ;
 τ la fraction transmise ; $\alpha + \tau + r = 1$.
 r la fraction réfléchie.

Si une surface absorbe tout le rayonnement qu'elle reçoit, c'est un corps noir et $\alpha = 1$.

C.I. Étude du rayonnement solaire

Pour un corps noir, la loi de Planck établit que dans un angle solide élémentaire $d\Omega$ dont la direction moyenne fait un angle θ avec la normale à la surface émissive, un élément de celle-ci d'aire dS rayonne dans l'intervalle de fréquence compris entre ν et $\nu + d\nu$ une puissance :

$$d^3P = \frac{2h\nu^3 \cos \theta}{c^2 \left[\exp\left(\frac{h\nu}{kT}\right) - 1 \right]} dS d\Omega d\nu.$$

h constante de Planck ;
 k constante de Boltzmann ;
 c vitesse de la lumière ;
 T température thermodynamique.

C.I.1. Montrer que la puissance totale rayonnée par l'unité de surface du corps noir a pour expression :

$$P = \sigma T^4$$

dans laquelle σ est la constante de Stefan que l'on exprimera en fonction de k , c , h .

Vérifier que sa valeur numérique est bien celle qui figure dans les données physiques.

C.I.2. On appelle constante solaire C_s la densité de flux solaire au sommet de l'atmosphère terrestre. En assimilant le Soleil à un corps noir, exprimer C_s en fonction de D , R_s , T_s et σ .

D distance moyenne de la Terre au Soleil, $D = 1,49 \cdot 10^8$ km ;

R_s rayon du Soleil, $R_s = 0,70 \cdot 10^6$ km ;

T_s température du Soleil.

On trouve expérimentalement aux équinoxes $C_s = 1\,353$ W/m². En déduire la valeur de T_s .

C.I.3. Montrer que si dP est la puissance rayonnée par l'unité de surface d'un corps noir dans un intervalle de longueur d'onde λ , $\lambda + d\lambda$, $\frac{dP}{d\lambda}$ passe par un maximum pour une longueur d'onde λ_m associée à la fréquence ν_m . On posera $\frac{hc}{\lambda kT} = x$. Calculer la valeur x_m de x correspondant au maximum de la courbe d'émission du corps noir à la température T . En déduire λ_m pour le spectre solaire.

Le maximum de puissance rayonnée par le Soleil en fonction de la longueur d'onde est obtenu expérimentalement pour $\lambda_0 = 474$ nm. Quelle approximation fait-on sur λ_m en assimilant le Soleil à un corps noir ?

C.II. Équilibre thermique d'une sphère isotherme sur orbite géostationnaire

Compte tenu de la distance Terre-Soleil, le rayonnement solaire est un rayonnement parallèle.

Un corps n'émet une radiation de longueur d'onde λ à la température T que s'il est capable de l'absorber.

On appelle émissivité spectrale d'un corps, le rapport ϵ entre l'énergie émise par le corps et celle émise par le corps noir à la même température dans le même intervalle de longueur d'onde $d\lambda$ centré sur λ .

Un corps gris est un corps dont l'émissivité est constante en fonction de la longueur d'onde et pour lequel on peut définir une émissivité totale égale au rapport de l'énergie totale émise par le corps à celle émise par le corps noir à la même température.

Dans la suite du problème, compte tenu du domaine de température dans lequel ils émettent, les corps seront considérés comme gris et caractérisés par une émissivité totale ou pouvoir absorbant total ϵ .

On appelle absorptance solaire α_s d'un corps le rapport entre l'énergie solaire absorbée et l'énergie solaire reçue.

C.II.1. Déterminer les températures d'équilibre T_E d'une sphère isotherme de rayon R placée sur orbite géostationnaire en fonction des coefficients ϵ et α_s de son revêtement extérieur et de la constante solaire $C_s = 1\,353$ W/m² pour les trois types de revêtements suivants :

Peinture blanche	$\alpha_s = 0,20$	$\epsilon = 0,85$.
Peinture noire	$\alpha_s = 0,96$	$\epsilon = 0,90$.
Dorure	$\alpha_s = 0,25$	$\epsilon = 0,03$.

Conclusion pratique.

C.II.2. Aux équinoxes, la direction du rayonnement solaire est dans le plan de l'orbite, aux solstices elle fait un angle de $23,5^\circ$ avec ce plan.

C.II.2.a. Déterminer quelle est, aux équinoxes, la durée de l'éclipse subie par la sphère.

C.II.2.b. En supposant qu'à chaque instant la sphère est isotherme, établir la loi de refroidissement qu'elle suit au cours de l'éclipse. Quelle est la température T_f atteinte en fin d'éclipse si l'on suppose qu'à l'entrée en éclipse la sphère avait atteint sa température d'équilibre au Soleil T_E .

Application numérique. — Calculer T_f dans le cas des trois revêtements précédents.

On donne :

$$C_m = \text{chaleur massique de la sphère, } C_m = 500 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1} \text{ K}^{-1};$$

$$m = \text{masse de la sphère, } m = 700 \text{ kg};$$

$$R = 1,20 \text{ m.}$$

C.II.3. Pour limiter le refroidissement on peut utiliser une super-isolation. Celle-ci est constituée de plusieurs feuilles dont les faces sont faiblement émissives, placées perpendiculairement au rayonnement thermique. Chaque feuille constitue un écran radiatif.

C.II.3.a. On considère tout d'abord deux surfaces planes en regard P_1 et P_2 dont les dimensions sont grandes par rapport à leur écartement, de telle sorte que l'on peut les traiter comme deux plans indéfinis et parallèles :

- P_1 est à la température T_1 et possède une émissivité ϵ_1 ;
- P_2 est à la température T_2 et possède une émissivité ϵ_2 .

On suppose $T_1 > T_2$.

Montrer que la quantité de chaleur q échangée par unité de surface et de temps entre les deux plaques est donnée par la relation :

$$q = K \sigma (T_1^4 - T_2^4) \quad \text{dans laquelle} \quad K = \frac{1}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} - 1} .$$

On montre que dans le cas de deux sphères concentriques de surfaces voisines S_1 et S_2 on retrouve la relation obtenue pour deux surfaces planes en regard.

C.II.3.b. On intercale entre les deux surfaces sphériques S_1 et S_2 de rayons voisins une feuille dont le matériau a une émissivité ϵ .

Que devient la quantité de chaleur échangée entre S_1 et S_2 ?

C.II.3.c. On montre que dans le cas où l'on intercale entre S_1 et S_2 N feuilles d'émissivité ϵ , on réduit le flux de chaleur échangé entre S_1 et S_2 à :

$$q = \frac{\sigma (T_1^4 - T_2^4)}{\frac{1}{\epsilon_1} + \frac{1}{\epsilon_2} + \frac{2N}{\epsilon} - (N + 1)} .$$

On munit la sphère recouverte de peinture noire d'émissivité $\epsilon_1 = 0,90$ d'une super-isolation constituée de douze feuilles d'émissivité $\epsilon = 0,05$ entre lesquelles les échanges énergétiques ne peuvent se faire que par rayonnement et d'un revêtement externe de peinture noire d'émissivité $\epsilon_2 = 0,90$. L'ensemble de super-isolation est d'épaisseur négligeable devant le rayon de la sphère.

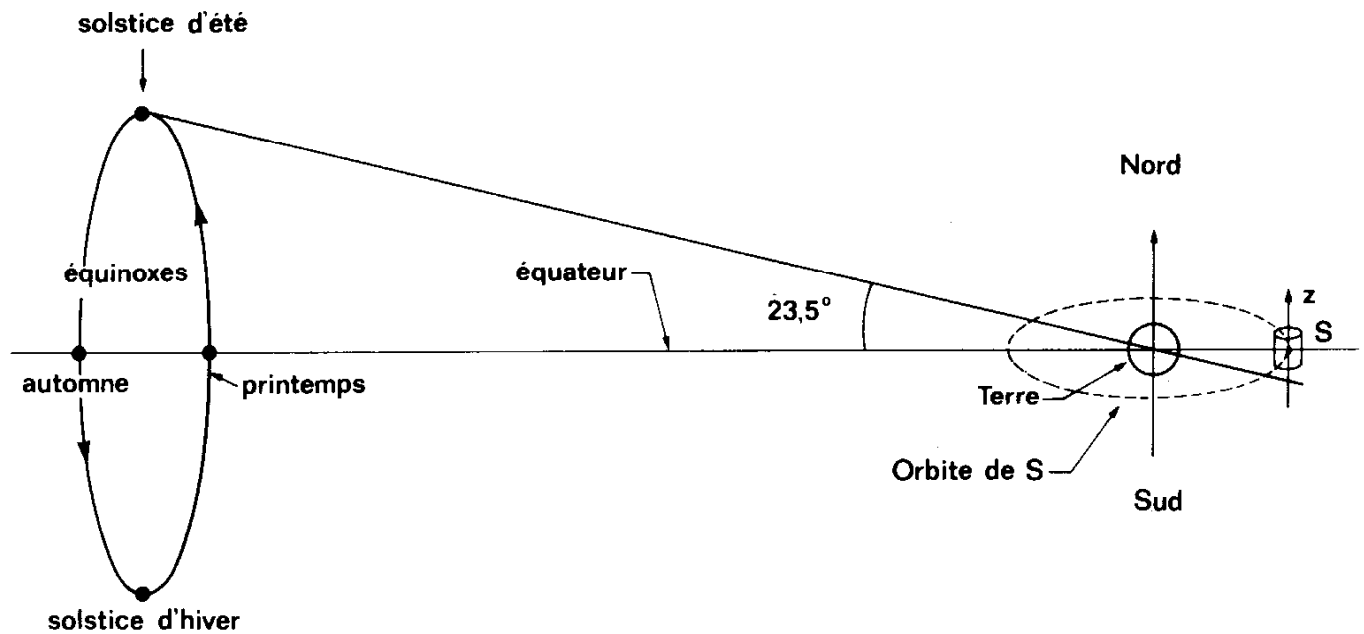
À l'entrée en éclipse la sphère est à la température d'équilibre T_E calculée au C.II.1. En admettant que pendant l'éclipse la surface externe de la sphère est à une température très voisine de 0 K, calculer la température interne de celle-ci en fin d'éclipse.

C.III. Équilibre thermique d'un satellite géostationnaire

On considère un satellite géostationnaire de centre S (type Intelsat IV) de forme cylindrique en rotation autour de l'axe du cylindre Sz orienté Sud-Nord.

Les équipements intérieurs génèrent une puissance thermique P qui doit être évacuée dans l'espace par rayonnement.

Les faces latérales du cylindre sont super-isolées, de telle sorte que les échanges thermiques avec l'espace se font essentiellement par les faces Nord et Sud.



Mouvement apparent du Soleil

C.III.1. En tenant compte de la position du satellite sur son orbite, peut-on justifier ce choix ? Préciser les flux reçus par les faces Nord et Sud aux solstices d'hiver et d'été et aux équinoxes.

Au solstice d'été $C_s = 1\,305 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

Au solstice d'hiver $C_s = 1\,398 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

Aux équinoxes $C_s = 1\,353 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$.

C.III.2. Les faces Nord et Sud sont équipées de radiateurs caractérisés par une absorptance solaire α_s faible et une émissivité ε élevée.

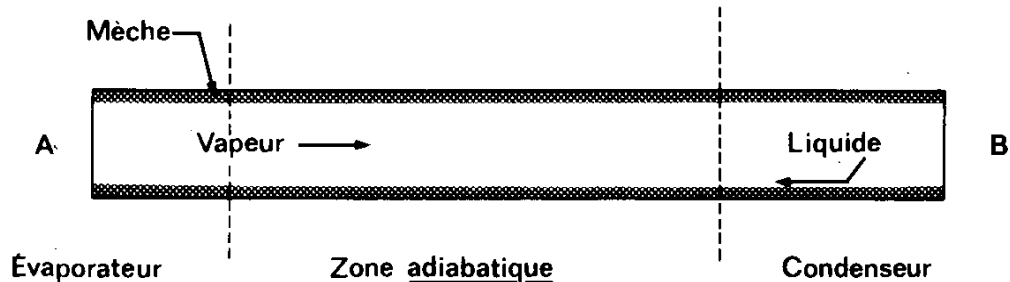
C.III.2.a. Déterminer la capacité de réjection de 1 m^2 de radiateur à une température de surface de 310 K à l'ombre et dans les conditions d'ensoleillement maximal, selon qu'il est situé sur la face Nord ou sur la face Sud. On donne $\alpha_s = 0,09$ et $\varepsilon = 0,80$.

C.III.2.b. Au cours de la vie du satellite, l'absorptance augmente et atteint en fin de vie la valeur $\alpha_s = 0,20$. Que devient la capacité de réjection précédemment calculée ? À quelles causes peut-on attribuer cette variation de α_s ?

C.III.2.c. La puissance P est acheminée par moitié sur les faces Nord et Sud. Quelle doit être la surface de radiateur à prévoir pour assurer, en fin de vie, l'évacuation de la puissance $\frac{P}{2}$ par la face située dans les conditions d'ensoleillement les plus défavorables en assurant une température maximale des radiateurs de 310 K ? Quelle est alors la température de la face opposée ?
 $P = 800 \text{ W}$.

C.III.3. La puissance P est produite à l'intérieur du satellite et doit être acheminée vers la surface où les radiateurs l'évacuent dans l'espace par rayonnement. Une petite partie de la puissance P atteint les radiateurs par rayonnement, le reste est amené en surface par conduction. Cette conduction est assurée soit de façon classique par une liaison solide à l'aide d'un matériau bon conducteur entre l'élément dissipatif et le radiateur, soit par l'intermédiaire de caloducs.

Un caloduc est un tube fermé dont les parois internes sont tapissées d'une structure capillaire très fine (la mèche). Après avoir fait un vide poussé dans le tube, on y introduit, à une température voisine de la température de fonctionnement, une quantité de liquide volatil suffisante pour saturer la mèche. Le tube est ensuite fermé hermétiquement.



Si l'extrémité A est chauffée, le liquide se vaporise et va se condenser dans la zone froide B. Le liquide en excès en B revient par capillarité vers A.

C.III.3.a: Expliquer par quel mécanisme un tel dispositif assure le transfert de chaleur de A vers B. Décrire, dans le diagramme de coordonnées de Clapeyron (P, V), le cycle décrit par le fluide.

C.III.3.b. On considère un caloduc à méthanol de 50 cm de long et de 1 mm de diamètre intérieur. En admettant que, dans le domaine de température considéré, la chaleur latente de vaporisation du fluide est constante et que la vapeur se comporte comme un gaz parfait, calculer le

rapport $\frac{P_A}{P_B}$ des pressions qui règnent dans le tube aux points A et B en fonction de T_A et T_B .

Quelle est la conséquence pratique de cette situation ?

$$T_A = 314 \text{ K} \quad T_B = 310 \text{ K}.$$

Chaleur latente de vaporisation du méthanol à 310 K : $L = 1,15 \cdot 10^6 \text{ J} \cdot \text{kg}^{-1}$.

Masse molaire du méthanol : 32 g.

C.III.3.c. La puissance thermique transportée de A à B par le caloduc à méthanol est de 50 W. Quel est le débit volumique du fluide ? Quelle est alors la vitesse du fluide ? Quels peuvent être les facteurs limitant la puissance thermique évacuée ?

C.III.3.d. Quel serait le diamètre d'une barre en cuivre de même longueur capable d'évacuer la même puissance avec le même gradient de température. Quelle serait sa masse ? Conclusion.

Conductivité du cuivre : $390 \text{ W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$.

Masse volumique du cuivre : $8,9 \cdot 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$.

PARTIE D
CONTRÔLE D'ATTITUDE

Dans cette partie on se propose d'étudier un dispositif optique de détection et de mesure de la rotation du satellite sur lui-même.

D.I. Cours

D.I.1. *Optique géométrique.*

D.I.1.a. Énoncer le principe de Fermat relatif au chemin optique d'un rayon lumineux.

D.I.1.b. Énoncer les lois de Descartes pour la réfraction.

D.I.1.c. On considère un milieu transparent, isotrope, formé de couches homogènes séparées par des dioptries plans parallèles entre eux et perpendiculaires à Oz et un rayon lumineux caractérisé par son angle d'incidence sur les dioptries $i(z)$; $i(z)$ est l'angle entre le vecteur \vec{u}_i perpendiculaire au plan des dioptries et le vecteur \vec{u} tangent au rayon lumineux et orienté par celui-ci. Montrer que $n(z) \sin i(z)$ est un invariant pour la réfraction.

D.I.1.d. Quelle est la définition d'un système stigmatique ?

D.I.2. *Optique ondulatoire.*

D.I.2.a. Rappeler brièvement les conditions à remplir pour obtenir des interférences entre deux ondes lumineuses.

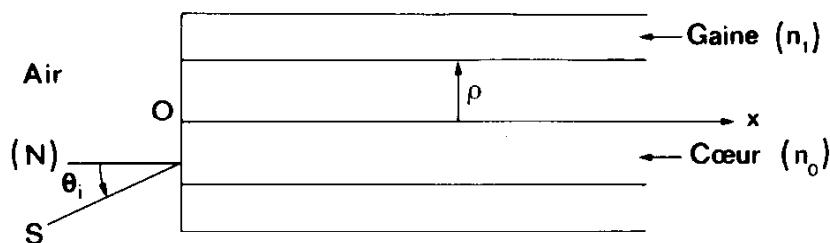
D.I.2.b. Donner une description schématique de l'interféromètre de Michelson. Quels types de franges permet-il d'obtenir ?

D.I.2.c. Quel est l'aspect du champ lorsque l'interféromètre éclairé par une onde plane monochromatique est réglé à la différence de marche nulle ?

D.II. Fibres optiques

D.II.1. *Fibre à saut d'indice.*

Une fibre optique à saut d'indice d'axe Ox est constituée d'un cœur cylindrique de rayon ρ transparent, homogène et isotrope, d'indice n_0 , entouré d'une gaine présentant les mêmes qualités optiques mais d'indice n_1 ; n_1 est inférieur à n_0 .



On considère un rayon lumineux SI situé dans un plan contenant Ox.

D.II.1.a. Montrer que ce rayon ne peut se propager dans la fibre que si l'angle d'incidence θ_i est inférieur à un angle θ_{\max} .

Exprimer θ_{\max} en fonction de n_0 , n_1 et N indice de l'air.

D.II.1.b. Déterminer la distance entre deux intersections d'un rayon lumineux avec l'axe en fonction de ρ et de θ_0 ($\theta_0 = \text{Arc sin} \left[\left(\frac{N}{n_0} \right) \sin \theta_i \right]$).

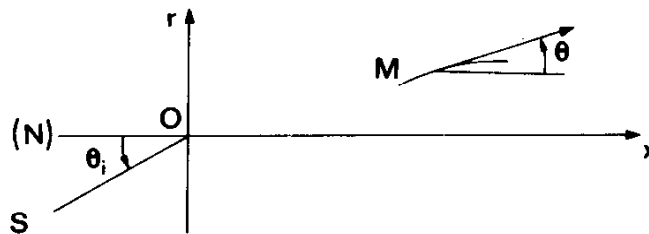
Que pensez-vous du stigmatisme de cette fibre ?

D.II.2. Fibre à gradient d'indice.

On considère une fibre optique d'axe Ox dont le cœur transparent et isotrope a un indice qui varie continûment à partir de l'axe suivant la loi :

$$n = n_0 - ar^2 \quad \text{dans laquelle } r \text{ est la distance à l'axe Ox et } a \text{ une constante.}$$

Un rayon lumineux SO situé dans le plan xOy entre dans la fibre sous l'angle θ_i . En un point M, la tangente à ce rayon fait avec Ox un angle θ .



D.II.2.a. Sachant que n prend la valeur n_1 pour $r = \rho$, rayon du cœur, déterminer a en fonction de n_0 , n_1 et ρ .

D.II.2.b. En utilisant le résultat de D.I.1.c. montrer que l'équation différentielle du trajet du rayon SO est $\left(\frac{dr}{dx} \right)^2 = \left(\frac{n}{A} \right)^2 - 1$.

A est une constante que l'on exprimera en fonction de n_0 et θ_0 ($\theta_0 = \text{Arc sin} \left[\left(\frac{N}{n_0} \right) \sin \theta_i \right]$).

D.II.2.c. On donne $\frac{n_1}{n_0} = 0,99$.

Montrer que le terme $\left(\frac{ar^2}{n_0} \right)^2$ peut être négligé dans l'expression précédente. En déduire une expression simplifiée de $\left(\frac{dr}{dx} \right)^2$ en fonction de θ_i , n_0 , a et r .

D.II.2.d. Établir l'équation de la trajectoire simplifiée du rayon. Quelle est la nature de cette trajectoire ?

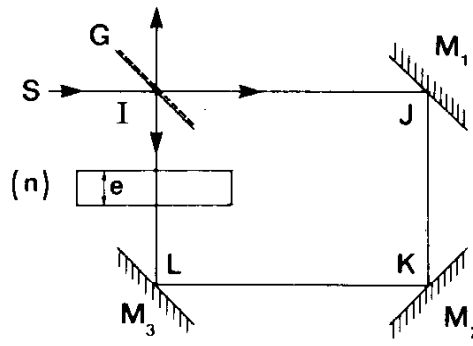
D.II.2.e. Montrer que le rayon lumineux coupe l'axe Ox en des points régulièrement espacés d'une distance d que l'on exprimera en fonction de θ_i , ρ , n_0 , N. On donne $\theta_i = 5^\circ$, $\rho = 15 \mu\text{m}$, $n_0 = 1,50$ et $N = 1$.

D.II.2.f. Quelle est la condition sur θ_i pour que le rayon lumineux se propage dans le cœur de la fibre ?

D.II.2.g. Que peut-on dire du stigmatisme de cette fibre quand les incidences θ_i restent faibles ?

D.III. Interféromètre de Sagnac

On considère un interféromètre de Sagnac réalisé de la façon suivante :



G est une lame semi-réfléchissante à 45° de l'horizontale.

M_1 , M_2 et M_3 sont des miroirs plans inclinés à 45° sur l'horizontale dans les directions indiquées sur le schéma.

On éclaire l'interféromètre avec une source monochromatique de longueur d'onde λ qui envoie sur G un faisceau parallèle.

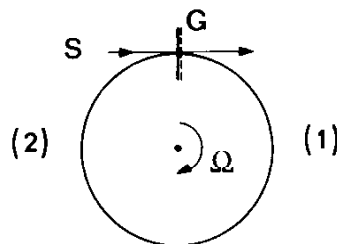
D.III.1. Qu'observe-t-on à la sortie de l'instrument ?

D.III.2. On intercale sur la partie IL du faisceau une lame à faces planes et parallèles d'épaisseur e et d'indice n . Que se passe-t-il ?

On place la même lame devant l'un des miroirs d'un interféromètre de Michelson réglé selon D.I.2.c. et éclairé par la même source lumineuse. Que se passe-t-il dans ce cas ?

Quel peut être l'intérêt du résultat obtenu avec l'interféromètre de Sagnac comparé à celui obtenu avec l'interféromètre de Michelson ?

D.III.3. L'interféromètre de Sagnac peut être représenté schématiquement de la façon suivante :



La lumière qui tombe sur G effectue un parcours circulaire dans le sens 1 ou 2 selon qu'elle est transmise ou réfléchi. On appelle R le rayon du cercle.

On fait tourner l'interféromètre autour d'un axe perpendiculaire à son plan à une vitesse angulaire Ω .

D.III.3.a. Montrer que la rotation de l'interféromètre introduit une différence de marche entre les voies (1) et (2). Qu'observe-t-on alors à la sortie de l'instrument ?

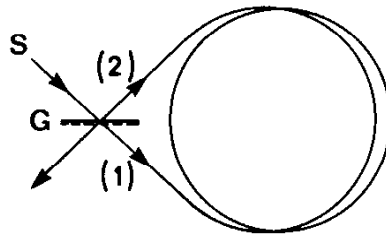
D.III.3.b. Calculer le déphasage introduit entre les faisceaux (1) et (2) par la rotation en fonction de R , Ω , c , vitesse de la lumière.

$$R = 10 \text{ cm.} \quad \Omega = 1^\circ/\text{s.} \quad \lambda = 633 \text{ nm.}$$

D.III.3.c. Quel devrait être le rayon de l'interféromètre pour obtenir une différence de marche de $\frac{\lambda}{4}$?
Conclusion.

D.IV. Gyroscope à fibre

Pour résoudre le problème de dimension rencontré précédemment, on injecte le faisceau, après traversée de la lame semi-réfléchissante, aux deux extrémités d'une fibre optique enroulée sur un tambour de rayon R .



Il est établi que le déphasage de Sagnac est indépendant des propriétés du milieu matériel et de celles de la structure guidante.

D.IV.1. Déterminer quelle est la longueur de fibre à prévoir pour obtenir une différence de marche de $\frac{\lambda}{4}$ dans le cas d'une vitesse angulaire de rotation Ω .

$$\Omega = 1^\circ/\text{s.} \quad R = 10 \text{ cm.}$$

D.IV.2. En fait, la limite de résolution de l'interféromètre due au bruit photonique est donnée par :

$$\Delta Z = \left(\frac{1}{2} \pi \right) B^{\frac{1}{2}} \left(\frac{h\nu}{\eta P} \right)^{\frac{1}{2}}.$$

Z ordre d'interférence;

B largeur de la bande passante du détecteur;

ν fréquence de la radiation lumineuse;

η rendement quantique du détecteur;

P puissance du faisceau qui interfère.

(Dans la fibre la puissance lumineuse subit une atténuation telle que $P = P_0 \cdot 10^{-\alpha \cdot L}$ où α est le coefficient d'atténuation de la fibre et L sa longueur.)

D.IV.2.a. Montrer qu'il existe une longueur optimale de la fibre L_0 qui rend maximale la valeur du rapport signal/bruit.

Calculer L_0 dans le cas d'une atténuation de 2 dB/km.

D.IV.2.b. Déterminer quelle est la vitesse de rotation minimale que peut détecter un tel gyroscope.

La puissance du laser est $P = 3 \text{ mW}$.

$$B = 10 \text{ s}^{-1}. \quad \eta = 0,5. \quad \lambda = 633 \text{ nm.}$$

SESSION DE 1991

**concours externe
de recrutement de professeurs agrégés**

section : sciences physiques

option : physique appliquée

épreuve Bcomposition d'électricité, d'électronique,
d'électrotechnique et d'automatique**Durée : 4 heures****MACHINE ASYNCHRONE TRIPHASÉE
ALIMENTATION PAR ONDULEUR À TRANSISTORS**

L'usage de la calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable et alpha-numérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, est autorisé conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Le sujet de cette composition est extrait du programme défini dans la note parue au Bulletin officiel du 12 octobre 1989.

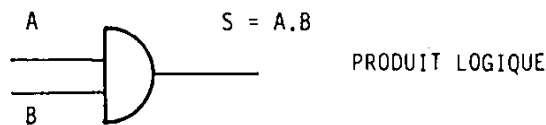
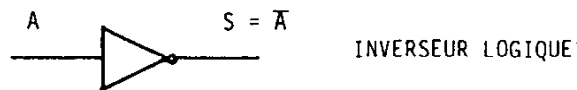
Pour chaque question de cours, on attend du candidat un exposé clair et didactique qui traite complètement le sujet selon le schéma proposé, sans considération de niveau.

Si au cours de l'épreuve un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre pour cela.

Ce sujet aborde l'étude d'une machine asynchrone destinée à entraîner une charge à vitesse variable. Il se compose de trois parties :

- I. L'étude de la machine asynchrone en régime sinusoïdal (schémas équivalents, bilans énergétiques, fréquence variable).
- II. L'étude du convertisseur et de sa commande (commutations, commande rapprochée).
- III. L'association convertisseur - machine (type de commande, régulation).

rappel sur le symbolisme des fonctions logiques



Il est recommandé de prendre connaissance de l'ensemble du texte et des figures avant de traiter toute question bien que les trois parties soient sensiblement indépendantes.

PREMIÈRE PARTIE

ÉTUDE DU MOTEUR ASYNCHRONE TRIPHASÉ EN RÉGIME SINUSOÏDAL

Nous étudions les caractéristiques d'un moteur asynchrone triphasé muni d'enroulements tétrapolaires et alimenté par un système équilibré de tensions sinusoïdales.

Chaque phase de la machine peut être représentée par le schéma équivalent de la figure 1 et les notations sont les suivantes :

- R_1 : résistance d'une phase statorique,
- R_2 : résistance d'une phase rotorique,
- L_1 : inductance cyclique du primaire (stator),
- L_2 : inductance cyclique du secondaire (rotor),
- M : mutuelle inductance cyclique entre les armatures,
- l_1 : inductance cyclique de fuites du primaire,
- l_2 : inductance cyclique de fuites du secondaire,
- ω : pulsation de la tension d'alimentation v ,
- f : fréquence de la tension d'alimentation v ,
- Ω_s : vitesse de synchronisme,
- Ω : vitesse du rotor,
- p : nombre de paires de pôles,
- g : glissement ($g = (\Omega_s - \Omega) / \Omega_s$).

On suppose l'absence de saturation du circuit magnétique et une répartition spatiale sinusoïdale du flux.

X et \bar{X} représentent respectivement la valeur efficace et l'expression complexe de toute grandeur instantanée x .

À la température nominale de fonctionnement, les mesures ont donné :

$$R_1 = 1 \Omega, \quad R_2 = 0,1 \Omega, \quad L_1 = 0,24 \text{ H}, \quad L_2 = 14,7 \text{ mH} \quad \text{et} \quad M = 57 \text{ mH}.$$

La plaque signalétique de la machine donne les informations suivantes :

- Puissance nominale : 2,9 kW,
- Tension nominale : 220 volts/phase (V_n),
- Courant nominal : 6,2 A/phase (I_{1n}),
- Vitesse nominale : 1 440 tr/min (Ω_n) [à $f = 50$ Hz],
- $\cos \varphi$: 0,8.

I.1. Études des schémas équivalents par phase

CONVENTIONS : Sur la figure 1, les points désignent la polarité positive des tensions induites et les courants entrant par ces points sont comptés positivement et engendrent un flux positif dans le circuit magnétique.

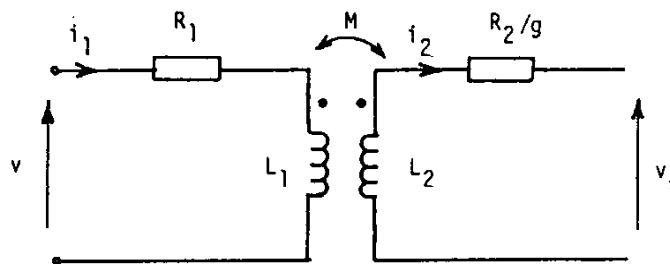


Figure 1

I.1.1 φ_1 et φ_2 désignent respectivement les flux totaux embrassés par le primaire et le secondaire. Écrire les expressions de ces flux en fonction des courants i_1 , i_2 et des paramètres L_1 , L_2 et M .

En déduire le système d'équations différentielles régissant le fonctionnement de ce transformateur équivalent.

I.1.2. Que deviennent ces équations en notations complexes sachant que $v_s = 0$ (rotor en court-circuit).

N.B. - j représente l'opérateur complexe.

I.1.3. Donner un schéma équivalent faisant apparaître l_1 et l_2 et rappeler sans démonstration la relation liant M , L_1 , L_2 , l_1 et l_2 .

I.1.4. Rappeler la définition de l'inductance de fuites totales de Boucherot N_2 ramenée au secondaire et donner, en fonction de M , L_1 et L_2 , l'expression du coefficient de Blondel.

I.1.5. Dans l'hypothèse de l'inductance de fuites de Boucherot, montrer que le schéma équivalent peut prendre la forme donnée figure 2 où T est un transformateur parfait.

Que représentent les courants i_t et i_m ?

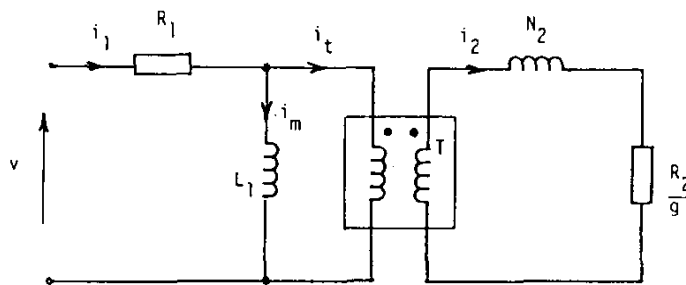


Figure 2

I.1.6. Montrer que chaque phase peut également être modélisée par le troisième schéma équivalent de la figure 3.

Que représentent alors N et R?

I.1.7. Vérifier que les éléments N et R du schéma équivalent de la figure 3 valent respectivement 20,6 mH et 1,77 Ω .

I.1.8. Rappeler la nature des pertes dans le fer et la manière de les représenter sur le schéma équivalent. Discuter de la validité de cette représentation.

I.2. Étude de la conversion électromécanique

Dans la suite, nous ne considérons que le schéma équivalent de la figure 3.

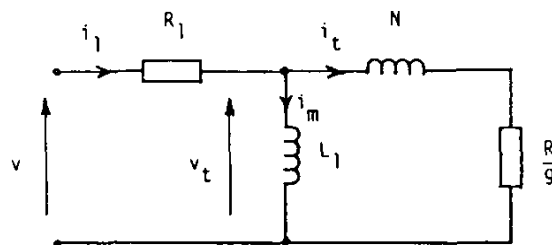


Figure 3

I.2.1. Expliquer comment s'opère la transformation de la puissance électrique totale P_e fournie au primaire? (On note P_s la puissance électrique totale transmise au secondaire.)

- I.2.2. Dans quelles conditions les pertes fer dues aux courants rotoriques sont-elles négligeables? Donner alors, en fonction du glissement g et de la valeur efficace du courant i_r , les expressions :
- de la puissance électrique P_r fournie au rotor;
 - des pertes Joule rotoriques P_{J_r} ;
 - de la puissance mécanique totale P_m .

Quelle relation existe-t-il entre la puissance P_r et le couple C des forces électromagnétiques?

- I.2.3. Établir l'expression du couple C lorsque la tension d'alimentation est sinusoïdale, de valeur efficace V et de pulsation ω .

- I.2.4. En choisissant l'hypothèse du flux constant (qui a pour effet de considérer L_1 alimentée directement sous la tension v , R_1 se trouvant alors en série avec N et $\frac{R}{g}$), donner la nouvelle expression du couple à partir du résultat de la question I.2.3.

Montrer que, pour les faibles glissements, les deux expressions du couple ainsi trouvées sont égales.

- I.2.5. Observer les éléments de la plaque signalétique de la machine et calculer le couple nominal C_n en utilisant la nouvelle expression trouvée en I.2.4.

- I.2.6. En conservant l'hypothèse du flux constant, calculer pour le régime nominal :

- la puissance active absorbée sachant que les pertes fer statoriques sont égales à 120 W (pertes fer rotoriques négligeables);
- la puissance mécanique;
- la puissance réactive;
- la puissance apparente.

- I.2.7. À partir du résultat trouvé pour la puissance apparente, déterminer le courant nominal absorbé par phase.

Quelle est alors la valeur exacte des pertes Joule statoriques?

Recalculer, dans ces conditions, la puissance active absorbée en prenant la valeur trouvée précédemment pour la puissance mécanique et vérifier que l'écart est faible avec le résultat du I.2.6. À partir de cette nouvelle puissance active, montrer que la valeur du facteur de puissance est sensiblement celle donnée par la plaque signalétique.

Avec les éléments et résultats à disposition, évaluer les pertes mécaniques au régime nominal.

- I.2.8. En fonctionnement moteur, le couple et la puissance mécanique sont définis positifs. À partir de l'expression de P_r trouvée en I.2.2., expliciter les trois modes possibles de fonctionnement pour $-\Omega_s < \Omega < 2\Omega_s$. On étudiera, dans chacun des cas, le signe de la puissance électrique reçue par le rotor, de la puissance mécanique, du couple et de la puissance réactive afin d'en déduire les contraintes d'utilisation de la machine.

- I.2.9. À partir de l'expression du couple trouvée en I.2.4., dans laquelle la résistance statorique est négligée :

- donner l'allure de la caractéristique mécanique statique $C = f(\Omega)$;
- calculer la valeur du couple de démarrage sous la tension nominale;
- déterminer la valeur Ω_M de la vitesse correspondant au couple maximum en fonctionnement moteur. Situer la valeur de la vitesse de rotation par rapport à Ω_s et Ω_M lorsque le couple de charge C_r du moteur présente les caractéristiques suivantes :
- $C_r = 10 \text{ Nm}$,
- $C_r = 2 \cdot 10^{-3} \Omega^2$.

On justifiera les réponses en précisant l'inconvénient majeur soulevé par la charge présentant une caractéristique quadratique.

I.3 Étude du moteur asynchrone en fréquence variable

Dans cette partie, nous supposons négligeables les pertes dans le fer ainsi que l'inductance de fuites N , ce qui conduit à considérer chaque phase de la machine comme équivalente au schéma de la figure 4.

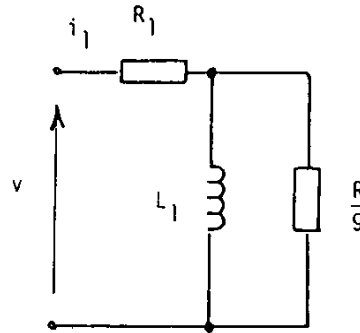


Figure 4

- I.3.1. La valeur du flux nominal φ_n est définie au régime nominal lorsque le moteur est alimenté sous la tension $V = 220$ volts/phase à la fréquence $f = 50$ Hz. Déterminer, dans ces conditions, la valeur nominale I_{m_n} du courant magnétisant.
- I.3.2. Donner, en fonction du glissement et des paramètres du schéma, la loi $V = f(\omega)$ permettant de maintenir le flux constant et égal à sa valeur nominale pour tout régime de fonctionnement.
- I.3.3. Écrire, dans les conditions de la loi précédente, l'expression du couple électromagnétique en reprenant le résultat trouvé en I.2.3.

Montrer alors que le couple est une fonction linéaire de la pulsation rotorique.

Donner l'allure des caractéristiques mécaniques statiques $C = f(\Omega)$ et déterminer la fréquence nécessaire pour obtenir le couple nominal au démarrage.

Vérifier la validité du schéma équivalent utilisé (avec N négligée) lorsque le couple C est maintenu inférieur ou égal à sa valeur nominale.

Donner l'erreur relative maximale alors commise sur le calcul du couple.

- I.3.4. Calculer les valeurs de la tension efficace V à appliquer pour $f = 2, 5, 10, 25$ et 50 Hz.
- I.3.5. Établir, en fonction de I_{m_n} et toujours dans les conditions de la loi établie en I.3.2., les expressions :
- du courant I_1 absorbé par phase ;
 - de la puissance active globale ;
 - des pertes Joule globales,
- en fonction de la fréquence. Que constate-t-on ?
- I.3.6. Calculer les valeurs numériques des grandeurs précédentes ainsi que celles du rendement pour $f = 50$ Hz et $f = 5$ Hz lorsque la machine délivre son couple nominal (on négligera les pertes mécaniques).

Quelle est la contrainte principale subie par le moteur dans le fonctionnement à fréquence variable et flux constant ?

DEUXIÈME PARTIE

ÉTUDE DE L'ONDULEUR À TRANSISTORS

La figure 5 représente le schéma du dispositif de puissance capable de délivrer des ondes de tension à fréquence et tension variables.

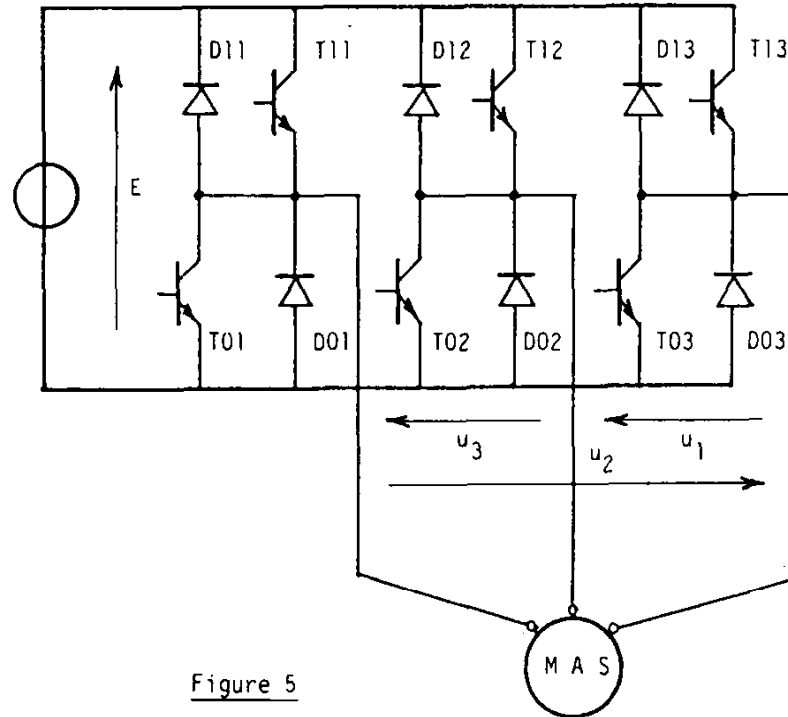


Figure 5

N.B. — La partie II.2 peut être traitée séparément.

II.1. Étude de la cellule de commutation

La figure 6.a représente le schéma d'une cellule de commutation à transistor et la figure 6.b donne la forme d'onde simplifiée du courant lors de la fermeture (mise en conduction) et de l'ouverture (blocage) du transistor T_r .

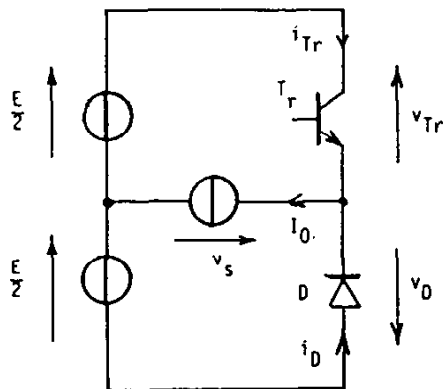


Figure 6(a)

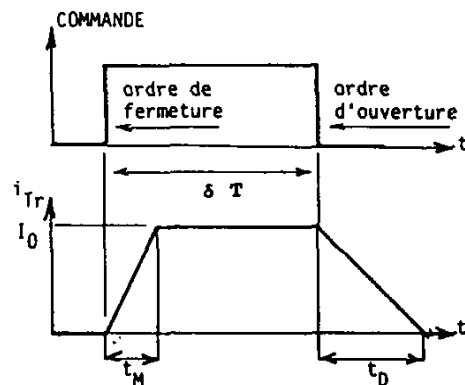


Figure 6(b)

La diode D est considérée comme idéale (commutations instantanées) et le courant I_0 dans la charge supposé constant et égal à 20 A.

La valeur de la force électromotrice E est égale à 300 V.

- II.1.1. D'après la figure 6.b, quel modèle électrique équivalent peut-on associer au transistor pendant les phases de blocage et de mise en conduction ?
- II.1.2. Décrire le mécanisme de commutation du courant entre Tr et D en complétant le chronogramme de la figure 6.b par les formes d'onde de v_{Tr} , v_D , i_D et v_s .

N.B. — On négligera la tension de saturation du transistor et la tension de seuil de la diode.

- II.1.3. δ représente le rapport cyclique du signal de commande de période T constante.

exprimer la valeur moyenne V_0 de v_s .

Quelles sont les limites de réglage de δ si on considère que toute phase de commutation doit être complète avant de modifier l'état de la commande ?

Donner alors les valeurs correspondantes de V_0 et comparer au cas idéal (commutations instantanées).

- II.1.4. Donner, dans les conditions du signal de commande précédent, l'expression littérale des pertes par commutation P_c dans le transistor.

- II.1.5. On adjoint au transistor un circuit d'aide à l'ouverture (fig. 7) et on ne s'intéresse qu'à la phase de blocage.

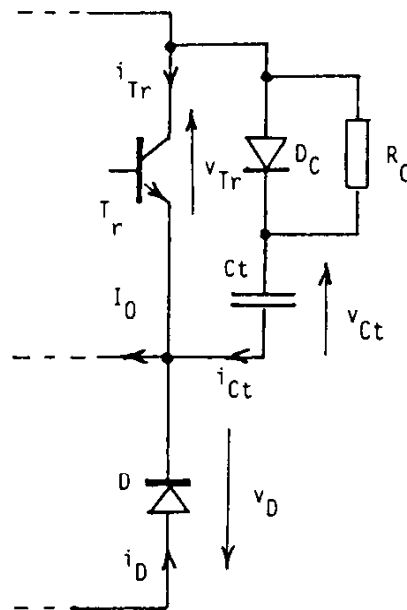


Figure 7

- II.1.5.1. Donner, pour cette commutation, les nouvelles formes d'onde de v_{Tr} , v_D , i_D , v_s ainsi que l'évolution du courant i_{Ct} dans le condensateur Ct.

Montrer qu'il existe deux modes de fonctionnement selon une valeur particulière C_{tp} de Ct dont on déterminera l'expression.

N.B. — La diode D_c est considérée comme idéale.

- II.1.5.2. Déterminer la valeur $C_{t0} > C_{tp}$ conduisant à une réduction de 90 % des pertes P_{C0} qui apparaissent lors des phases d'ouverture sans le circuit d'aide. On donne $t_D = 1 \mu s$.

Calculer alors la valeur de ces pertes sachant que la fréquence de fonctionnement $\frac{1}{T}$ est de 3.5 kHz. Quelle est la valeur du temps t_{c0} global de cette commutation si t_{c0} est défini lorsque v_s atteint la valeur $-\frac{E}{2}$?

- II.1.5.3. En considérant la fermeture du transistor comme instantanée, caractériser la résistance R_C (valeur ohmique, puissance) permettant de réinitialiser le circuit en 5 μs .

N.B. — Les conditions de réinitialisation sont considérées atteintes à 95 % des conditions permanentes.

Quelle est alors la valeur maximale du courant que doit admettre le transistor ?

II.1.6. On adjoint au transistor un circuit d'aide à la fermeture (fig. 8) et on ne s'intéresse qu'à la phase de mise en conduction (en l'absence du circuit d'aide à l'ouverture).

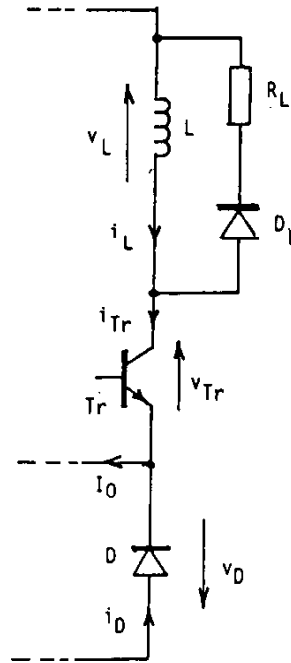


Figure 8

II.1.6.1. Donner, pour cette commutation, les formes d'onde de v_{Tr} , v_D , i_D , v_s ainsi que l'évolution de la tension v_L aux bornes de l'inductance.

Montrer qu'il existe deux modes de fonctionnement selon une valeur particulière L_p de L dont on déterminera la valeur sachant que $t_M = 0,67 \mu s$.

N.B. — Pour cette question, on admet que la tension v_{Tr} est une grandeur dépendante imposée par la configuration du circuit.

Si $L \geq L_p$, que dire des pertes par commutation P_{CF} à la fermeture ?

II.1.6.2. En réalité, la tension v_{Tr} ne chute pas instantanément lors de la mise en conduction et il convient de choisir une inductance de valeur suffisante afin de limiter l'intensité du courant pendant cette phase de décroissance de v_{Tr} .

Pour satisfaire à cette condition, on choisit $L_0 = 20 \mu H$ de sorte que la durée de décroissance de v_{Tr} soit réellement négligeable.

Quelle est la durée t_{CF} de la commutation ?

II.1.6.3. En considérant le blocage du transistor comme instantané, caractériser la résistance R_L (valeur ohmique, puissance) permettant de réinitialiser le circuit en $5 \mu s$ (fréquence de fonctionnement : $3,5 \text{ kHz}$).

Quelle est alors l'incidence sur le dimensionnement du transistor ?

N.B. — Les conditions de réinitialisation sont considérées atteintes à 95 % des conditions permanentes.

II.1.6.4. On choisit de mettre en œuvre une inductance saturable telle que :
$$\begin{cases} L = L_0 & \text{pour } i_L \leq i_{L_0} \\ L = 0 & \text{pour } i_L > i_{L_0} \end{cases}$$

Déterminer la valeur i_{L_0} conduisant à une réduction de 75 % de la puissance de la résistance R_L dont la valeur ohmique est conservée.

Quelle est alors l'incidence sur le dimensionnement du transistor ?

Comment s'opère maintenant la fermeture du transistor sachant que, pour $t > t_M$, son mécanisme de commutation interne est terminé et qu'il peut être considéré comme un interrupteur fermé ?

Quelle est donc la durée de mise en condition ?

II.1.7. La figure 9 représente le transistor muni du circuit complet d'aide à la commutation.

Quelles sont les conséquences de leur interaction en ce qui concerne le dimensionnement du transistor d'une part, la fréquence maximale d'utilisation d'autre part ?

(Étude qualitative uniquement.)

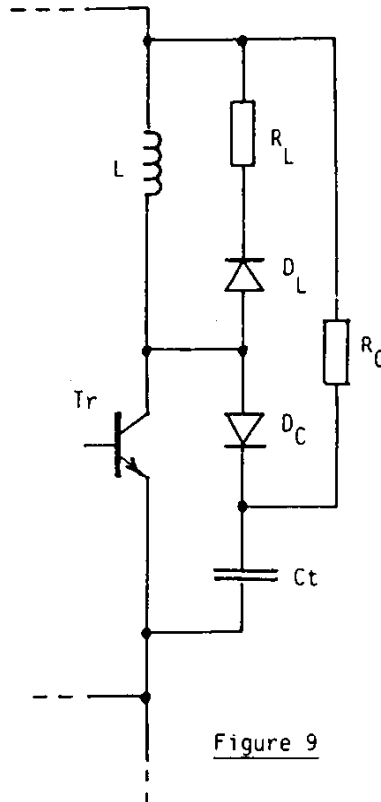


Figure 9

II.2. Étude du convertisseur et de sa commande

Dans cette partie, on admet (sauf cas contraire signalé) les semi-conducteurs comme idéaux (commutations instantanées, absence de pertes).

B_{ij} représente l'ordre logique de commande actif à l'état « 1 » pour le transistor T_{ij} , ($i \in \{0, 1\}$ et $j \in \{1, 2, 3\}$).

II.2.1. Préciser, pour le bras 1 de l'onduleur, l'élément conducteur en complétant le tableau ci-dessous :

B11	B01	$i_1 > 0$	$i_1 < 0$
0	0
0	1
1	0

Expliquer le rôle de cette association de deux cellules par bras.

- II.2.2. La figure 10 donne le chronogramme de la commande B11. Sachant que la commande B01 est décalée de 180° électriques par rapport à B11, que les commandes des bras 2 et 3 sont respectivement décalées de 120° et 240° par rapport à celles du bras 1, déterminer les formes d'ondes des tensions u_1 , u_2 et u_3 .

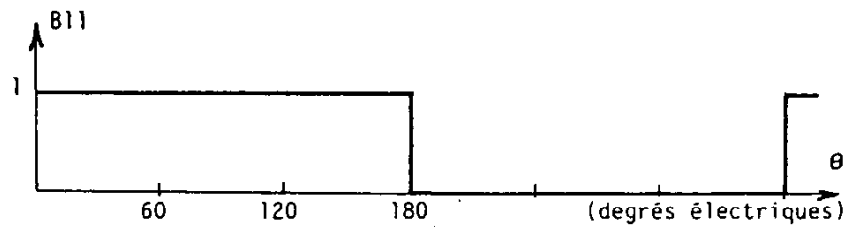


Figure 10

- II.2.3. Donner, pour ces tensions, l'expression littérale de la valeur efficace V_m de l'harmonique de rang m en choisissant une décomposition où ne subsistent que des termes impairs en sinus.
Calculer, en fonction de E , la valeur efficace du fondamental et des deux premiers harmoniques suivants non nuls.
- II.2.4. La figure 11 représente le principe du dispositif de commande rapprochée de l'onduleur. Les motifs de commande sont stockés dans une mémoire sous forme de mots de trois bits (A, B, C) définissant à un instant donné l'état de la commande des transistors $T1_j$.

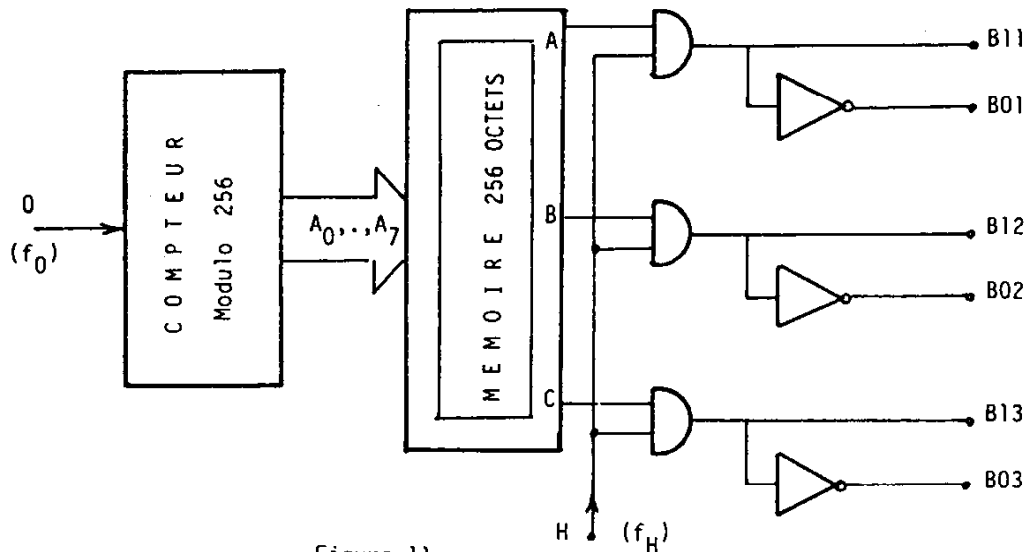


Figure 11

Le signal appliqué en H est de fréquence constante, désignée par $f_H = 1/T_H$, et de rapport cyclique variable δ .

Les adresses de la mémoire (A_0, A_1, \dots, A_7) sont balayées par un compteur modulo 256, le quantum de la commande étant ainsi de $1,4^\circ$ électrique.

- II.2.4.1. Expliquer qualitativement le rôle du signal H en analysant son incidence au niveau de l'onduleur sachant que f_H est de valeur élevée.

Donner la relation entre la valeur efficace V des tensions de sortie et le rapport cyclique δ .

- II.2.4.2. Le signal 0, de fréquence f_0 , fixe la fréquence de fonctionnement de l'onduleur.

Quelle relation doit-il exister entre δ et f_0 pour que soit respectée la loi $V_1 = f(\omega)$ déterminée en I.3.2. ?

N.B. - V_1 désignant ici la valeur efficace du fondamental.

II.2.5. Les figures 12.a et 12.b donnent le schéma du dispositif réel de commande de l'onduleur.

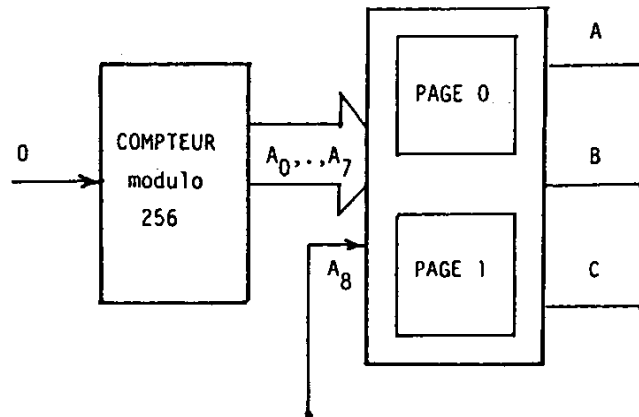


Figure 12(a)

La mémoire des motifs est constituée de deux pages de 256 mots et l'état du signal H appliqué sur l'adresse de poids le plus fort (A_8) détermine la page active. Comme précédemment, les mots de trois bits (A, B, C) définissent l'état de la commande des transistors $T1j$.

La page « 1 » contient la séquence « normale » de l'onduleur alors que les bits de la page « 0 » sont tous à l'état bas.

Le dispositif de filtrage est indispensable au fonctionnement correct de l'onduleur et la figure 12.b en donne la constitution pour le bras 1, celle-ci étant similaire pour les bras 2 et 3.

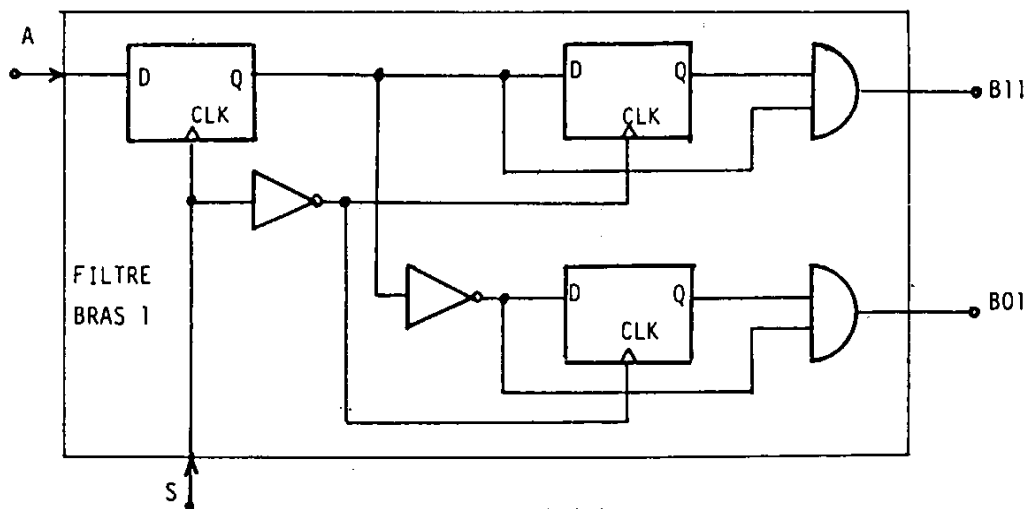


Figure 12(b)

La fréquence et le rapport cyclique du signal logique appliquée en S sont respectivement 100 kHz et 0,5.

N.B. — Rappel sur le fonctionnement de la bascule D.

CLK	D	Q	(état pris par la sortie)
-	X	0	(X = état indéterminé)
-	X	1	
\uparrow	0	0	
\uparrow	1	1	

L'état de l'entrée (D) est recopié sur la sortie (Q) sur le **front montant** de l'horloge CLK.

II.2.5.1. Expliquer le rôle des deux pages de la mémoire.

II.2.5.2. En s'aidant d'un chronogramme, on donnera :

- le temps de conduction minimal $t_{C_{MIN}}$,
- le temps de blocage minimal $t_{B_{MIN}}$,

qu'impose le filtre à chacun des transistors.

Quel est, dans chacun des bras de l'onduleur, le délai t_R imposé entre le blocage d'un transistor et la mise en condition de l'autre ?

II.2.5.3. En réalité, les transistors sont imparfaits, nécessitant un circuit d'aide à la commutation (II.1.7.) et la fréquence f_H est fixée à 2 kHz.

Préciser alors les fonctions dévolues à ce dispositif de filtrage.

II.2.5.4. Quelles sont les valeurs limites du rapport cyclique δ entre lesquelles le réglage s'effectue linéairement par valeurs discrètes dont on précisera la quantification $\Delta\delta$? La fréquence f_H est-elle de valeur suffisamment grande ?

TROISIÈME PARTIE
ÉTUDE DE L'ASSOCIATION ONDULEUR - MOTEUR

Dans cette partie, le convertisseur est considéré comme constitué de semi-conducteurs idéaux de sorte que nous ne prenons pas en compte les limitations du rapport cyclique. Les enroulements statoriques de la machine sont couplés en triangle.

III.1. Commande pleine onde

L'onduleur est commandé comme précisé en II.2.2. et les harmoniques d'ordre supérieur à 7 sont négligés.

III.1.1. Calculer la valeur de E imposant au fondamental une valeur efficace de 220 volts; en déduire celle des harmoniques de rang 5 et 7.

III.1.2. Le champ tournant imposé par le fondamental tourne dans le sens direct (compté positif) et le glissement correspondant g_1 est égal à g .

Donner, en fonction de g , l'expression des glissements g_5 et g_7 qui correspondent respectivement aux harmoniques de rang 5 et 7.

III.1.3. Le schéma équivalent par phase de la figure 4 est conservé lorsque nous analysons les effets du terme fondamental, mais nous choisissons le schéma de figure 13 pour évaluer l'influence des harmoniques 5 et 7.

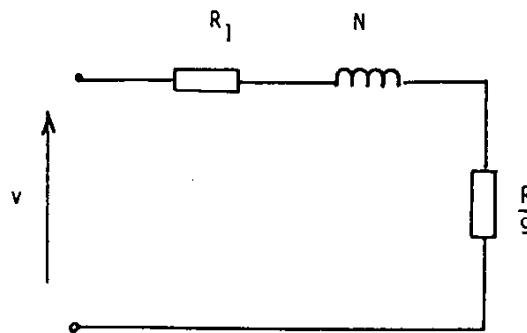


Figure 13

Justifier et expliquer ces hypothèses de travail.

Comment en déduire les conséquences globales de l'alimentation par onduleur ?

III.1.4. Pour simplifier l'étude, on considère que g_5 et g_7 restent toujours sensiblement égaux à 1.

Justifier cette nouvelle hypothèse.

Calculer, dans ces conditions, la valeur efficace I du courant absorbé par phase à 50 Hz lorsque le moteur délivre son couple nominal.

Calculer alors les pertes Joule supplémentaires dues aux harmoniques. Le rendement est-il véritablement affecté ?

III.1.5. L'effet des harmoniques de courant 5 et 7 sur le fondamental provoque l'apparition de pulsations dans le couple électromagnétique.

Pour évaluer l'effet de la déformation du courant sur le couple électromagnétique on peut utiliser le résidu harmonique ρ tel que :

$$\rho = \frac{\sqrt{\sum_{m=2}^{\infty} I_m^2}}{I}$$

On néglige l'effet des harmoniques sur la valeur moyenne du couple (III.1.4.). Calculer alors le résidu harmonique du courant dans les conditions suivantes :

$$f = 50 \text{ Hz}, \quad C = C_n,$$

$$f = 50 \text{ Hz}, \quad C = 0,1 C_n.$$

Quel est alors l'inconvénient majeur de la commande pleine onde si les résultats ainsi trouvés se retrouvent en basse fréquence ($f < 5 \text{ Hz}$)?

III.2. Amélioration de la forme d'onde

Dans l'objectif de réduire le taux d'harmoniques présents dans les tensions d'alimentation, les bases des transistors de l'onduleur sont maintenant commandées à partir de signaux en modulation de largeur d'impulsion (M.L.I.). La figure 14 donne le chronogramme de la commande B11, les autres (B_{ij}) s'en déduisent comme en II.2.2.

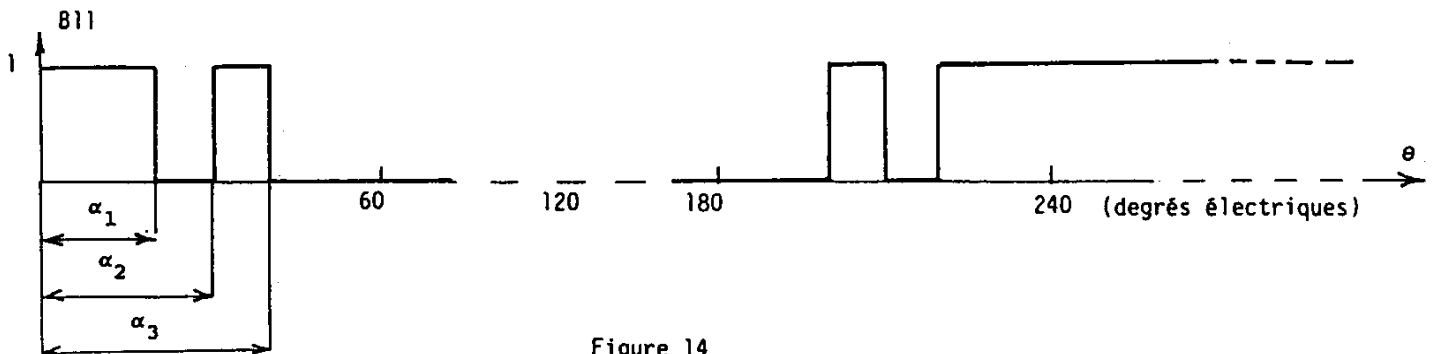


Figure 14

III.2.1. Sachant qu'il y a toujours continuité du courant dans les fils de phase, donner la forme d'onde obtenue pour u_3 .

III.2.2. On donne $\alpha_1 = \frac{\pi}{9}$, $\alpha_2 = \frac{\pi}{6}$ et $\alpha_3 = \frac{2\pi}{9}$. Donner l'expression littérale de la valeur efficace V_m de l'harmonique de rang m .

Déterminer alors V_1 , V_5 et V_7 en fonction de E .

N.B. — Sur la figure 14, le signal de commande présente une symétrie par rapport à la valeur angulaire 120° électriques.

III.2.3. Comparer la valeur efficace de la tension maintenant délivrée par le convertisseur avec la précédente. En déduire l'action de ce type de commande sur le spectre de l'onde.

Quelles devraient être, *a priori*, les conséquences au niveau de la machine ?

III.2.4. Calculez la valeur de E imposant au fondamental une valeur efficace de 220 V à la fréquence 50 Hz. En déduire celle des harmoniques 5 et 7.

La loi établie en II.2.4.2. est-elle modifiée ?

III.2.5. Avec les mêmes hypothèses qu'en III.1. :

III.2.5.1. Calculer, avec cette nouvelle commande, la valeur efficace I du courant absorbé par phase à 50 Hz lorsque le moteur délivre son couple nominal.

III.2.5.2. Calculer également les pertes Joule supplémentaires dues aux harmoniques.

III.2.5.3. Calculer le taux harmonique du courant dans les mêmes conditions qu'en III.1.5.

III.2.6. En désignant $I_{MAX} = \sum_{m=1}^7 I_m \sqrt{2}$ l'amplitude maximale du courant susceptible de traverser les semi-conducteurs, comparer les valeurs obtenues au régime nominal à 50 Hz entre la commande pleine onde et la commande à M.L.I. Conclusion ?

III.3. Étude de la commande en vitesse du moteur

Le moteur est alimenté par l'onduleur en commande à M.L.I. selon la loi établie en II.2.4.2. et on ne considère que l'effet du premier harmonique des tensions.

Les constantes électriques sont suffisamment faibles pour négliger les modes électriques lors des régimes transitoires et ne considérer que le mode mécanique.

La charge du moteur (alors supposé sans pertes mécaniques) est constituée d'un couple utile C_r , indépendant de la vitesse, et d'un moment d'inertie total J ramené à l'arbre.

N.B. — Afin d'éviter toute confusion avec le nombre de paires de pôles de la machine, l'opérateur de Laplace sera noté « s ».

III.3.1. Donner un schéma — bloc montrant les fonctions principales à remplir sachant que l'entrée est la fréquence f_0 et la sortie la vitesse Ω .

III.3.2. Montrer que les transmittances $\Omega(s) / f_0(s)$ et $\Omega(s) / C_r(s)$ sont des équations linéaires du premier ordre dont on déterminera les gains statiques (respectivement K_1 et K_2) et la constante de temps τ_m sachant que $J = 0,2 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

III.3.3. La valeur de f_0 est déterminée à partir d'un correcteur proportionnel tel que $f_0 = G(\Omega_c - \Omega)$ où Ω_c représente la vitesse de consigne. Quel est l'inconvénient de cette solution sachant qu'il est indispensable de limiter le couple délivré par la machine ?

III.3.4. Pour pallier l'inconvénient précédent, on réalise l'autopilotage du moteur en lui imposant sa fréquence rotorique f_r .

Déterminer alors les transmittances $\Omega(s) / f_r(s)$ et $\Omega(s) / C_r(s)$.

Donner le schéma fonctionnel conduisant à définir f_0 à partir de f_r .

Comment limiter le couple délivré par le moteur à la valeur nominale ?

N.B. — Le fonctionnement est prévu dans les quatre quadrants du plan couple-vitesse.

III.3.5. Donner le schéma fonctionnel du système où la valeur de f_r est définie de la manière suivante :

$$f_r(t) = \frac{G}{\tau_i} \left(\int_0^\infty (\Omega_c(t) - \Omega(t)) dt \right) - G \cdot \Omega(t).$$

Comment choisir G et τ_i pour que la dynamique de l'ensemble soit celle d'un système du premier ordre qui aurait une constante de temps de 50 ms.

Quelle est la valeur de Ω en régime permanent si $\Omega_c = 150 \text{ rad/s}$?

III.3.6. Si à $t = 0$, on a $\Omega = 0$ et $\Omega_c = 100 \text{ rad/s}$, expliquer qualitativement comment s'opère le démarrage de la machine si les conditions du III.3.4. sont réalisées.

III.3.7. La consigne Ω_c est susceptible de prendre brusquement toute valeur dans la plage $-150, 150 \text{ rad/s}$. Quelle doit alors être la caractéristique principale de la source continue alimentant l'onduleur ? Proposer quelques solutions pour sa réalisation.

III.3.8. La source continue est réalisée selon le schéma de la figure 15.

Quels sont les rôles de R_r et T_{rr} ?

Comment commander T_{rr} ?

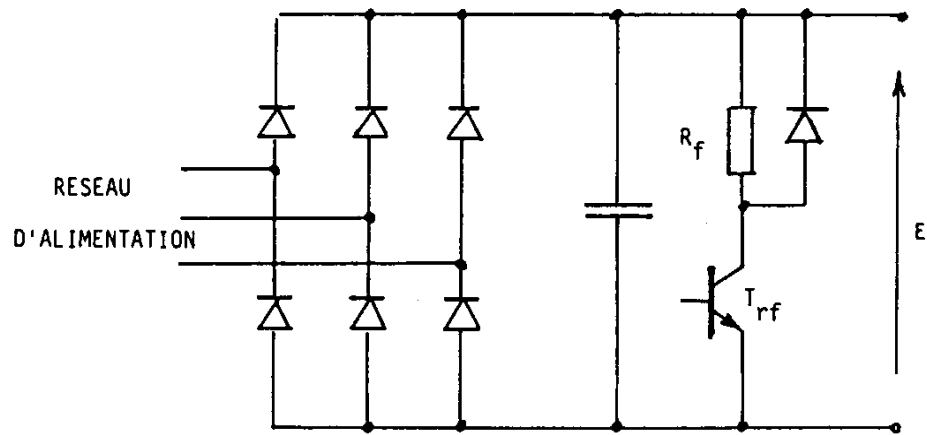


Figure 15

III.3.9. Le moteur non chargé ($C_r = 0$) tourne à la vitesse $\Omega = 150$ rad/s.
La consigne tombe brusquement à zéro.

III.3.9.1 Calculer le temps de ralentissement t_{RA} nécessaire à annuler la vitesse de l'arbre.

III.3.9.2. En supposant :

- que la tension E reste constante et égale à la valeur calculée en III.2.4.,
 - que l'énergie cinétique soit totalement dissipée dans R_f ,
 - que T_{rf} reste conducteur pendant cette phase,
- caractériser la résistance R_f (valeur ohmique, puissance).

SESSION DE 1991

concours externe de recrutement de professeurs agrégés

section : sciences physiques

option : physique appliquée

épreuve C

problème d'électricité, d'électronique, d'électrotechnique et d'automatique

Durée : 6 heures

L'usage de la calculatrice électronique de poche — y compris calculatrice programmable et alpha-numérique — à fonctionnement autonome, non imprimante, est autorisé conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Le candidat dispose de 3 feuilles de papier millimétré à échelles linéaires et de 4 feuilles de papier millimétré à échelles semi-logarithmiques.

Le document-réponse ci-joint est à rendre avec la copie.

Il sera tenu compte de la qualité de la rédaction, de la rigueur des raisonnements et de la précision des tracés des courbes.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre pour cela.

Le problème est constitué de trois parties indépendantes les unes des autres.

La première partie étudie les éléments constitutifs et les propriétés d'une boucle à verrouillage de phase.

La deuxième partie développe le principe d'un phasemètre numérique, utilisant une boucle à verrouillage de phase.

La troisième partie concerne la détection synchrone.

Dans tout le problème, les amplificateurs opérationnels seront considérés comme idéaux : impédances d'entrée infinies, impédance de sortie nulle, amplification différentielle en tension infinie, taux de réjection du mode commun infini.

On notera \underline{u} la grandeur complexe associée à une tension sinusoïdale $u(t)$.

PREMIÈRE PARTIE

ÉTUDE D'UNE BOUCLE À VERROUILLAGE DE PHASE

Le schéma synoptique d'une boucle à verrouillage de phase, appelée BVP ou PLL (Phase Locked Loop), est représenté sur la figure 1.

Ce système bouclé comporte trois éléments : un comparateur de phase, un filtre et un oscillateur commandé en tension.

L'oscillateur commandé en tension, appelé OCT ou VCO (Voltage Controlled Oscillator), fournit un signal périodique $u_S(t)$, dont la fréquence F_S dépend de la tension $u_F(t)$ appliquée à son entrée.

En notant $\Omega_S(t)$ la pulsation instantanée de la composante fondamentale du signal $u_S(t)$, le fonctionnement de l'oscillateur commandé en tension est défini par la relation :

$$\Omega_S(t) = 2\pi F_S(t) = \Omega_0 + \omega_S(t) = \Omega_0 + k_0 \cdot u_F(t)$$

dù k_0 représente la sensibilité, ou amplification statique, de l'oscillateur commandé en tension, Ω_0 la pulsation centrale, ou de repos, de l'oscillateur commandé en tension, pour une gamme de pulsations $[\Omega_{\min}, \Omega_{\max}]$, et $\omega_S(t)$ l'écart de pulsation instantanée par rapport à Ω_0 .

Le comparateur de phase délivre un signal d'erreur $u_P(t)$, lié à la différence $\phi(t)$ entre les phases instantanées $\phi_E(t)$ et $\phi_S(t)$ des composantes fondamentales des signaux d'entrée $u_E(t)$ et de sortie $u_S(t)$.

Le fonctionnement du comparateur de phase est défini par la relation :

$$u_P(t) = k_P \cdot [\phi_E(t) - \phi_S(t)] = k_P \cdot \phi(t)$$

où k_P représente la sensibilité, ou amplification statique, du comparateur de phase, pour un domaine de déphasages $[\phi_{\min}, \phi_{\max}]$.

$\phi(t)$ est appelée l'erreur de phase.

Les technologies utilisées pour la réalisation du comparateur de phase sont variées. Un exemple de comparateur de phase analogique sera étudié au 1.

Le filtre est un filtre passe-bas, indispensable pour assurer une bonne stabilité du système bouclé.

Ses caractéristiques déterminent les performances (stabilité, précision, temps de réponse) du système asservi en régime harmonique et en régime transitoire.

Le rôle d'une boucle à verrouillage de phase est d'asservir la phase instantanée $\phi_S(t)$ du signal de sortie à la phase instantanée $\phi_E(t)$ du signal d'entrée.

1. Étude d'un comparateur de phase.

1.1. Le montage représenté sur la figure 2 comprend six transistors, rigoureusement appariés deux à deux (T_1 et T_2 , T_3 et T_4 , T_5 et T_6), ce qui est possible en structure intégrée.

La source de courant I_0 est supposée idéale.

On rappelle que l'intensité du courant de collecteur i_C d'un transistor est liée à la tension base-émetteur v_{BE} par la relation approchée :

$$i_C = I_S \cdot \exp\left(\frac{q v_{BE}}{kT}\right) = I_S \cdot \exp\left(\frac{v_{BE}}{V_T}\right)$$

où I_S est le courant de saturation inverse de la jonction base-émetteur, supposé constant à température constante, pour un transistor donné;

k est la constante de Boltzmann;

q est la valeur absolue de la charge de l'électron;

T est la température absolue de la jonction.

On suppose que l'amplification en courant statique β de chaque transistor est très grande devant 1.

Tous les transistors sont supposés être toujours dans les mêmes conditions de température.

On notera i_{C_n} la valeur instantanée du courant de collecteur, v_{BE_n} la valeur instantanée de la tension base-émetteur et V_{BE_n} la tension de polarisation base-émetteur du transistor T_n ($n = 1$ à 6).

- 1.1.1. Exprimer la différence $(i_{C_5} - i_{C_6})$ en fonction de I_0 , V_T et u_1 .
- 1.1.2. Exprimer les différences $(i_{C_1} - i_{C_2})$ et $(i_{C_4} - i_{C_3})$ en fonction de i_{C_5} , i_{C_6} , V_T et u_2 .
- 1.1.3. Calculer la d.d.p. u en fonction de R_C , I_0 , V_T , u_1 et u_2 .
- 1.1.4. Dans le cas où les deux signaux u_1 et u_2 ont une amplitude très inférieure à V_T , donner la valeur approchée de la d.d.p. u . Conclure.
- 1.1.5. Si le signal u_1 est de faible amplitude devant V_T et si le signal u_2 est très grand devant V_T , que devient l'expression de la d.d.p. u ?
- 1.2. La source de courant I_0 du montage de la figure 2 est réalisée par une source de Wilson, représentée sur le montage de la figure 3.
- Les trois transistors T_7 , T_8 , T_9 intégrés sont supposés rigoureusement identiques, et dans les mêmes conditions de température.
- Leur amplification statique en courant est notée β .
- 1.2.1. Déterminer, en fonction du courant de base I_B du transistor T_7 , les intensités des courants I_1 et I_0 .
- 1.2.2. Calculer la valeur limite de β pour que l'erreur relative $\left| \frac{I_1 - I_0}{I_1} \right|$ reste inférieure à 10^{-3} .
- 1.2.3. Calculer R_1 pour que $I_0 = 1 \text{ mA}$, sachant que la tension base-émetteur des transistors est $V_{D_0} = 0,7 \text{ V}$ et que $E = 10 \text{ V}$.
- 1.2.4. Calculer la résistance de sortie R_s du montage, entre les bornes A et M, en utilisant les schémas équivalents des transistors en régime de petits signaux, basses fréquences, et en tenant compte des valeurs des paramètres r_{be} et r_{ce} , et de R_1 .

On donne :

$$r_{be} = 1 \text{ k}\Omega, \quad r_{ce} = 100 \text{ k}\Omega, \quad \beta = 100.$$

1.3. Fonctionnement du comparateur de phase.

On place en sortie du montage de la figure 2 un filtre passe-bas, de pulsation de coupure très inférieure à Ω_0 et de transmittance égale à 1 dans sa bande passante, qui délivre la tension $u_p(t)$.

On donne :

$$R_C = 4,7 \text{ k}\Omega, \quad I_0 = 1 \text{ mA}, \quad V_T = 26 \text{ mV}.$$

- 1.3.1. Les deux signaux u_1 et u_2 appliqués au comparateur sont de très faible amplitude par rapport à V_T .

Les signaux u_1 et u_2 sont des tensions sinusoïdales de même pulsation Ω_0 et d'amplitudes constantes :

$$u_1(t) = U_{1m} \cdot \sin[\Omega_0 \cdot t + \phi_1(t)]$$

$$u_2(t) = U_{2m} \cdot \sin[\Omega_0 \cdot t + \phi_2(t)].$$

On pose :

$$\phi(t) = \phi_1(t) - \phi_2(t).$$

On admet que :

$$\left| \frac{d\phi_1(t)}{dt} \right| \ll \Omega_0 \quad \text{et} \quad \left| \frac{d\phi_2(t)}{dt} \right| \ll \Omega_0.$$

- 1.3.1.1. Exprimer la d.d.p. $u(t)$, en fonction des caractéristiques des tensions d'entrée.
 1.3.1.2. Donner l'expression de la tension de sortie $u_p(t)$ du comparateur de phase.
 1.3.1.3. Tracer la caractéristique $u_p = f(\phi)$, pour $\phi \in [-\pi, +\pi]$.
 1.3.1.4. Calculer la sensibilité $k_p = \left| \frac{du_p}{d\phi} \right|$, autour de l'état de repos caractérisé par

$$\phi = \phi_0 = -\frac{\pi}{2}.$$

- 1.3.2. Le signal d'entrée u_1 est de très faible amplitude et le signal u_2 , issu de l'oscillateur commandé en tension, est d'amplitude très élevée par rapport à V_T .

Le signal u_1 est sinusoïdal : $u_1(t) = U_{1m} \cdot \sin[\Omega_0 t + \phi_1(t)]$, et le signal u_2 est rectangulaire, périodique, de même pulsation Ω_0 , de valeur moyenne nulle, de rapport cyclique égal à 50 %, d'amplitude U_{2m} constante et décalé d'un temps δ par rapport à u_1 , tel que $\Omega_0 \cdot \delta = \phi$, avec $\phi \in [-\pi, +\pi]$.

- 1.3.2.1. Déterminer la tension de sortie $u_p(t)$.
 1.3.2.2. Quel type de caractéristique présente alors le comparateur ?
 1.3.2.3. Calculer sa sensibilité, au voisinage de $\phi = \phi_0 = -\frac{\pi}{2}$.

- 1.3.3. Les deux signaux u_1 et u_2 , d'amplitude très grande devant V_T , sont rectangulaires, périodiques, de même pulsation Ω_0 , de valeur moyenne nulle, de rapport cyclique égal à 50 %, d'amplitudes U_{1m} et U_{2m} constantes et décalés d'un temps δ l'un par rapport à l'autre, tel que $\Omega_0 \cdot \delta = \phi$, avec $\phi \in [-\pi, +\pi]$.

Ce cas se présente quand le signal d'entrée de la boucle à verrouillage de phase sature l'étage d'entrée du comparateur.

- 1.3.3.1. Exprimer la tension de sortie $u_p(t)$.
 1.3.3.2. Tracer la caractéristique $u_p = g(\phi)$, pour $\phi \in [-\pi, +\pi]$.
 1.3.3.3. Calculer la sensibilité du comparateur, autour de l'état de repos caractérisé par $\phi = \phi_0 = -\frac{\pi}{2}$.
 1.3.3.4. À partir des résultats obtenus aux questions 1.3.2.3. et 1.3.3.3., tracer la courbe, supposée continue, représentant les variations de la sensibilité k_p du comparateur de phase, en fonction de l'amplitude U_{1m} du signal d'entrée.
 1.3.3.5. Le comparateur de phase est-il utilisable quand les signaux u_1 et u_2 présentent des rapports cycliques quelconques ?

2. Étude du filtre.

Son schéma de montage est représenté sur la figure 4.

On donne :

$$R_2 = 10 \text{ k}\Omega, \quad R_3 = 100 \text{ k}\Omega, \quad C_1 = 0,1 \text{ }\mu\text{F}.$$

- 2.1. Calculer la transmittance complexe en tension $\underline{T}_F = \frac{U_F}{U_P}$, en régime sinusoïdal de pulsation ω , et l'exprimer en fonction de $\tau_1 = R_2 \cdot C_1$ et $\tau_2 = (R_2 + R_3) \cdot C_1$.

- 2.2. Tracer le diagramme asymptotique de Bode (gain et argument) de $\underline{T}_F(j\omega)$.

Esquisser les courbes réelles. Donner les valeurs du gain et de l'argument pour la pulsation

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{\tau_1 \cdot \tau_2}}.$$

3. Étude d'un oscillateur commandé en tension.

Le montage, représenté sur la figure 5, comprend :

- un générateur de courant I_F commandé par la tension $u_F(t)$, issue du filtre;
- un trigger de Schmitt, de résistance d'entrée infinie, de résistance de sortie nulle et présentant des temps de commutation supposés négligeables;
- un transistor T_{12} fonctionnant en commutation, avec les hypothèses suivantes :
 - lorsqu'il est bloqué, son courant de collecteur est nul;
 - lorsqu'il est saturé, ses tensions base-émetteur et collecteur-émetteur valent respectivement :

$$V_{BE_{sat}} = 0,7 \text{ V} \quad \text{et} \quad V_{CE_{sat}} = 0,3 \text{ V},$$
 et son amplification statique en courant est $\beta = 100$;
 - on néglige tout temps de commutation.
- deux diodes D_1 et D_2 , présentant une d.d.p. constante $V_D = 0,7 \text{ V}$ lorsqu'elles sont passantes;
- deux transistors T_{10} et T_{11} , supposés rigoureusement identiques, et dans les mêmes conditions de température.

À l'instant initial $t = 0$, le condensateur de capacité C_2 est déchargé, et le trigger de Schmitt présente une tension de sortie u_T égale à 0.

3.1. Déterminer l'état des transistors T_{10} et T_{11} , et des diodes D_1 et D_2 à $t = 0$.

Exprimer, pour $t > 0$, la tension $u_{C_2}(t)$.

3.2. À quel instant t_1 le trigger va-t-il basculer ?

Quel est alors l'état de T_{12} ?

3.3. En supposant alors la d.d.p. aux bornes des résistances R_4 inférieure à 1 V et $V_H = 8 \text{ V}$, déterminer l'état de T_{10} , T_{11} , D_1 et D_2 .

Exprimer, pour $t > t_1$, la tension $u_{C_2}(t)$.

Quels sont les rôles joués par les diodes D_1 et D_2 ?

3.4. À quel instant t_2 le trigger va-t-il à nouveau basculer ?

Que se passe-t-il alors ?

3.5. Exprimer la fréquence F_5 de l'oscillateur, en fonction de C_2 , V_B , V_H et I_F .

3.6. La source de courant I_1 est obtenue par le montage représenté sur la figure 6.

Les quatre transistors T_{13} , T_{14} , T_{15} , T_{16} sont supposés strictement appariés et dans les mêmes conditions de température; leur amplification statique en courant β est supposée très supérieure à 1.

3.6.1. Déterminer I_1 en fonction de I_0 .

3.6.2. Montrer que I_1 peut s'écrire sous la forme :

$$I_1 = I + k \cdot u_T.$$

3.6.3. Donner les valeurs de I et k en fonction de α , R_6 et E .

3.6.4. Application numérique :

$$E = 10 \text{ V}, \quad \alpha = -7, \quad R_6 = 4 \text{ k}\Omega, \quad V_0 = 5 \text{ V}, \quad V_B = 3 \text{ V}, \quad V_H = 8 \text{ V}.$$

- 3.6.4.1. Donner la formule permettant de calculer la fréquence centrale $F_0 = \frac{\Omega_0}{2\pi}$ de l'oscillateur commandé en tension, en fonction de C_2 .
- 3.6.4.2. Déterminer l'expression de la sensibilité k_0 de l'oscillateur commandé en tension, en fonction de F_0 .
- 3.6.4.3. Calculer la valeur maximale de R_5 assurant la saturation du transistor T_{12} , si le comparateur de phase fournit une tension maximale $U_{p_{\max}} = 5 \text{ V}$.
- 3.6.5. Tracer les chronogrammes de $u_T(t)$ et $u_{C_2}(t)$, en concordance de temps, pour $t \in [0, 25 \mu\text{s}]$, dans le cas où $F_0 = 100 \text{ kHz}$.

4. Étude du système bouclé.

Lorsque la boucle est verrouillée, le fonctionnement est considéré comme linéaire pour de petites variations autour de l'état de repos caractérisé par :

$$\begin{aligned}\Omega_S &= \Omega_0 & \Omega_E &= \Omega_0 \\ \phi_S &= \phi_{S_0} & \phi_E &= \phi_{E_0} \\ \phi &= \phi_0 = \phi_{E_0} - \phi_{S_0}\end{aligned}$$

On note :

$$\begin{aligned}\omega_S &= \Omega_S - \Omega_0 & \omega_E &= \Omega_E - \Omega_0 \\ \varphi_S &= \phi_S - \phi_{S_0} & \varphi_E &= \phi_E - \phi_{E_0} \\ \varphi &= \phi - \phi_0\end{aligned}$$

On suppose l'impédance de sortie du comparateur de phase négligeable et l'impédance d'entrée de l'oscillateur infinie.

- 4.1. Représenter le schéma fonctionnel de la boucle verrouillée, en adoptant les phases φ_E et φ_S comme grandeurs d'entrée et de sortie.

On fera apparaître les grandeurs suivantes : φ_E , φ_S , φ , u_p , u_F , ω_S .

On déterminera les transmittances opérationnelles des différents blocs.

- 4.2. Donner le schéma fonctionnel de la boucle, en prenant les pulsations ω_E et ω_S comme grandeurs d'entrée et de sortie.

En déduire que la boucle à verrouillage de phase, qui est un asservissement de phase, est également un asservissement de pulsation, avec rigoureusement le même schéma fonctionnel.

- 4.3. Exprimer la transmittance en boucle ouverte $T(p)$, puis la transmittance du système bouclé $T'(p)$.

On posera :

$$T_0 = k_0 \cdot k_p.$$

On donnera la pulsation propre ω_p et le coefficient d'amortissement m du système.

Montrer que $T'(p)$ peut s'écrire sous la forme :

$$T'(p) = \frac{\omega_p \cdot \left(2m - \frac{\omega_p}{T_0}\right) \cdot p + \omega_p^2}{p^2 + 2m \cdot \omega_p \cdot p + \omega_p^2}.$$

4.4. *Stabilité.*

4.4.1. Montrer que la pulsation ω_1 , telle que $|\underline{T}(j \cdot \omega_1)| = 1$, s'écrit :

$$\omega_1 = \omega_p \cdot \left(2m^2 + (4m^4 + 1)^{\frac{1}{2}} \right)^{\frac{1}{2}}, \text{ en supposant } \omega_p \ll T_0.$$

4.4.2. Calculer l'argument de $\underline{T}(j \cdot \omega_1)$, avec la même approximation ($\omega_p \ll T_0$).

4.4.3. En déduire la marge de phase ψ_M du système bouclé.

Quelle est la valeur limite du coefficient d'amortissement m pour que la marge de phase ψ_M soit supérieure à $\frac{\pi}{4}$ radian ?

4.4.4. *Application numérique :*

Avec les données du 2., calculer la valeur de T_0 pour que $\psi_M = \frac{\pi}{4}$ radian. En déduire celle de ω_p .

4.4.5. Tracer le diagramme de Bode (gain et argument) de $\underline{T}(j \cdot \omega)$ quand $\psi_M = \frac{\pi}{4}$ radian.

4.4.6. Comment peut-on améliorer la stabilité de la boucle à verrouillage de phase ?

4.5. *Précision.*

4.5.1. Précision statique.

On part d'une pulsation d'entrée Ω_E égale à la pulsation centrale Ω_0 de l'oscillateur commandé en tension.

4.5.1.1. À l'instant $t = 0$, on applique un échelon de pulsation, de valeur ω_E constante.

Pour $t > 0$, on maintient la pulsation d'entrée à la valeur $(\Omega_0 + \omega_E)$, qui est dans la plage de verrouillage.

a. Déterminer l'erreur de pulsation correspondante, dite de position.

b. Que peut-on alors dire de la fréquence du signal d'entrée et de celle de l'oscillateur commandé en tension, en régime permanent ?

4.5.1.2. Au nouvel instant initial $t' = 0$, on applique une rampe de pulsation, telle que $\omega_E = \Omega_E - \Omega_0 = \beta \cdot t$.

On suppose que la pulsation d'entrée Ω_E reste toujours dans la plage de verrouillage.

a. Déterminer l'erreur de pulsation correspondante, dite de traînage.

b. Que peut-on alors dire des fréquences de $u_E(t)$ et $u_S(t)$ en régime permanent ?

c. Que faut-il penser du système pour un fonctionnement à fréquence d'entrée variable ?

d. Au bout de combien de temps l'erreur de phase va-t-elle atteindre la valeur

$$\frac{\pi}{6} \text{ radian, limite qui assure la linéarité du comparateur de phase ?}$$

4.5.2. Précision dynamique : réponse indicielle.

On part d'une pulsation d'entrée $\Omega_E = \Omega_0$ et on applique, à $t = 0$, un échelon de pulsation de valeur ω_E constante.

4.5.2.1. Établir la loi $\Omega_S = h(t)$ pour $t \geq 0$, sachant que :

$$\left\{ \begin{array}{l} \Omega_S(t = 0^-) = \Omega_0, \\ \frac{d\Omega_S}{dt}(t = 0^-) = 0. \end{array} \right.$$

- 4.5.2.2. Tracer l'allure de la courbe donnant les variations de l'erreur de pulsation en fonction du temps, avec les valeurs numériques données au 2. et pour $T_0 = 2 \cdot 10^4$.

Conclure.

4.6. *Étude en régime sinusoïdal.*

Tracer le diagramme de Bode (gain et argument) de la transmittance en boucle fermée $\underline{T}'(j \cdot \omega)$ de la boucle à verrouillage de phase, en prenant la variable réduite $x = \frac{\omega}{\omega_p}$ en abscisses, avec les valeurs numériques données au 2. et pour $T_0 = 2 \cdot 10^4$.

4.7. *Plage de verrouillage (ou de maintien).*

4.7.1. Donner la définition de la plage de verrouillage.

4.7.2. Par quels éléments est-elle limitée ?

4.7.3. Pour calculer la plage de verrouillage, on applique à l'entrée de la boucle à verrouillage de phase un échelon de pulsation d'amplitude ω_E .

4.7.3.1. Représenter le schéma fonctionnel de grandeurs d'entrée ω_E et de sortie φ .

4.7.3.2. Exprimer la transmittance $H'(p) = \frac{\varphi(p)}{\omega_E(p)}$.

4.7.3.3. Calculer la limite de $\varphi(t)$ quand $t \rightarrow +\infty$.

4.7.3.4. En déduire la valeur ($2\omega_L$) de la plage de verrouillage, en supposant que le déphasage n'est limité que par le comparateur de phase étudié précédemment, si $T_0 = 2 \cdot 10^4$.

4.7.3.5. Quel organe faudrait-il insérer dans la boucle à verrouillage de phase pour augmenter la plage de verrouillage ?

4.8. *Plage de capture (ou d'accrochage).*

Soit une boucle initialement non verrouillée telle que la pulsation de sortie Ω_s soit égale à Ω_0 et la pulsation d'entrée Ω_E très inférieure à Ω_0 .

On applique à l'entrée de la boucle un échelon de pulsation, d'amplitude ω_E , permettant l'accrochage.

4.8.1. Expliquer qualitativement le phénomène de capture.

4.8.2. Donner l'allure du graphe $u_E(t)$.

4.8.3. En utilisant le schéma fonctionnel de la question 4.2. et en tenant compte de la tension maximale $U_{p_{\max}}$ en sortie du comparateur de phase, déterminer la valeur ($2\omega_C$) de la plage de capture, en fonction de k_0 , τ_1 , τ_2 et $U_{p_{\max}}$.

On supposera :

$$\omega_C \cdot \tau_1 \gg 1.$$

Donner l'expression de ($2\omega_C$) en fonction de k_0 , T_0 , $U_{p_{\max}}$, m et ω_p , si $\omega_p \ll T_0$.

Calculer la valeur de ($2\omega_C$) si $T_0 = 2 \cdot 10^4$, $k_p = 3$, et $U_{p_{\max}} = 1 \text{ V}$.

4.9. Influence du bruit.

On considère un signal d'entrée sinusoïdal $s_E(t) = S_{Em} \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t)$, accompagné de bruit aléatoire $n(t)$, dont le spectre s'étend de $\left(\Omega_0 - \frac{B}{2}\right)$ à $\left(\Omega_0 + \frac{B}{2}\right)$, B étant la bande passante d'un filtre placé à l'entrée.

À l'entrée de la boucle à verrouillage de phase, on a donc :

$$u_E(t) = S_{Em} \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t) + n(t).$$

La boucle verrouillée présente, vis-à-vis du bruit présent à l'entrée avec le signal, une bande passante B_n , centrée sur la pulsation Ω_0 et appelée bande équivalente de bruit.

Sa valeur, exprimée en $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$, est donnée par la formule :

$$B_n = 2 \cdot \int_0^\infty |\underline{T}'(j \cdot \omega)|^2 \cdot d\omega,$$

où $\underline{T}'(j \cdot \omega)$ est la transmittance en boucle fermée de la boucle à verrouillage de phase.

4.9.1. Montrer que, pour la boucle étudiée, on obtient :

$$B_n = \frac{\pi \cdot \omega_p}{2 \cdot m} \cdot \left(1 + \left(2 \cdot m - \frac{\omega_p}{T_0} \right)^2 \right).$$

Pour effectuer le calcul, on pourra poser $x = \frac{\omega}{\omega_p}$, et utiliser la formule :

$$\int_0^\infty \frac{(1 + a \cdot x^2)}{(1 - x^2)^2 + 4 \cdot m^2 \cdot x^2} \cdot dx = \pi \cdot \frac{(a + 1)}{4 \cdot m}.$$

4.9.2. Sachant que le rapport signal sur bruit $\left(\frac{S}{N}\right)_S$ à la sortie de la boucle est lié au rapport signal sur

bruit $\left(\frac{S}{N}\right)_E$ à l'entrée par la relation :

$$\left(\frac{S}{N}\right)_S = \frac{B}{B_n} \cdot \left(\frac{S}{N}\right)_E,$$

déterminer la valeur optimale de m .

Donner sa valeur approchée quand $\omega_p \ll T_0$.

On rappelle que le rapport signal sur bruit $\left(\frac{S}{N}\right)$ est égal au quotient de la puissance moyenne associée au signal par la puissance moyenne correspondant au bruit.

4.9.3. Exprimer la plage de capture ($2\omega_c$), quand $\omega_p \ll T_0$, en fonction de k_0 , T_0 , $U_{p_{\max}}$, m et B_n .

4.9.4. Application numérique :

$$T_0 = 2 \cdot 10^4, \quad k_0 \cdot U_{p_{\max}} = 3 \cdot 10^4, \quad \text{et} \quad \left(\frac{S}{N}\right)_S = 4,$$

valeur nécessaire pour un fonctionnement stable de la boucle à verrouillage de phase.

Calculer la valeur minimale du rapport signal sur bruit $\left(\frac{S}{N}\right)_E$ à l'entrée, pour assurer une réception exigeant une bande passante égale à B .

4.9.5. Si le rapport signal sur bruit à l'entrée $\left(\frac{S}{N}\right)_E$ est trop faible, on doit réduire la bande passante B du filtre disposé à l'entrée.

4.9.5.1. Comment évolue alors la plage de capture ?

4.9.5.2. Pour élargir la plage de capture, une méthode consiste à balayer linéairement la pulsation centrale Ω_0 de l'oscillateur commandé en tension.

Le schéma de principe du montage est donné sur la figure 7.

Il comprend, en plus de la boucle à verrouillage de phase déjà étudiée :

- un déphaseur de $+\frac{\pi}{2}$ du signal d'entrée $U_{E_m} \cdot \sin(\Omega_0 \cdot t + \phi_E)$;
- un multiplieur qui fournit une tension proportionnelle au produit des tensions appliquées sur ses entrées;
- un filtre passe-bas, de fréquence de coupure très inférieure à Ω_0 ;
- un circuit de mise en forme fournissant une tension égale à 10 V si le signal issu de l'oscillateur commandé en tension est en quadrature avance sur le signal d'entrée, et une tension égale à 0 V dans le cas contraire;
- un transistor T_{17} , fonctionnant en commutation;
- un amplificateur opérationnel, de tensions de saturation égales à + 10 V et - 10 V.

a. Expliquer le fonctionnement du montage si la boucle est verrouillée.

b. Sur quelle tension (cf. fig. 5 et 6) de l'oscillateur commandé en tension peut-on agir pour faire varier sa pulsation centrale ?

En déduire que, lorsque la boucle est non verrouillée, le montage de la figure 7 permet de modifier la pulsation centrale de l'oscillateur commandé en tension et d'élargir la plage de capture.

DEUXIÈME PARTIE

ÉTUDE D'UN PHASEMÈTRE NUMÉRIQUE

Dans cette partie, on se propose d'étudier le principe d'une phasemètre réellement numérique, basé sur le comptage d'impulsions issues d'une boucle à verrouillage de phase fonctionnant en multiplicateur de fréquence.

Cet appareil permet des mesures rapides et ses performances en régime transitoire sont meilleures que celles des phasemètres analogiques, dont l'affichage seul est de type numérique.

Le schéma de principe du phasemètre est représenté sur la figure 8.

Il comprend deux circuits de mise en forme, deux diviseurs de fréquence par deux avec leur circuit de commande, une porte logique OU EXCLUSIF, une boucle à verrouillage de phase dont la chaîne de retour comporte un diviseur de fréquence par N, une porte logique ET et un compteur.

On considère des signaux d'entrée $u_{E_1}(t)$ et $u_{E_2}(t)$ sinusoïdaux, de même fréquence, d'expressions :

$$\begin{aligned} u_{E_1}(t) &= U_{E_1m} \cdot \sin(\omega \cdot t), \\ u_{E_2}(t) &= U_{E_2m} \cdot \sin(\omega \cdot t - \varphi), \end{aligned}$$

avec :

$$U_{E_1m} = 10 \text{ V}, \quad U_{E_2m} = 15 \text{ V} \quad \text{et} \quad f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} = 1\,000 \text{ Hz}.$$

Le déphasage φ du signal u_{E_1} par rapport au signal u_{E_2} est compris entre 0 et 2π .

Le but du dispositif est de mesurer ce déphasage φ , et de l'afficher directement en degrés.

Les portes logiques ET NON utilisées sont de technologie TTL et alimentées en $(0, V_{CC})$, avec $V_{CC} = 5 \text{ V}$. Leurs caractéristiques de transfert et d'entrée, idéalisées, sont données sur la figure 9, en fonctionnement inverseur (type 74LS00).

On associera l'état logique haut ou « 1 » au niveau de tension supérieur et l'état logique bas ou « 0 » au niveau de tension inférieur (logique positive).

1. Étude des circuits de mise en forme.

Leur montage est donné sur la figure 10.

La diode Zener est supposée idéale : tension de seuil direct $V_D = 0 \text{ V}$, tension de Zener $V_Z = 4,8 \text{ V}$, résistance de Zener $r_Z = 0 \Omega$.

1.1. Expliquer le fonctionnement du système, sur l'intervalle $[0, T]$.

1.2. Représenter sa caractéristique de transfert $u_F = g(u_E)$.

1.3. Tracer, en concordance de temps, les chronogrammes de $u_{E_1}(t)$, $u_{E_2}(t)$, $u_{F_1}(t)$ et $u_{F_2}(t)$, sur le document-réponse.

2. Étude des diviseurs de fréquence par deux.

La réalisation de chaque diviseur utilise une bascule de type D, déclenchée par un flanc ascendant (passage du niveau logique bas au niveau logique haut), avec une entrée de remise à zéro (\bar{R} , active au niveau bas) et une entrée de remise à un (\bar{S} , active au niveau bas), dont la table de vérité est donnée figure 11.

La bascule est montée suivant le schéma de la figure 12. Le signal issu du circuit de mise en forme est appliqué sur son entrée H.

On note u_Q la tension associée à la sortie Q de la bascule et $u_{\bar{Q}}$ celle associée à la sortie \bar{Q} .

- 2.1. Pour $t < 0$, on désire mettre à 0 la sortie Q_1 de la bascule de la voie 1, commandée par u_{E_1} . Comment faut-il procéder ?
- 2.2. Pour $t \geq 0$, quels niveaux doit-on appliquer sur les entrées \bar{S}_1 et \bar{R}_1 de la bascule de la voie 1, pour qu'elle fonctionne en diviseur de fréquence par deux ?
Représenter, en concordance de temps, les chronogrammes de $u_{Q_1}(t)$ et $u_{\bar{Q}_1}(t)$ sur le document-réponse.
- 2.3. La commande de départ du diviseur de la voie 2 est réalisée suivant le montage de la figure 13. On supposera négligeable le courant d'entrée de la deuxième porte ET NON.
 - 2.3.1. Calculer la valeur limite de R_2 pour que l'entrée u_2 de la deuxième porte ET NON puisse être à l'état bas quand la sortie de la première porte ET NON est à V_{OL} .
Par la suite, on adoptera : $R_2 = 1 \text{ k}\Omega$, $C = 100 \text{ nF}$.
 - 2.3.2. Déterminer l'état stable en sortie du montage.
Cet état dépend-il de la valeur de u_{Q_1} ?
 - 2.3.3. On considère le cas où, à l'état stable, u_{Q_1} a la valeur 0 V. À l'instant $t = 0$, la tension u_{Q_1} passe à son niveau haut.
 - 2.3.3.1. Expliquer le fonctionnement du système, sur une période de la tension u_{Q_1} .
 - 2.3.3.2. Représenter, en concordance de temps, les chronogrammes de $u_1(t)$, $u_2(t)$ et $u_3(t)$ pour $t \in [0, 3 \text{ ms}]$, sur le document-réponse.
 - 2.3.3.3. Calculer la durée T_0 , à l'état bas, de la tension $u_3(t)$.
 - 2.3.3.4. Montrer que le montage permet de détecter uniquement un front de montée de la tension $u_{Q_1}(t)$.
 - 2.3.4. La tension de sortie u_3 du montage de la figure 12 est appliquée sur l'entrée \bar{R}_2 de la bascule de la voie 2.
Représenter les chronogrammes de $u_{Q_2}(t)$ et $u_{\bar{Q}_2}(t)$ pour $t \in [0, 3 \text{ ms}]$, sur le document-réponse.

3. Rôle de la porte OU EXCLUSIF.

Les sorties Q_1 et Q_2 des deux bascules sont reliées aux deux entrées d'une porte réalisant la fonction logique OU EXCLUSIF (circuit TTL).

- 3.1. Donner la table de vérité de la porte.
- 3.2. Représenter le chronogramme de la tension de sortie de la porte $u_0(t)$, pour $t \in [0, 3 \text{ ms}]$, sur le document-réponse.
- 3.3. Calculer la durée T_1 , à l'état haut, de la tension $u_0(t)$ en fonction du déphasage φ . Conclure.

4. Étude du fonctionnement du dispositif complet (figure 8).

- 4.1. Déterminer la fréquence f_B du signal de sortie u_B de l'oscillateur commandé en tension, en fonction de la fréquence f des signaux d'entrée u_{E_1} et u_{E_2} , en supposant que la fréquence f_B est proche de la fréquence centrale F_0 de l'oscillateur commandé en tension.
- 4.2. La tension u_B fournie par l'oscillateur commandé en tension est un signal rectangulaire, de rapport cyclique égal à 50 % et d'amplitude 5 V.
La porte logique ET reçoit les signaux u_0 et u_B , et pilote un compteur de type BCD.

- 4.2.1. Déterminer la valeur de N pour que le circuit d'affichage donne la valeur du déphasage φ avec une précision d'un dixième de degré, quelle que soit la fréquence f d'entrée, supposée constante.
- 4.2.2. Comment peut-on réaliser le diviseur de fréquence par N ?
- 4.2.3. Combien de décades doit comporter le compteur ?
- 4.2.4. Sachant que le compteur fonctionne lorsque son entrée de remise à zéro RAZ est au niveau haut, et qu'il est remis à zéro quand son entrée RAZ passe au niveau bas, quel signal doit-on appliquer sur son entrée RAZ ?
- 4.2.5. Quel est l'intérêt des diviseurs de fréquence par deux ?
- 4.2.6. Existe-t-il une erreur sur le résultat affiché ?
- 4.2.7. Quels sont les inconvénients de ce phasemètre ?
Comment pourrait-on y remédier ?

TROISIÈME PARTIE

DÉTECTION SYNCHRONE

La détection synchrone permet de démoduler un signal modulé en amplitude.

1. Caractéristiques générales des signaux modulés en amplitude.

1.1. Rappeler l'expression d'un signal modulé avec porteuse, en considérant un signal modulant sinusoïdal, de pulsation ω_m , et une porteuse sinusoïdale de pulsation Ω , avec $\omega_m \ll \Omega$.

1.1.1. Déterminer son spectre en fréquences.

1.1.2. Exprimer sa puissance normalisée.

1.1.3. Quels sont les inconvénients de ce type de modulation ?

1.1.4. Expliquer rapidement le principe de la démodulation par détection d'enveloppe.

1.2. On s'intéresse, dans la suite, au cas d'un signal modulé sans porteuse, d'expression :

$$u_E(t) = E_M \cdot \cos(\omega_m \cdot t) \cdot \cos(\Omega \cdot t),$$

où Ω représente la pulsation de la porteuse, et ω_m celle du signal modulant basse fréquence :

$$e(t) = E_M \cdot \cos(\omega_m \cdot t), \quad \text{avec } \omega_m \ll \Omega.$$

1.2.1. Déterminer son spectre en fréquences.

1.2.2. Exprimer sa puissance normalisée.

1.2.3. Montrer que la démodulation du signal $u_E(t)$ par la méthode de la détection d'enveloppe est impossible.

2. Étude du principe de la détection synchrone.

Le principe de la détection synchrone consiste à multiplier le signal modulé par un signal de référence, de même pulsation que celle de la porteuse et synchrone avec elle, c'est-à-dire qu'une variation de la pulsation de la porteuse entraîne la même variation de la pulsation du signal de référence.

On considère le montage, dont le schéma synoptique est représenté sur la figure 14. Le signal $u_E(t)$ est le signal modulé en amplitude :

$$u_E(t) = E_M \cdot \cos(\omega_m \cdot t) \cdot \cos(\Omega \cdot t).$$

2.1. Le signal de référence $u_R(t)$, d'expression :

$$u_R(t) = E_R \cdot \cos(\Omega \cdot t),$$

est appliqué à l'entrée du filtre F1, dont le schéma de montage est donné sur la figure 15.

L'amplificateur opérationnel est en fonctionnement linéaire.

2.1.1. Établir l'expression de la transmittance complexe en tension, en régime sinusoïdal de pulsation Ω :

$$\underline{T}_1(j\Omega) = \frac{\underline{U}_D}{\underline{U}_R}.$$

2.1.2. Tracer le diagramme de Bode (gain et argument) de $\underline{T}_1(j\Omega)$.

2.1.3. Quel est le rôle du filtre F1 ?

Pour la suite, on notera :

$$u_D(t) = E_D \cdot \cos(\Omega \cdot t + \phi).$$

Donner les valeurs de E_D et ϕ en fonction de R_1 , C_1 et Ω .

2.2. Les signaux $u_E(t)$ et $u_D(t)$ sont appliqués à l'entrée d'un multiplieur, de coefficient K positif, qui se comporte, vis-à-vis de la sortie, comme un générateur de tension d'impédance interne négligeable.

2.2.1. Exprimer le signal de sortie $u_M(t)$.

2.2.2. Déterminer son spectre en fréquences.

2.3. Le signal $u_M(t)$ est appliqué à l'entrée du filtre F2.

2.3.1. Quel type de filtre doit-on choisir pour obtenir à sa sortie un signal $u_S(t)$ qui soit l'image du signal modulant $e(t)$, à un facteur multiplicatif près ?

2.3.2. On étudie le filtre F2, dont le montage est donné sur la figure 16.

2.3.2.1. Exprimer la transmittance complexe en tension, en régime sinusoïdal de pulsation ω :

$$\underline{T}_2(j\omega) = \frac{\underline{U}_S}{\underline{U}_M}.$$

La mettre sous la forme :

$$\underline{T}_2(j\omega) = \frac{1}{1 + 2j \cdot z \cdot \frac{\omega}{\omega_0} - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}.$$

Déterminer les valeurs de z et ω_0 , en fonction des éléments du montage.

2.3.2.2. On donne :

$$F = \frac{\Omega}{2\pi} = 1 \text{ MHz} \quad \text{et} \quad f_m = \frac{\omega_m}{2\pi} = 1 \text{ kHz}.$$

On choisit :

$$z = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{et} \quad C_3 = 1 \text{ nF}.$$

a. Donner l'expression de la fréquence de coupure f_C (à -3 dB) du filtre F2, en fonction de ω_0 .

b. Faire un choix pour la fréquence f_C .

c. En déduire la valeur de R_3 .

d. Pour quelles valeurs de ϕ la détection est-elle maximale (cas de la détection cohérente ou isochrone) ? Pour quelles valeurs n'est-elle plus réalisée ?

2.3.2.3. Représenter alors le diagramme de Bode (gain et argument) de $\underline{T}_2(j\omega)$.

3. Performance d'un détecteur synchrone en présence de bruit.

On se propose de montrer que la détection synchrone améliore le rapport signal sur bruit.

Soit un signal $s_E(t) = S_{EM} \cdot \cos(\omega_E \cdot t)$, noyé dans un bruit aléatoire $n(t)$, dont le spectre s'étend de part et d'autre de ω_E .

- 3.1. Pour réduire la perturbation due au bruit, il est souhaitable de diminuer la largeur de bande autour de ω_E , en utilisant par exemple un filtre sélectif centré sur ω_E .

On considère qu'à la sortie de ce filtre, le bruit est blanc filtré, c'est-à-dire que sa densité spectrale énergétique est constante de valeur $\frac{N_0}{2}$ dans la bande passante B du filtre, et de puissance totale P_{NE} (voir spectre de puissance de la figure 17).

3.1.1. Calculer N_0 en fonction de B et P_{NE} .

3.1.2. Déterminer le rapport signal sur bruit, à la sortie du filtre $\left(\frac{S}{N}\right)_F$. (Voir la définition au 4.9.2, première partie).

- 3.2. Si ce rapport $\left(\frac{S}{N}\right)_F$ est trop faible, le signal utile sinusoïdal n'est pas visible sur un oscilloscope.

On multiplie alors l'ensemble signal et bruit, $s_E(t) + n(t)$, par un signal de référence sinusoïdal $u_R(t) = U_{RM} \cdot \cos(\omega_E \cdot t)$.

3.2.1. Calculer l'expression du signal $u_M(t)$, obtenu en sortie du multiplieur, de coefficient K .

3.2.2. Déterminer le spectre $\mathcal{U}_M(j \cdot \omega)$ du signal de sortie $u_M(t)$ du multiplieur.

On notera $N(j \cdot \omega)$ la transformée de Fourier de $n(t)$.

3.2.3. En déduire le spectre de puissance $G_M(\omega)$ de $u_M(t)$.

- 3.3. Le signal $u_M(t)$ est appliqué à l'entrée du filtre F2, représenté sur la figure 16 et étudié précédemment

(2.3.2. avec $z = \frac{\sqrt{2}}{2}$).

3.3.1. Déterminer le spectre de puissance $G_S(\omega)$ du signal de sortie $u_S(t)$ du détecteur synchrone.

3.3.2. Calculer la puissance de bruit en sortie, définie par :

$$P_{NS} = \int_{-\frac{B}{2}}^{+\frac{B}{2}} G_S(\omega) \cdot d\omega, \quad \text{dans le cas où } \omega_0 \ll B.$$

On pourra utiliser la formule donnée au 4.9.1, première partie.

3.3.3. En déduire le rapport signal sur bruit $\left(\frac{S}{N}\right)_S$ à la sortie du détecteur synchrone.

3.3.4. Calculer le rapport $\frac{\left(\frac{S}{N}\right)_S}{\left(\frac{S}{N}\right)_F}$. Conclure.

4. Reconstitution de la porteuse.

Pour obtenir le signal de référence u_R , synchrone avec la porteuse, une méthode consiste à utiliser une boucle à verrouillage de phase, dont l'oscillateur commandé en tension est centré sur la fréquence de la porteuse.

On étudie le montage de la figure 18, appelé « boucle de Costas », qui utilise deux détecteurs synchrones en quadrature. Il comprend :

- trois multiplieurs identiques à celui de la figure 14 ;
- un filtre F1, identique à celui de la figure 15 et réglé de telle sorte que $R_1 \cdot C_1 \cdot \Omega = 1$;
- deux filtres F2, identiques à celui de la figure 16 ;
- un oscillateur commandé en tension OCT, qui délivre un signal sinusoïdal :

$$u_R(t) = E_R \cdot \cos(\Omega \cdot t + \phi_R)$$

avec

$$\frac{d\phi_R}{dt} = k_0 \cdot u_{F_3}, \quad k_0 > 0, \quad E_R = \text{constante},$$

de pulsation instantanée :

$$\Omega_R = \Omega + k_0 \cdot u_{F_3};$$

- un filtre passe-bas F3 qui assure la bonne stabilité de la boucle à verrouillage de phase.

4.1. Calculer les valeurs des tensions u_{M_1} et u'_{M_1} , u_{S_1} et u_{S_2} , puis u_{M_2} et u_{F_3} , quand la tension d'entrée a pour expression :

$$u_E(t) = E_M \cdot \cos(\omega_m \cdot t) \cdot \sin(\Omega \cdot t),$$

en supposant $\left| \frac{d\phi_R}{dt} \right| \ll \Omega$. Conclure.

4.2. Quand la boucle est verrouillée, que peut-on dire de la pulsation Ω_R de la tension de sortie de l'oscillateur commandé en tension et de la valeur de ϕ_R ?

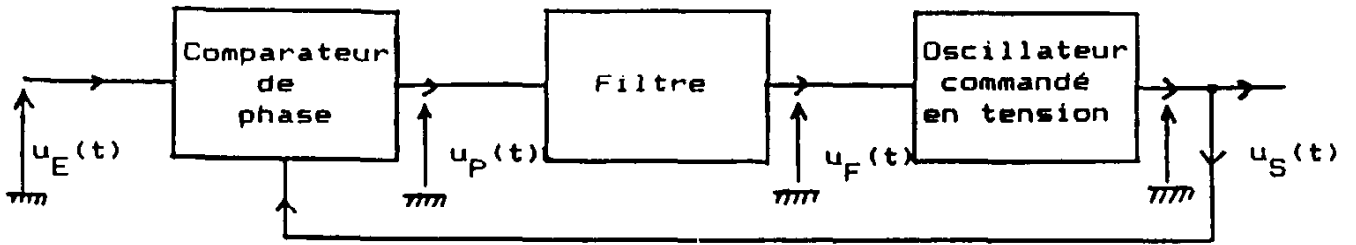


Figure 1

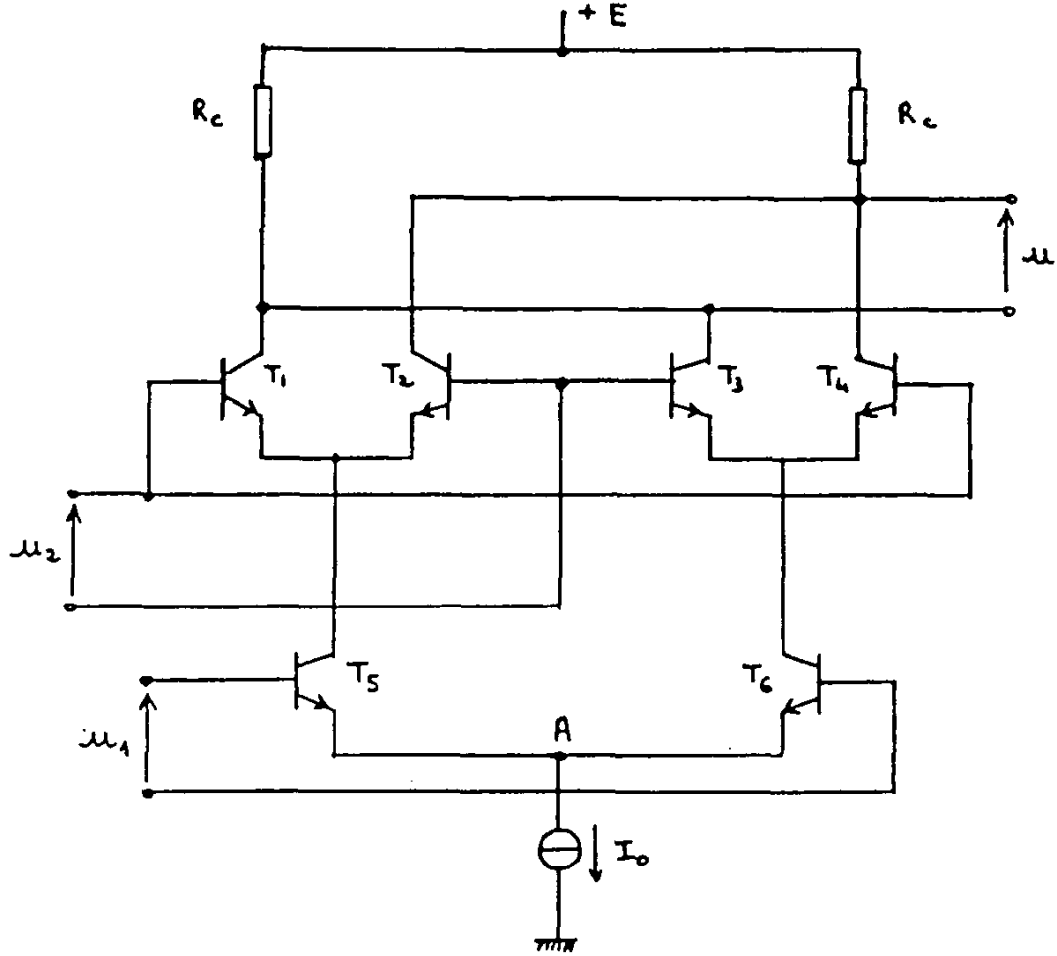
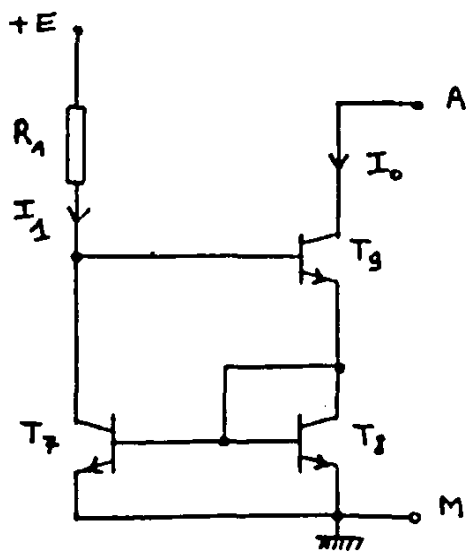


Figure 2



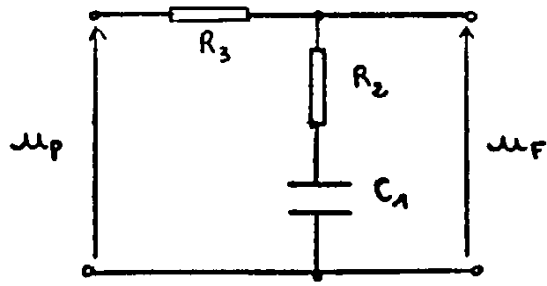


Figure 4

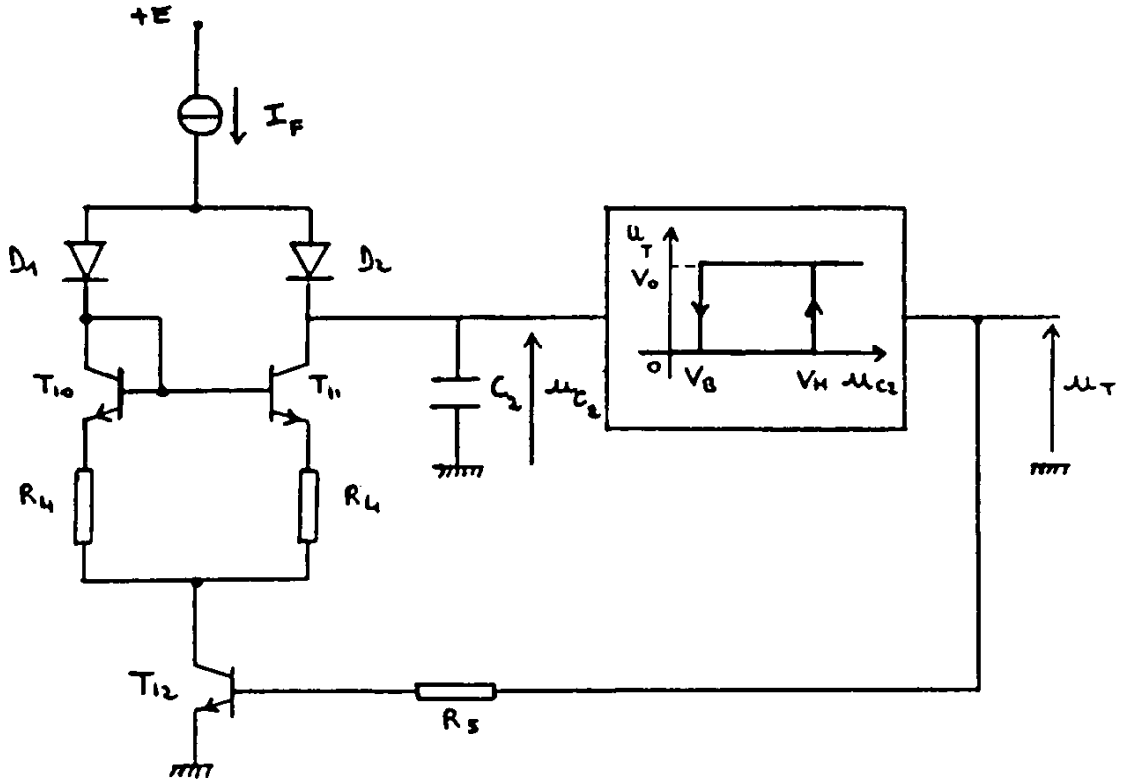


Figure 5

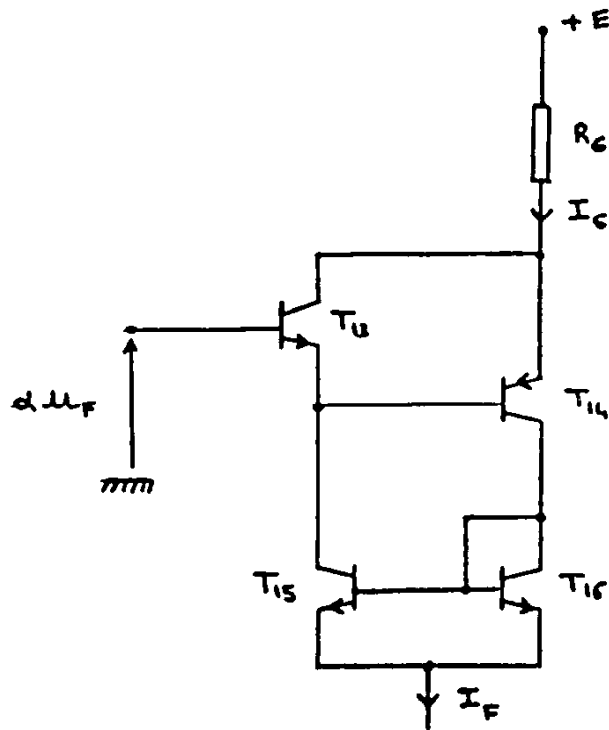


Figure 6

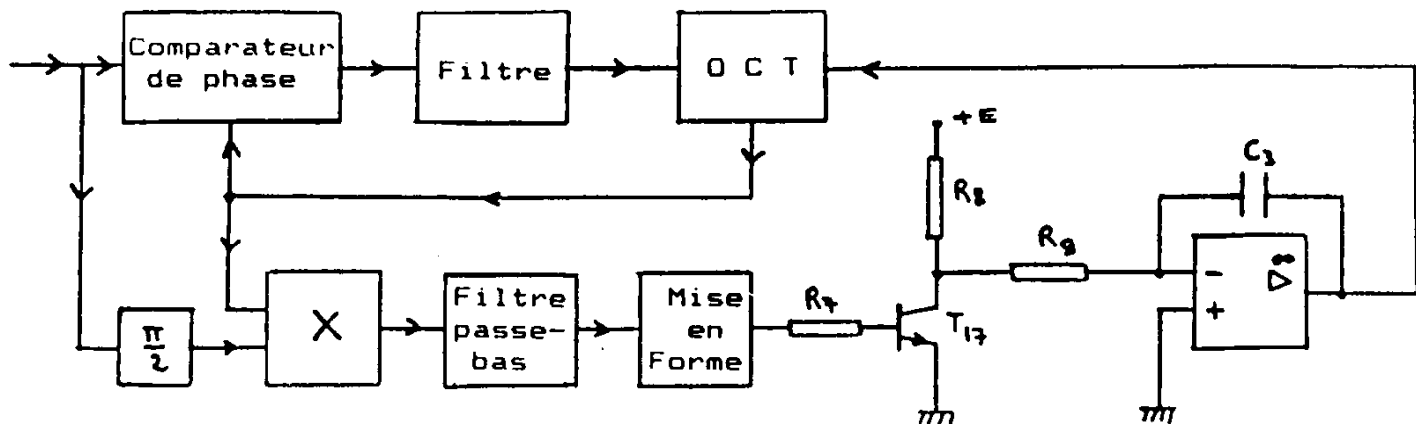


Figure 7

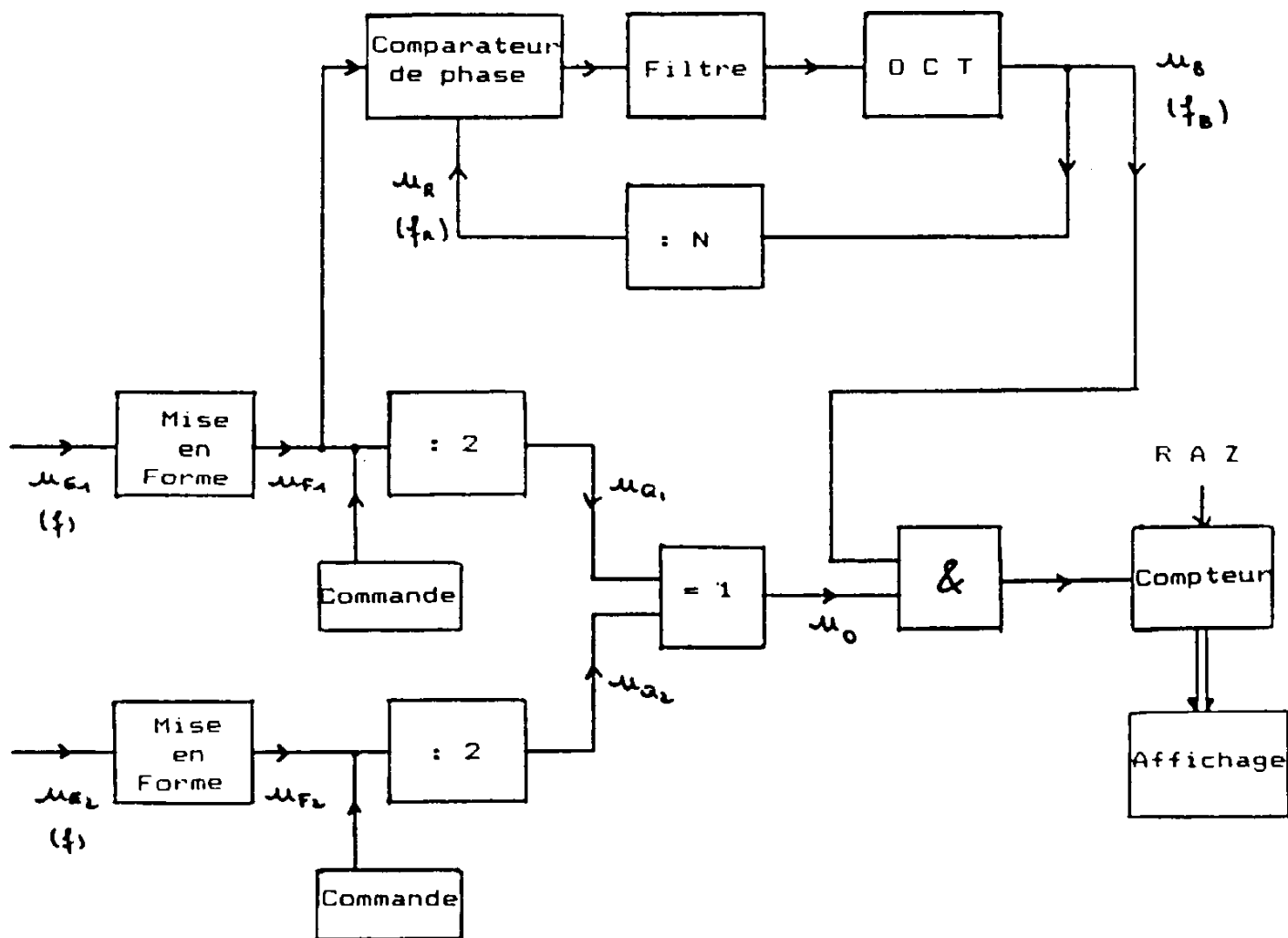


Figure 8

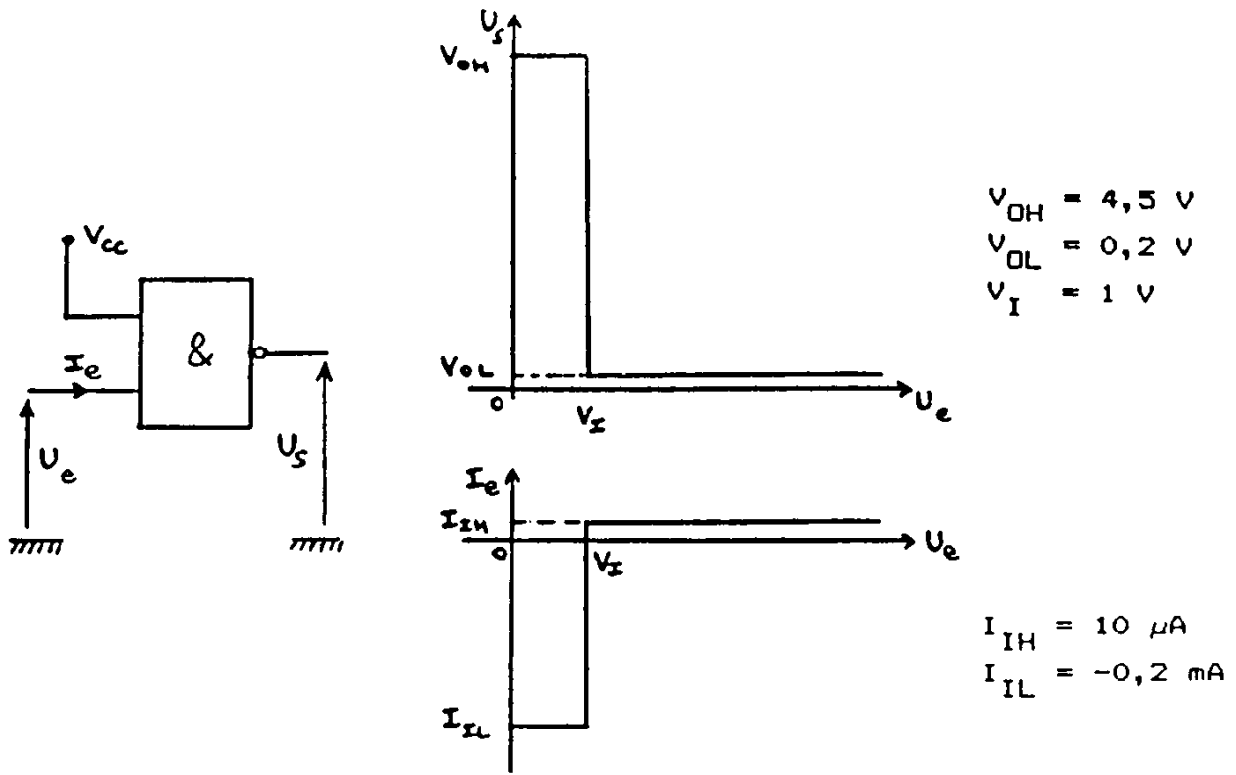


Figure 9

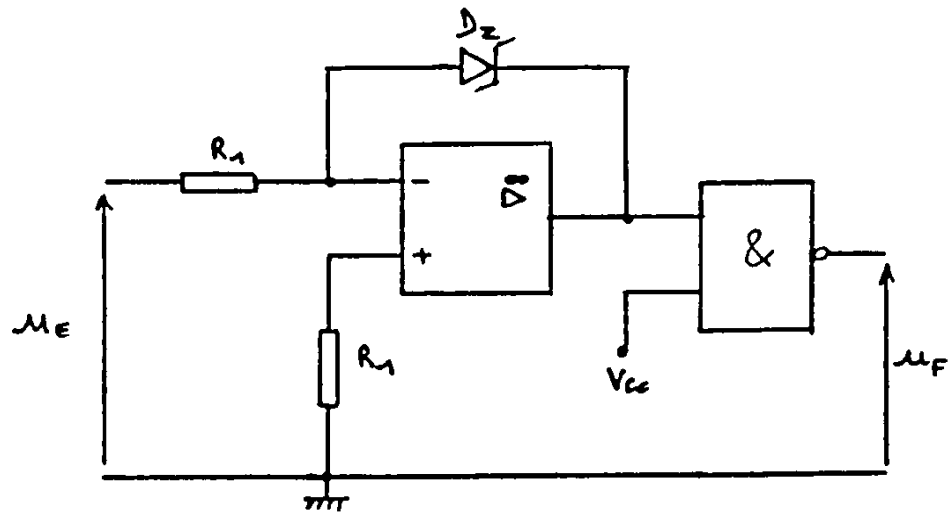


Figure 10

\bar{S}	\bar{R}	H	D	Q	\bar{Q}
0	1	X	X	1	0
1	0	X	X	0	1
0	0	X	X	H	H
1	1	↑	1	1	0
1	1	↑	0	0	1
1	1	0	X	Q_0	\bar{Q}_0

← configuration instable
 ← état inchangé

X : état indifférent
 ↑ : flanc ascendant

Figure 11

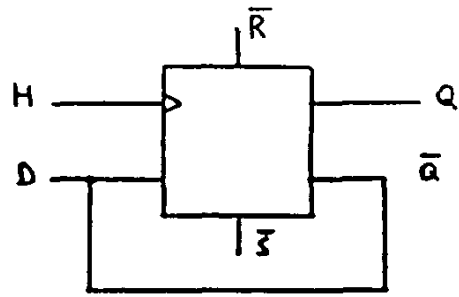


Figure 12

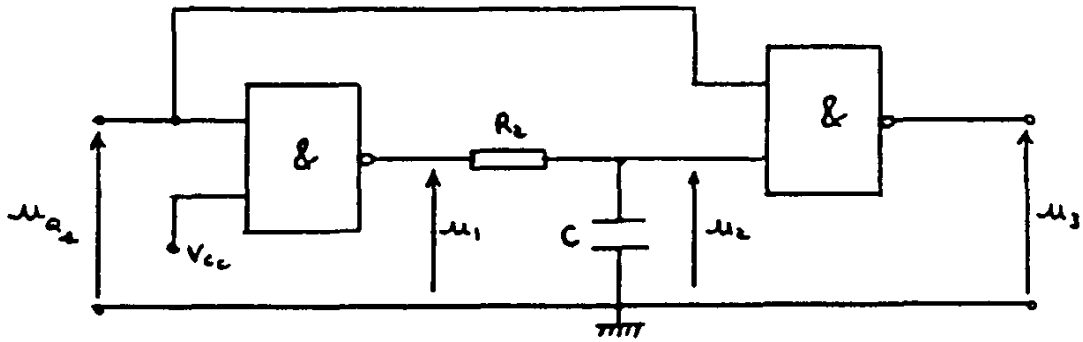


Figure 13

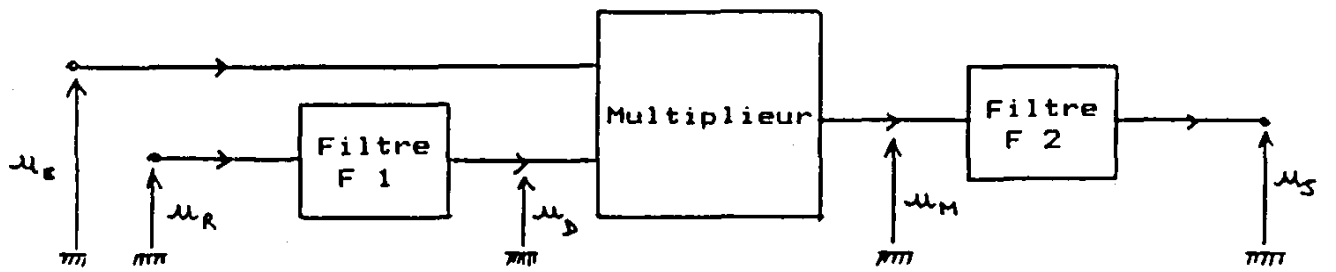


Figure 14

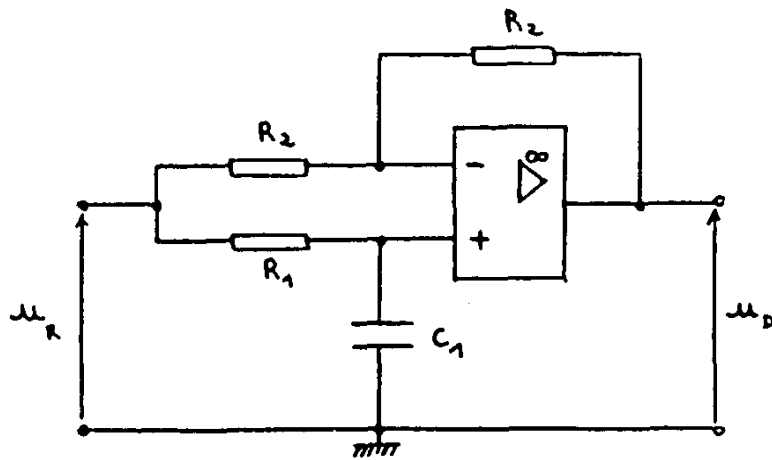


Figure 15

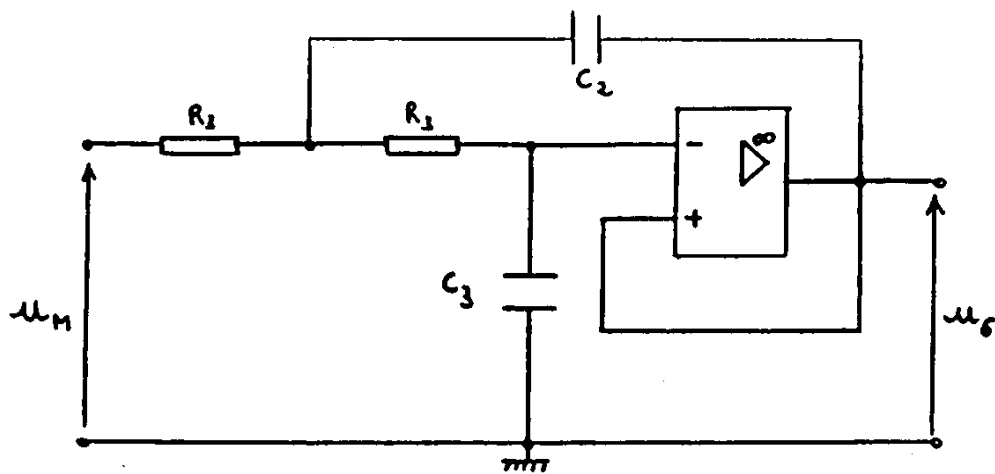


Figure 16

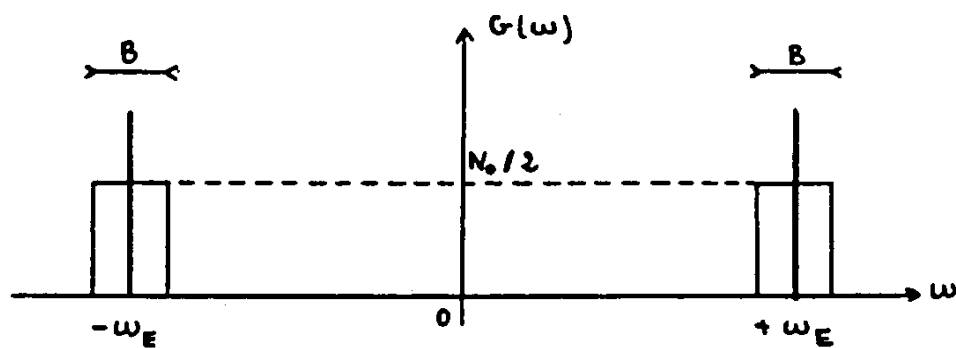


Figure 17

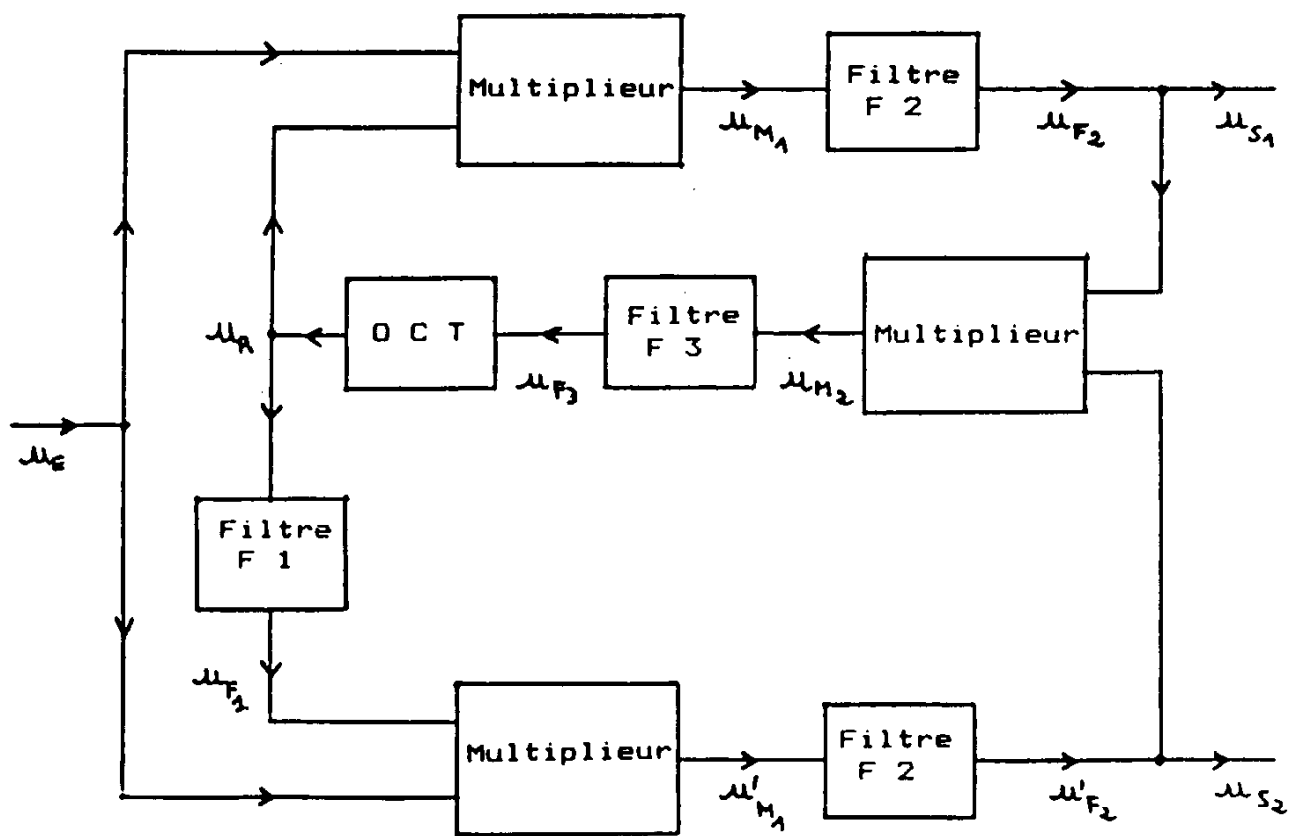
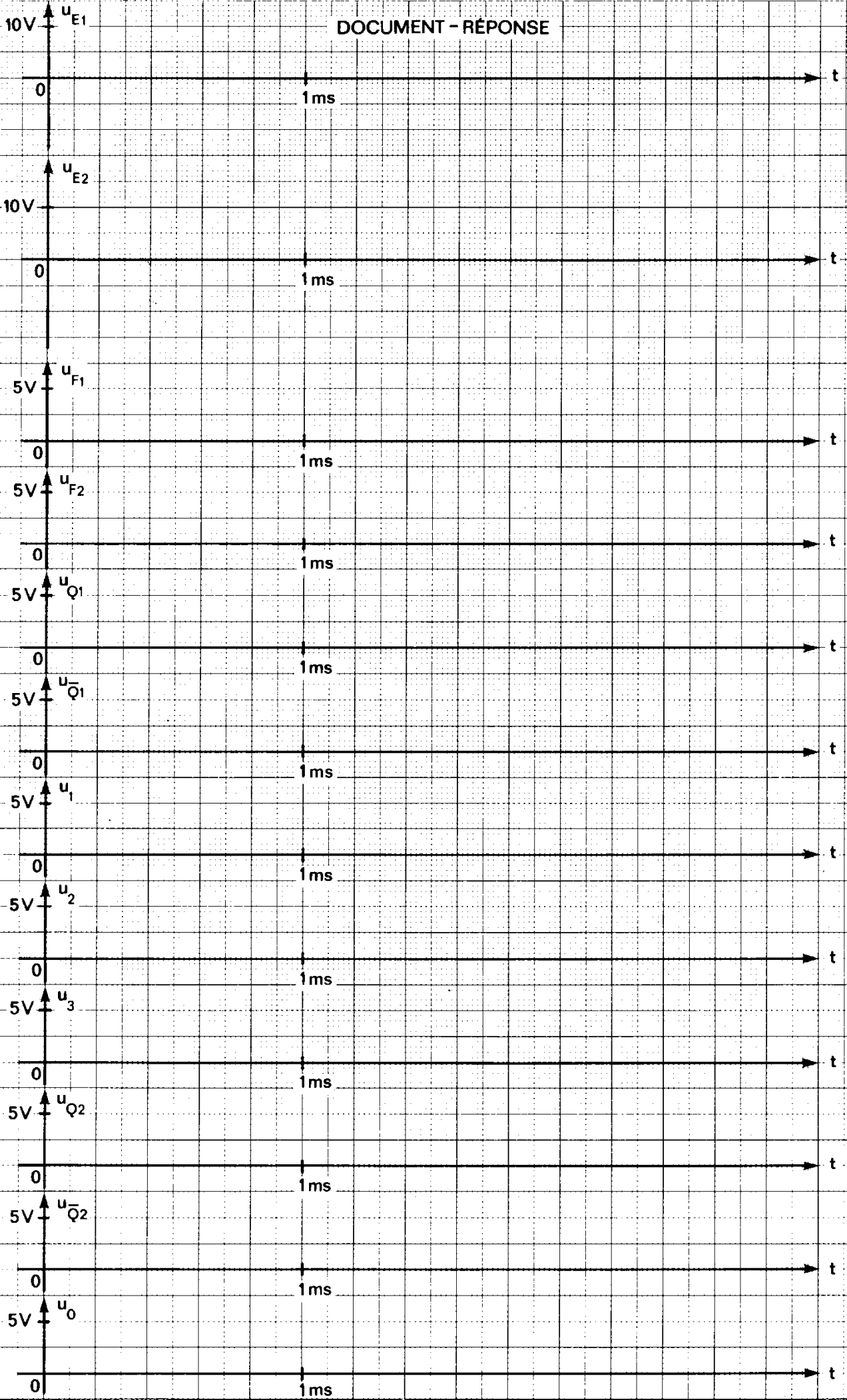
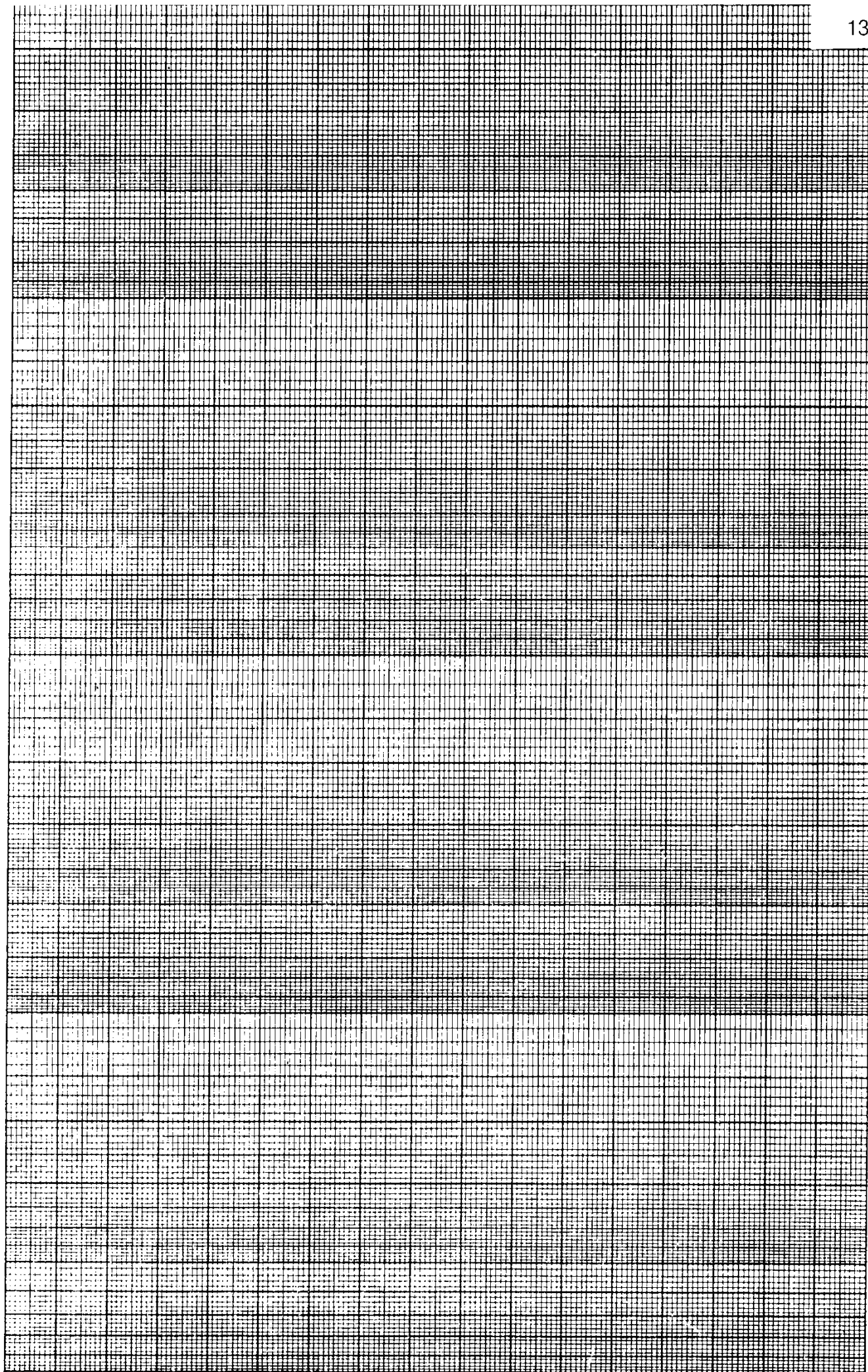


Figure 18

DOCUMENT - RÉPONSE





SESSION DE 1991

concours externe de recrutement de professeurs certifiés

section : sciences physiques

Épreuve commune aux options
physique et chimie
physique et électricité appliquée

composition de physique avec applications

Durée : 5 heures

Calculatrice de poche – y compris calculatrice programmable et alphanumérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Avertissement aux candidats.

Les trois parties sont indépendantes. Dans une même partie les questions indépendantes des précédentes sont notées (*). Les relations données que l'on demande d'établir pourront être admises pour poursuivre le problème.

Pour les calculs numériques demandés on se limitera à la précision correspondant à celle donnée par les trois premiers chiffres significatifs. Les unités employées seront impérativement celles du système international ; l'indication de l'unité employée devra être précisée pour chacun des résultats numériques.

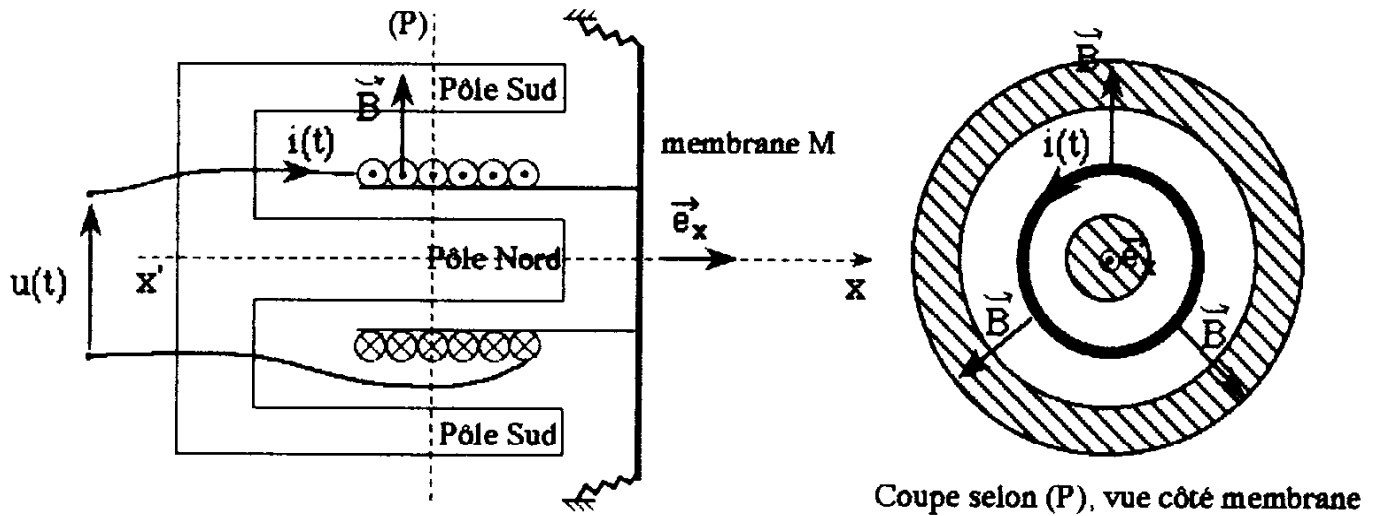
Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant la raison des initiatives qu'il est amené à prendre de ce fait.

Valeurs numériques utiles.

Accélération due à la pesanteur	: $g = 9,81 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$
Constante molaire des gaz	: $R = 8,31 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$
Masse molaire de l'air	: $M = 29,0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$
Rapport des capacités thermiques de l'air	: $\gamma = \frac{c_p}{c_v} = 1,40$

1. ÉMISSION ET PROPAGATION D'UNE ONDE SONORE.

1.1. Étude simplifiée d'un haut-parleur électrodynamique.



Un haut-parleur électrodynamique est constitué (voir schéma) :

- d'un aimant annulaire, d'axe horizontal $x'x$, créant un champ magnétique \vec{B} radial et de norme constante B dans la région utile de l'entrefer;
- d'un solénoïde indéformable de même axe $x'x$, comportant N spires circulaires de rayon a , placé dans l'entrefer de l'aimant;
- d'une membrane M , perpendiculaire à l'axe $x'x$, solidaire du solénoïde et pouvant effectuer de faibles déplacements axiaux autour de sa position d'équilibre grâce à un système élastique que l'on modélisera par un ressort unique de raideur k .

1.1.1. L'ensemble mobile (membrane + solénoïde), de masse m , repéré par l'abscisse $x(t)$ lorsqu'il est en mouvement, est soumis aux forces suivantes :

- son poids et la réaction du support verticale et opposée au poids;
- la force de rappel du ressort de raideur k ;
- la résultante des forces de Laplace exercées par l'aimant sur le solénoïde lorsqu'il est parcouru par un courant d'intensité $i(t)$;
- une force de frottement fluide proportionnelle à la vitesse : $\vec{F} = -\mu \dot{x} \vec{e}_x$.

Faire un schéma, en respectant les orientations données, où figure la force élémentaire $d\vec{f}$ s'exerçant sur un petit élément $i d\vec{\ell}$ de courant du solénoïde (on supposera sur ce schéma l'intensité i positive). Expliciter cette force élémentaire.

En déduire les caractéristiques de la résultante \vec{f} s'exerçant sur l'ensemble du solénoïde (on posera $\ell = 2\pi Na$).

Le référentiel d'étude étant supposé galiléen, appliquer le théorème du centre d'inertie en projection sur l'axe $x'Ox$, la position d'équilibre lorsque le solénoïde n'est parcouru par aucun courant étant repérée par $x = 0$.

En déduire l'équation différentielle liant $x(t)$ et ses dérivées à $i(t)$ [équation 1].

- 1.1.2. Le solénoïde se déplaçant dans l'entrefer à la vitesse $\vec{v} = \dot{x} \vec{e}_x = v(t) \vec{e}_x$, calculer la force électromotrice induite $e(t)$ par ce déplacement en fonction de B , ℓ et v . On adoptera la convention habituelle selon laquelle e est positive si, seule dans le circuit fermé, elle y fait circuler un courant d'intensité positive, et on précisera, à l'aide d'une figure, les autres conventions choisies. La bobine, de résistance R et d'inductance propre L , est connectée à une source idéale de tension délivrant la tension $u(t)$. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$ s'écrit :

$$R i + L \frac{di}{dt} - B \ell v = u \quad [\text{équation 2}].$$

- 1.1.3. La source idéale délivrant une tension sinusoïdale $u(t) = U \sqrt{2} \cos \omega t$, on se propose d'étudier le régime forcé à la pulsation ω imposée par la source. On associe à $u(t)$ la forme complexe :

$$\underline{u}(t) = U \sqrt{2} e^{j\omega t} = \underline{U} \sqrt{2} e^{j\omega t} \quad \text{avec : } j^2 = -1.$$

On cherche alors $i(t)$ et $v(t)$ sous les formes complexes associées :

$$\underline{i}(t) = I \sqrt{2} e^{j(\omega t - \varphi)} = \underline{I} \sqrt{2} e^{j\omega t} \quad \underline{v}(t) = V \sqrt{2} e^{j(\omega t - \psi)} = \underline{V} \sqrt{2} e^{j\omega t}.$$

À partir de l'équation 1, exprimer \underline{V} en fonction de \underline{I} . En utilisant l'équation 2, écrire la relation liant \underline{U} , \underline{I} et \underline{V} . Dédire des résultats précédents la relation entre \underline{U} et \underline{I} que l'on mettra sous la forme : $\underline{U} = \underline{Z} \underline{I}$ où \underline{Z} est une impédance complexe.

On note \underline{Z}_L l'impédance complexe de la bobine en l'absence de mouvement de la membrane; exprimer \underline{Z}_L .

Montrer que l'on peut mettre \underline{Z} sous la forme $\underline{Z} = \underline{Z}_L + \underline{Z}_m$ où \underline{Z}_m représente l'impédance motionnelle du haut-parleur. Exprimer les parties réelle et imaginaire de \underline{Z}_m , soit :

$$\underline{Z}_m(\omega) = R_m(\omega) + jX_m(\omega)$$

où R_m représente la résistance motionnelle et X_m la réactance motionnelle.

- 1.1.4. On se propose de tracer le diagramme d'impédance du haut-parleur. Soit $P(\omega)$ le point du plan complexe d'affixe $\underline{Z}_m(\omega)$. Montrer que le lieu décrit par le point P quand ω varie est un cercle de rayon R_0 tangent à l'axe imaginaire à l'origine, appelé cercle de Kennelly. Exprimer R_0 en fonction de B , ℓ et μ .

— Placer les points correspondant à $\omega \rightarrow 0$, $\omega \rightarrow \infty$ et $\omega = \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$;

— L'énergie fournie par la source est dissipée en partie dans la résistance ohmique R sous forme de chaleur et dans la résistance motionnelle R_m sous forme d'émission acoustique. Dans quel intervalle de pulsation $[\omega_1, \omega_2]$ la résistance motionnelle est-elle de valeur supérieure ou égale à R_0 ? Placer les points correspondant à ω_1 et ω_2 sur la courbe précédente. Exprimer $\omega_2 - \omega_1$ en fonction de μ et de m .

1.2. Propagation du son dans l'air par onde plane (*).

On considère la propagation du son dans l'air par ondes planes le long de l'axe Ox . Les vibrations étant longitudinales, on appelle $\xi(x, t)$ l'élongation instantanée d'une particule de fluide, c'est-à-dire son déplacement par rapport à sa position d'équilibre repérée par la variable x .

- 1.2.1. $\xi(x, t)$ est solution d'une équation de d'Alembert à une dimension, du type :

$$\frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial x^2} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \xi(x, t)}{\partial t^2} = 0.$$

Que représente c ? Donner, sans démonstration, la forme générale de $\xi(x, t)$ et préciser sa signification.

1.2.2. (*) On se propose de déterminer expérimentalement la vitesse de propagation du son dans l'air. On dispose pour cela d'un haut-parleur, d'un générateur idéal de tension pouvant délivrer une tension sinusoïdale de fréquence f , d'un microphone et d'un oscilloscope.

En supposant qu'à la sortie du haut-parleur on observe une onde sonore plane progressive sinusoïdale de fréquence f , donner l'expression de l'élongation instantanée $\xi(x, t)$ d'une particule de fluide par rapport à sa position d'équilibre (repérée par la variable x), sachant qu'à la sortie du haut-parleur (en $x = 0$) on observe $\xi(x = 0, t) = \xi_m \cos 2\pi ft$ et que l'on néglige toute atténuation.

Expliquer comment l'on devra procéder expérimentalement pour mesurer la longueur d'onde λ de cette vibration. En déduire la vitesse c du son dans l'air sachant que l'on trouve $\lambda = 20,0$ cm pour $f = 1\,700$ Hz.

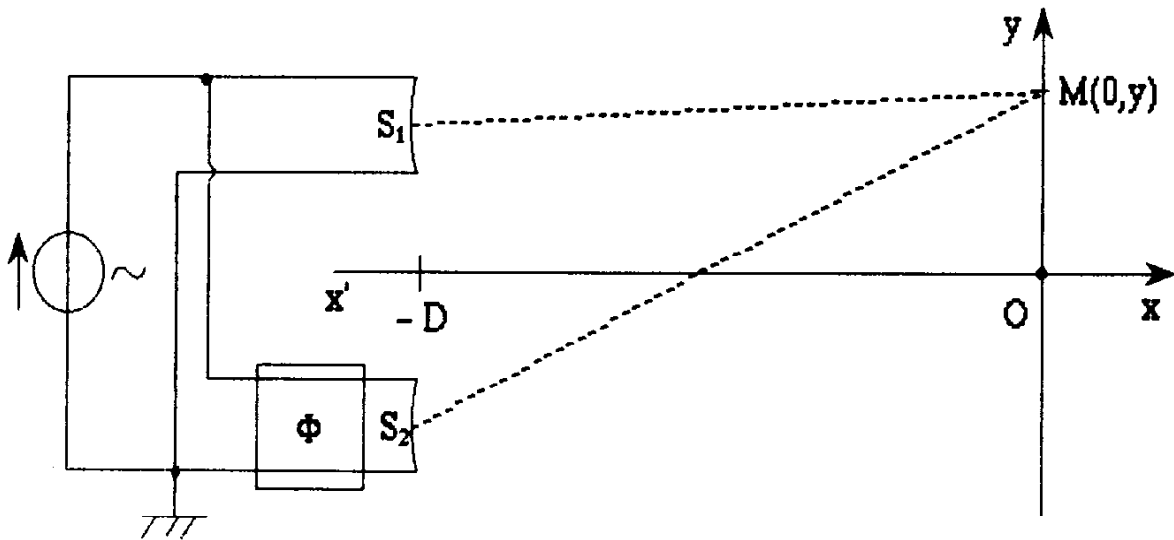
1.2.3. (*) La vitesse de propagation du son dans l'air libre est indépendante de la fréquence. Citer des faits de la vie courante ou imaginer des expériences simples qui permettent d'étayer cette assertion.

1.3. Interférences avec des ondes ultrasonores (*).

Au lieu d'un haut-parleur on dispose maintenant de cellules piézo-électriques pour engendrer des ultrasons. Ces mêmes cellules peuvent également servir pour les détecter.

1.3.1. Lorsque l'on applique une tension sinusoïdale de fréquence $f = 40,0$ kHz à une cellule piézo-électrique, on observe devant la cellule une émission d'onde plane progressive sinusoïdale de longueur d'onde $\lambda = 0,85$ cm. En déduire la vitesse de propagation c des ultrasons produits dans l'air.

– On considère deux émetteurs connectés en parallèle à un générateur idéal de tension délivrant une tension sinusoïdale de fréquence $f = 40,0$ kHz. Le circuit déphaseur (noté Φ sur le schéma) n'est pour l'instant pas connecté.

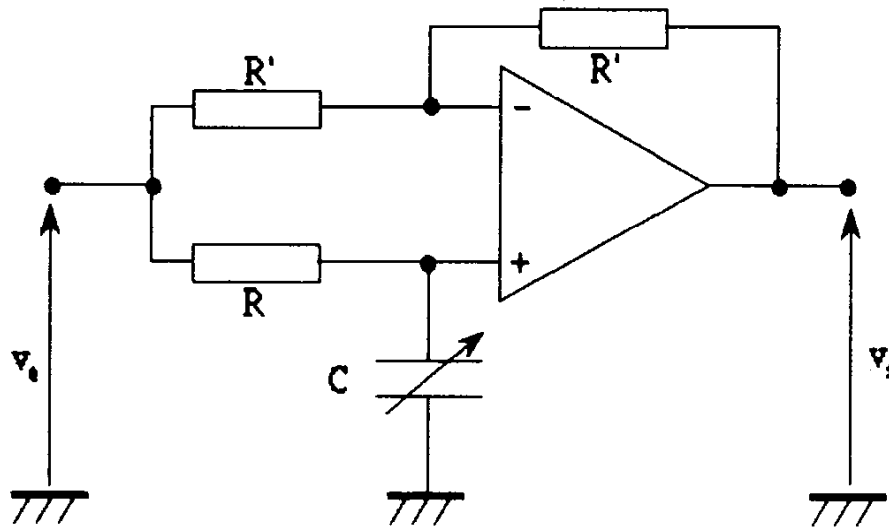


Ces deux émetteurs, situés en $S_1 \left(x = -D, y = \frac{a}{2} \right)$ et $S_2 \left(x = -D, y = -\frac{a}{2} \right)$, sont

supposés quasi ponctuels et émettent sensiblement dans la même direction. On déplace une troisième cellule, jouant le rôle de détecteur, perpendiculairement à cette direction, le long de l'axe Oy . On supposera que les deux ondes arrivant au point M de coordonnées $(x = 0, y)$ sont des ondes planes progressives de même amplitude se propageant selon S_1M et S_2M . Les distances $a = 10,0$ cm et $|y|$ étant petites devant la distance $D = 1,50$ m, montrer que l'on peut observer un phénomène d'interférence en déplaçant le détecteur le long de Oy . En déduire l'expression littérale et numérique de l'interfrange i .

- On intercale entre les bornes de sortie du générateur idéal de tension, délivrant une tension sinusoïdale de pulsation ω , et celles d'entrée de l'émetteur S_2 un opérateur électrique idéal, appelé déphaseur, dont la fonction de transfert s'écrit : $H(j\omega) = \frac{\mathcal{V}_s}{\mathcal{V}_e} = \exp(j\Phi)$. Quelle en sera l'action sur le phénomène d'interférence observé lorsque $\Phi = -\frac{\pi}{2}$ rad ?

1.3.2. (*) Pour réaliser ce circuit déphaseur on propose le montage suivant :



En admettant que l'amplificateur opérationnel utilisé puisse être considéré comme idéal, exprimer la fonction de transfert harmonique $H(j\omega) = \frac{\mathcal{V}_s}{\mathcal{V}_e}$. Montrer que l'on a réalisé ainsi un circuit déphaseur dont le déphasage Φ peut être ajusté par action sur la valeur de la capacité C du condensateur. Calculer la valeur de la capacité C pour que l'on ait $\Phi = -\frac{\pi}{2}$ rad lorsque $R = 1,00 \text{ k}\Omega$ et $R' = 10,0 \text{ k}\Omega$.

2. POUVOIR SÉPARATEUR D'UNE LUNETTE ASTRONOMIQUE.

On considère une lunette astronomique dont l'objectif est constitué par une lentille mince convergente, supposée parfaitement stigmatique et achromatique, de distance focale image $f' = 800 \text{ mm}$. La partie utile de la lentille est limitée par un diaphragme circulaire, centré sur l'axe optique, de diamètre $\varnothing = 60 \text{ mm}$. La lunette est précédée d'un filtre qui ne laisse passer que la lumière dont la longueur d'onde λ est voisine de $0,50 \mu\text{m}$ et n'a pas d'autre action.

À l'aide de cet objectif on désire observer une étoile double, assimilée à deux sources ponctuelles S_1 et S_2 situées à l'infini, de même intensité, séparées par un angle φ très petit (au maximum égal à quelques dizaines de secondes d'angle). Ces deux étoiles sont par exemple les deux composantes de $\Sigma 163$ Cas distantes angulairement de $\varphi = 34,7''$.

2.1. Qu'appelle-t-on lentille parfaitement stigmatique ? Lentille parfaitement achromatique ?

2.2. (*) Exprimer en fonction de φ et de f' la distance δ séparant les images de ces deux étoiles dans le plan focal image de l'objectif de cette lunette. Calculer numériquement δ en μm .

- 2.3. (*) En fait, lorsque la lunette est dirigée vers une étoile, assimilée à une source ponctuelle S placée à l'infini, on observe dans le plan focal image de la lentille une tache circulaire, appelée tache d'Airy, dont le premier minimum nul, autour du centre brillant, correspond à un rayon angulaire α donné par la relation : $\alpha = 1,22 \frac{\lambda}{\varnothing}$ (où α est exprimé en radian lorsque λ et \varnothing sont exprimés en mètres).

Quel phénomène physique met-on ainsi en évidence ?

Calculer numériquement, en secondes d'angle, la valeur de ce rayon angulaire α pour la lunette étudiée; en déduire le diamètre d , exprimé en μm , de la tache d'Airy dans le plan focal image de l'objectif.

- 2.4. Quelle est la valeur minimale de la distance angulaire séparant les deux composantes d'une étoile double pour que les deux étoiles puissent être séparées à l'aide de la lunette étudiée ? On supposera que les deux images sont encore distinctes si le maximum central de la tache d'Airy correspondant à l'une des deux étoiles coïncide avec le premier minimum nul de la tache d'Airy correspondant à l'autre étoile. Peut-on espérer, avec cet objectif, séparer les deux composantes de Σ 163 Cas ?
- 2.5. (*) Pour observer l'image obtenue dans le plan focal de l'objectif on utilise un oculaire que l'on assimilera à une lentille mince convergente, supposée parfaitement stigmatique et achromatique, de distance focale image $f'' = 8,0$ mm. Comment faut-il placer cette lentille pour que l'on puisse observer sans accommoder l'image d'une source ponctuelle placée à l'infini ? Faire un schéma représentant la position des deux lentilles ainsi que le trajet de trois rayons lumineux (dont deux judicieusement choisis) issus d'une étoile faisant avec l'axe optique de la lunette l'angle θ . En déduire, à l'aide de cette construction géométrique, la valeur du grandissement angulaire G de la lunette en fonction de f' et f'' . Si les deux composantes d'une étoile double sont distantes angulairement de φ , sous quel angle φ' seront-elles visuellement séparées après traversée de la lunette ? Calculer numériquement φ' dans le cas de Σ 163 Cas.
- 2.6. Sachant que la limite angulaire de résolution de l'œil ϵ est de $80''$ dans les meilleures conditions, le pouvoir séparateur de la lunette est-il limité par le pouvoir de résolution de l'œil ou par le pouvoir séparateur de l'objectif ? Existe-t-il d'autres facteurs susceptibles de limiter ce pouvoir séparateur ? Quelles méthodes utilise-t-on pour y remédier ?

3. FORMATION D'UN COURANT ASCENDANT ET D'UN NUAGE.

Dans toute l'étude qui suit, le champ de pesanteur est supposé uniforme, l'air se comporte comme un gaz parfait de masse molaire M et de capacités thermiques c_p et c_v constantes.

L'air est supposé sec. Un point N de l'atmosphère est repéré par ses coordonnées cartésiennes dans un trièdre orthonormé (Ox, Oy, Oz) , tel que l'axe Oz coïncide avec la verticale ascendante, la cote $z = 0$ étant prise au niveau de la mer. Le module de l'accélération de la pesanteur est appelé g . On désigne par p la pression au point N .

- 3.1. L'air est supposé être un fluide de masse volumique ρ localement en état d'équilibre. On considère une tranche d'air d'épaisseur dz , de volume $S dz$. Préciser, à l'aide d'un schéma, la nature et la direction des forces extérieures appliquées sur cette tranche.

En écrivant que cette tranche reste en équilibre établir la relation : $\frac{dp}{dz} = -\rho g$.

On appelle p_0 et T_0 la pression et la température thermodynamique au niveau de la mer, p et T la pression et la température thermodynamique à la cote z . Exprimer ρ à l'altitude z en fonction de M , p , T et de la constante molaire des gaz R .

Des relevés expérimentaux montrent qu'en l'absence de mouvement des masses d'air, la température est fonction affine de l'altitude z , pour z variant de 0 à 8 000 m, suivant la loi : $T = T_0 - \lambda z$.

À l'aide de l'équation d'état des gaz parfaits et des relations précédentes montrer que la pression p et la température T à l'altitude z sont liées par la relation, appelée « loi de nivellement barométrique » :

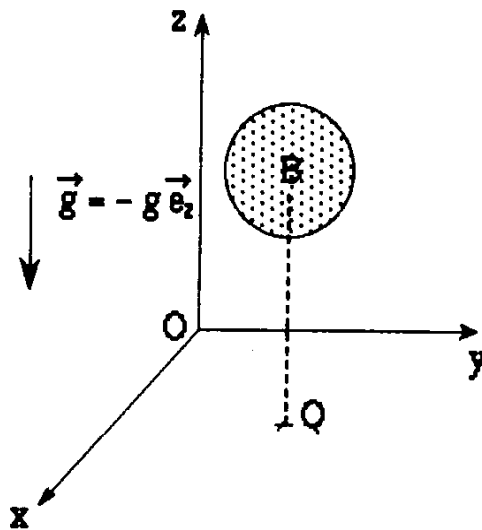
$$T = T_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^q \quad \text{où l'on exprimera l'exposant } q \text{ en fonction de } M, g, \lambda \text{ et } R. \text{ Quelle est la dimension}$$

physique de cet exposant ? Calculer numériquement q sachant que $\lambda = 6,50 \cdot 10^{-3} \text{ K} \cdot \text{m}^{-1}$.

On donne : $p_0 = 1,01 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ et $T_0 = 288 \text{ K}$. Exprimer numériquement la pression p en fonction de la température T .

- 3.2. L'état d'équilibre étudié précédemment n'est possible que si les isothermes et les isobares coïncident avec les équipotentielles du champ de pesanteur, donc ici avec les surfaces d'équation $z = \text{constante}$. Si, par suite d'hétérogénéités du sol, celui-ci présente des écarts de température d'un point à un autre, l'air qui surmonte ces terrains s'échauffe différemment et se met en mouvement. On se propose d'étudier de façon très simplifiée la formation d'un courant ascendant.

On suppose que l'air est localement, à l'altitude z_1 et à la verticale du point Q , plus chaud que l'air avoisinant. Des photographies infrarouge montrent que ce gaz se détache verticalement sous forme d'une « bulle ». Tout se passe comme si une certaine poche de gaz était limitée par une enveloppe souple et non tendue. Cette « bulle » de gaz, que l'on notera B , évolue ensuite sans échanger de matière ni de chaleur avec l'extérieur, la pression de la bulle restant égale à celle de l'air environnant à la même altitude. On supposera que la température de l'air environnant reste toujours fonction affine de la température ($T = T_0 - \lambda z$).



- On note p_B , T_B et ρ_B la pression, la température et la masse volumique du gaz emprisonné dans la bulle, T_A et ρ_A la température et la masse volumique de l'air environnant à la même altitude. Montrer que la bulle s'élève si la température T_B de la bulle est de valeur supérieure à celle de l'air environnant T_A .
 - Le gaz emprisonné dans la bulle subit donc une transformation adiabatique que l'on supposera réversible. On appelle T_1 la température du gaz dans la bulle à l'altitude de sa formation z_1 et p_1 la pression à l'altitude z_1 . Quelle relation lie la pression p_B et la température T_B de la bulle au cours de son ascension aux valeurs initiales p_1 et T_1 ? Exprimer T_B en fonction de p_B .
 - Montrer qu'il existe une altitude plafond z_2 pour l'ascension de la bulle. On note T_2 et p_2 la température et la pression de la bulle lorsqu'elle arrive à cette altitude.
 - Calculer numériquement T_2 et p_2 pour $T_1 = 280 \text{ K}$ et $z_1 = 2000 \text{ m}$. En déduire la valeur de l'altitude plafond z_2 à laquelle se stabilise la bulle.
- 3.3. L'air étant supposé maintenant humide (c'est un mélange d'air sec et de vapeur d'eau), montrer comment l'on pourrait expliquer qualitativement la possibilité de formation d'un nuage au cours de l'ascension de cette bulle.

section : sciences physiques

**concours externe
de recrutement de professeurs certifiés**

section : sciences physiques

option : physique et chimie

composition de chimie

Durée : 4 heures

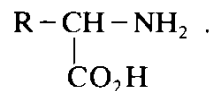
Calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable et alpha-numérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Les candidats doivent reporter sur leur copie, devant leurs réponses, la numérotation complète (chiffres et lettres) des questions de l'énoncé.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant la raison des initiatives qu'il est amené à prendre de ce fait.

A. QUELQUES ASPECTS DE LA CHIMIE DES ACIDES α -AMINÉS

On s'intéresse ici à la chimie des acides α -aminés, de formule semi-développée plane :



Les parties A.1., A.2., A.3. sont indépendantes.

A.1. Structure des acides α -aminés.

On utilise pour cette étude l'exemple de l'alanine où R est le groupe $-\text{CH}_3$.

A.1.1. Définir à partir de cet exemple la notion de carbone asymétrique.

A.1.2. Représenter dans l'espace, en précisant les conventions utilisées, les différentes possibilités d'arrangement des groupements de l'alanine.

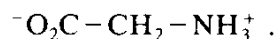
A.1.3. Nommer les différentes molécules d'alanine en utilisant la nomenclature officielle (R-S). Quelle relation stéréochimique y a-t-il entre elles ?

A.1.4. Les biochimistes préfèrent, pour ces molécules, utiliser la représentation de Fischer. Donner les règles correspondantes. Dessiner les différentes molécules d'alanine en précisant la nomenclature associée.

A.1.5. Quelle molécule d'alanine rencontre-t-on dans les protéines naturelles ? Préciser sa nomenclature (L-D) et sa nomenclature (R-S).

A.2. Étude de quelques propriétés en solution aqueuse.

La glycine (GLY) est un ampholyte acido-basique que l'on trouve en solution aqueuse sous forme d'amphion (auss appelé zwitterion) :



A.2.1. Donner la définition d'un ampholyte acido-basique ; en citer un autre exemple.

A.2.2. Donner les deux couples acido-basiques auxquels participe l'amphion dans le cas de la solution aqueuse de glycine.

A.2.3. On donne pour ces couples acido-basiques :

$$\text{pK}_{\text{A}1} = 2,4 ; \quad \text{pK}_{\text{A}2} = 9,8 .$$

A.2.3.1. Attribuer les $\text{pK}_{\text{A}i}$ à ces couples en justifiant sommairement votre choix. Exprimer $\text{K}_{\text{A}1}$ et $\text{K}_{\text{A}2}$, puis $\text{pK}_{\text{A}1}$ et $\text{pK}_{\text{A}2}$ en fonction des concentrations des espèces mises en jeu et de la concentration en ions H_3O^+ .

A.2.3.2. Tracer un diagramme de prédominance des différentes formes de la glycine en fonction du pH.

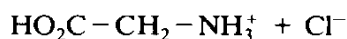
A.2.3.3. On donne $\text{pK}_{\text{A}} = 4,75$ pour le couple $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}/\text{CH}_3\text{CO}_2^-$. Comparer cette valeur à celle de $\text{pK}_{\text{A}1}$. Conclure. Proposer une interprétation de la différence d'acidité à partir des structures moléculaires de $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$ et de l'acide conjugué de la glycine.

A.2.4. On considère une solution aqueuse de glycine de concentration $c_0 = 0,010 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

A.2.4.1. Écrire l'équation-bilan de la réaction d'autoprotolyse de l'amphion ; exprimer la constante d'équilibre correspondante et la calculer.

A.2.4.2. Établir la relation donnant la valeur du pH de cette solution ; la calculer ; justifier les approximations utilisées.

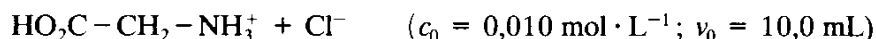
A.2.5. On dose une solution de chlorhydrate de glycine :



de concentration $c_0 = 0,010 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $c = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Les figures 1 et 2 (cf. p. 7 et 8) représentent :

- *figure 1* : la courbe de titrage * $\text{pH} = f(v_{\text{OH}^-})$ * d'une solution de :



par une solution d'hydroxyde de sodium ($c = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$).

- *figure 2* : les courbes * $\% = f(v_{\text{OH}^-})$ * donnant l'évolution des pourcentages des trois espèces (amphion, forme acide, forme basique) de la glycine en fonction de v_{OH^-} ; ces pourcentages sont calculés par rapport à la quantité totale initiale de $\text{HO}_2\text{C}-\text{CH}_2-\text{NH}_3^+$ en solution (donc $\% \text{ A} + \% \text{ B} + \% \text{ C} = 100$, quel que soit v_{OH^-}).

A.2.5.1. En exploitant notamment les figures 1 et 2, identifier les espèces A, B, C en justifiant votre réponse.

La figure 2 peut être utilisée pour répondre aux questions suivantes.

A.2.5.2. On réalise le dosage pH-métrique.

- Indiquer succinctement le matériel qui doit être utilisé pour effectuer ce dosage.
- Justifier la valeur du volume de solution d'hydroxyde de sodium versé à la première équivalence.
- Déterminer, à partir de la courbe de la figure 1, la valeur du pH à la première équivalence. Comparer cette valeur à la valeur du pH calculé à la question A.2.4.2. Conclure.
- On observe deux sauts de pH distincts. Justifier leur existence. Pourquoi le deuxième saut de pH est-il aussi faible ? Est-il utilisable en pratique ?
- Déterminer la valeur de v_{OH^-} versé pour laquelle $\text{pH} = \text{pK}_{\text{A}1}$. Comparer cette valeur à celle que l'on obtiendrait, pour le point $\text{pH} = \text{pK}_{\text{A}}(\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}/\text{CH}_3\text{CO}_2^-)$, en dosant 10,0 mL de $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$, $c_0 = 0,010 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, par une solution d'hydroxyde de sodium $c_0 = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Expliquer cette différence.
- On donne, pour les indicateurs colorés suivants, les zones de virage et les couleurs des formes acides et basiques.

	Zone de virage	Teinte acide	Teinte basique
Hélianthine.....	3,2-4,4	Rouge	Jaune
Bleu de bromothymol.....	6,0-7,6	Jaune	Bleu
Para-nitrophénol.....	5,4-6,6	Incolore	Jaune
Phénol-phtaléine.....	8,2-10	Incolore	Rose

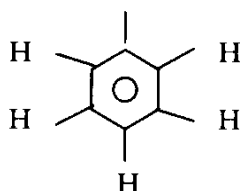
Comment doit-on choisir et utiliser un indicateur coloré pour un dosage acido-basique ?

Quel(s) est (sont) celui (ceux) qui convient (conviennent) dans la liste ci-dessus ?

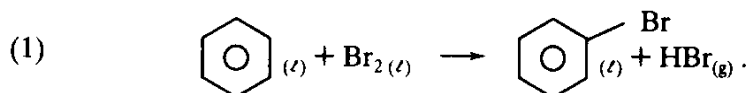
A.3. Synthèse d'un acide α -aminé.

On se propose de réaliser la synthèse de la phénylalanine $\Phi - \text{CH}_2 - \underset{\text{NH}_2}{\text{CH}} - \text{CO}_2\text{H}$

où Φ représente



A.3.1. On réalise la réaction de bromation du benzène dont l'équation-bilan est :



Lorsqu'on ajoute du dibrome liquide au benzène, on n'observe aucune décoloration. Par contre, en ajoutant de la limaille de fer à la solution précédente, on observe bien la réaction (1) : formation de bromobenzène accompagné d'un dégagement gazeux.

A.3.1.1. Écrire l'équation-bilan du fer sur le dibrome. En tenant compte du produit formé, proposer un mécanisme pour la réaction (1).

A.3.1.2. Comment appelle-t-on les réactions du type de la réaction (1) ?

A.3.2. L'action du magnésium dans l'éther anhydre sur le bromobenzène conduit à un composé A. Décrire sommairement les conditions expérimentales. Écrire l'équation-bilan de cette réaction. Nommer A.

A.3.3. A réagit avec l'oxyde d'éthylène pour donner après hydrolyse acide un composé B (de formule $\text{C}_8\text{H}_{10}\text{O}$).

A.3.3.1. Indiquer comment on obtient dans l'industrie l'oxyde d'éthylène à partir d'éthylène.

A.3.3.2. Donner la formule semi-développée de B.

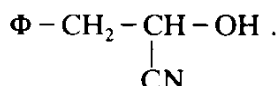
A.3.3.3. Justifier l'action de A sur l'oxyde d'éthylène à partir des polarités des liaisons mises en jeu, sachant que l'oxyde d'éthylène se comporte comme un aldéhyde (ou une cétone).

A.3.4. B est ensuite oxydé par le dichromate de potassium en milieu acide. On obtient un produit C. C donne un test positif avec la 2,4-DNPH.

A.3.4.1. Que peut-on en conclure quant à la nature de C ? Donner alors la formule de C.

A.3.4.2. Écrire les demi-équations d'oxydoréduction traduisant l'action de l'ion dichromate sur B.

A.3.5. On réalise ensuite l'action de l'acide cyanhydrique HCN sur C pour obtenir D :

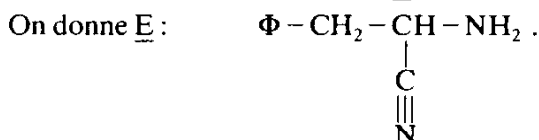


A.3.5.1. Expérimentalement, on ajoute du cyanure de potassium $\text{K}^+ + \text{CN}^-$ à une solution aqueuse de C ; puis, on ajoute lentement un acide fort. Pourquoi prend-on ces précautions ?

On donne $\text{pK}_A (\text{HCN}/\text{CN}^-) = 9$.

A.3.5.2. Comment qualifie-t-on le type d'action de HCN sur C ?

D est ensuite traité pour obtenir E suivant une réaction que nous n'étudions pas ici.



A.3.6. On réalise ensuite le passage de E à la phénylalanine par hydrolyse acide. Cette réaction est de même type que l'hydrolyse des esters.

A.3.6.1. Écrire l'équation-bilan de l'action de l'eau sur le méthanoate d'éthyle.

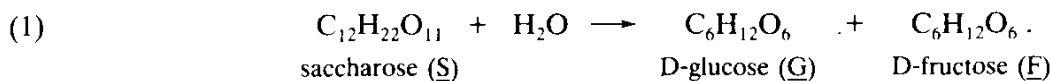
A.3.6.2. Quel est l'intérêt de travailler en milieu acide pour effectuer la réaction écrite au A.3.6.1. ?

A.3.6.3. Quelles sont les influences thermodynamique et cinétique de la température sur cette réaction ?

B. CINÉTIQUE

Les parties B.1., B.2., B.3. sont indépendantes.

On se propose d'étudier la cinétique de la réaction d'« inversion » du saccharose effectuée à température ambiante.



Les trois espèces S, G, F étant optiquement actives, on se propose de suivre la cinétique de la réaction par polarimétrie.

B.1.

B.1.1. Définir le pouvoir rotatoire d'une substance optiquement active.

B.1.2. Donner un exemple en chimie organique et un exemple en chimie inorganique de telles substances.

B.2. On rappelle la loi de Biot donnant le pouvoir rotatoire algébrique α d'une telle substance :

$$\alpha = [\alpha] \cdot l \cdot c \quad (\text{cette loi est additive dans le cas d'un mélange})$$

avec :

$[\alpha]$ pouvoir rotatoire spécifique de la substance ;

c concentration massique pour une substance en solution (en $\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$) ;

l longueur de substance traversée par la lumière (en dm).

B.2.1. Comment appelle-t-on une substance pour laquelle :

$$[\alpha] > 0? \quad [\alpha] < 0?$$

B.2.2. Quels sont les facteurs influençant $[\alpha]$?

B.2.3. On utilise pour mesurer α un polarimètre de Laurent. Expliquer simplement à l'aide d'un schéma le principe de fonctionnement de cet appareil.

B.3. La réaction (1) est une hydrolyse irréversible. C'est aussi une réaction lente, catalysée par les ions H_3O^+ .

B.3.1. On mélange, au temps $t = 0$, $25,0 \text{ cm}^3$ d'une solution aqueuse de S à $200 \text{ g} \cdot \text{L}^{-1}$ et $25,0 \text{ cm}^3$ d'une solution d'acide chlorhydrique à $4 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Calculer les concentrations initiales du mélange obtenu $[\text{S}]_0$ et $[\text{H}_3\text{O}^+]_0$.

On donne $M_S = 342 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$ et $M_G = M_F = 180 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

B.3.2. On donne :

$$[\alpha]_S = + 66,6^\circ \quad [\alpha]_F = - 92,0^\circ \quad [\alpha]_G = + 52,5^\circ$$

La longueur du tube polarimétrique est $l = 2,0 \text{ dm}$.

B.3.2.1. Exprimer littéralement et calculer numériquement α_0 , valeur du pouvoir rotatoire de la solution au temps $t = 0$.

B.3.2.2. Exprimer littéralement et calculer numériquement α_∞ , valeur du pouvoir rotatoire du mélange réactionnel au bout d'un temps très grand.

B.3.3. Définir la vitesse volumique ν de la réaction par rapport à l'espèce S.

B.3.4. On veut vérifier que la réaction est d'ordre 1 par rapport au saccharose.

La vitesse peut s'écrire : $v = k[S]_t$, où k est la constante de vitesse de la réaction dans les conditions expérimentales données et $[S]_t$ est la concentration de S à l'instant t .

B.3.4.1. En déduire l'expression de $[S]_t$ en fonction de k , t et $[S]_0$.

B.3.4.2. Montrer, après avoir exprimé α_t pouvoir rotatoire de la solution à l'instant t , que :

$$\ln [(\alpha_0 - \alpha_\infty)/(\alpha_t - \alpha_\infty)] = kt.$$

B.3.4.3. On a effectué la série de mesures suivante :

α_t (°)	10,0	7,5	5,7	4,1	2,8	1,7	0,8
t (min).....	5	10	15	20	25	30	35

Vérifier la compatibilité des résultats expérimentaux avec l'ordre 1 pour la vitesse.

Déduire la valeur de k .

Quel est le temps de demi-réaction de cette réaction ?

B.3.5. En fait, k est une constante apparente qui peut s'écrire :

$$k = k' [H_3O^+]_t.$$

En quoi les conditions de l'expérience justifient-elles l'utilisation d'une constante apparente ?

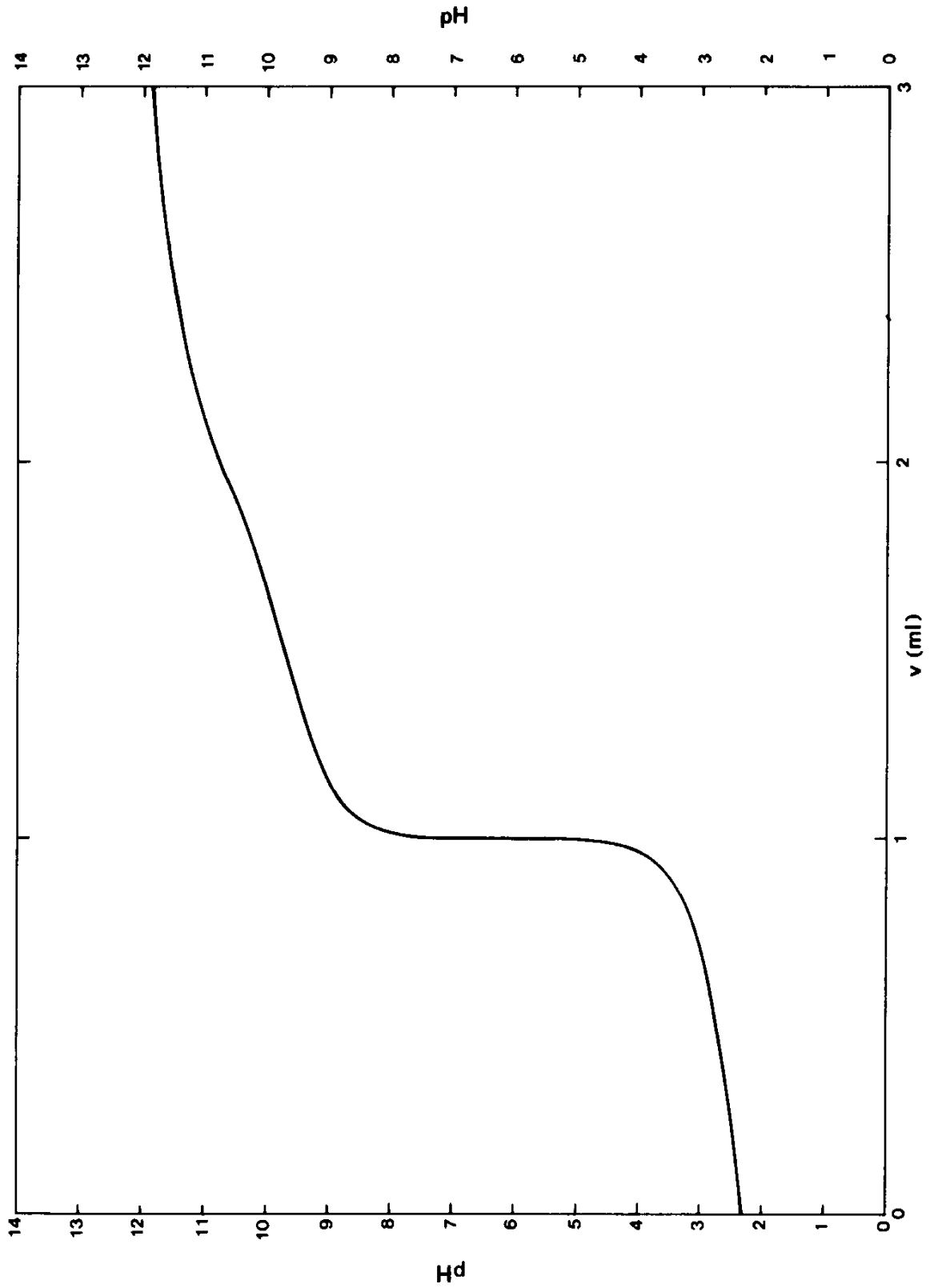


Figure 1

Titration d'une solution de $\text{HO}_2\text{C}-\text{CH}_2-\text{NH}_3^+ + \text{Cl}^-$ ($c_0 = 0,010 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $v_0 = 10,0 \text{ mL}$)
par une solution d'hydroxyde de sodium ($c = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$)

Courbe $\text{pH} = f(v_{\text{OH}^-})$

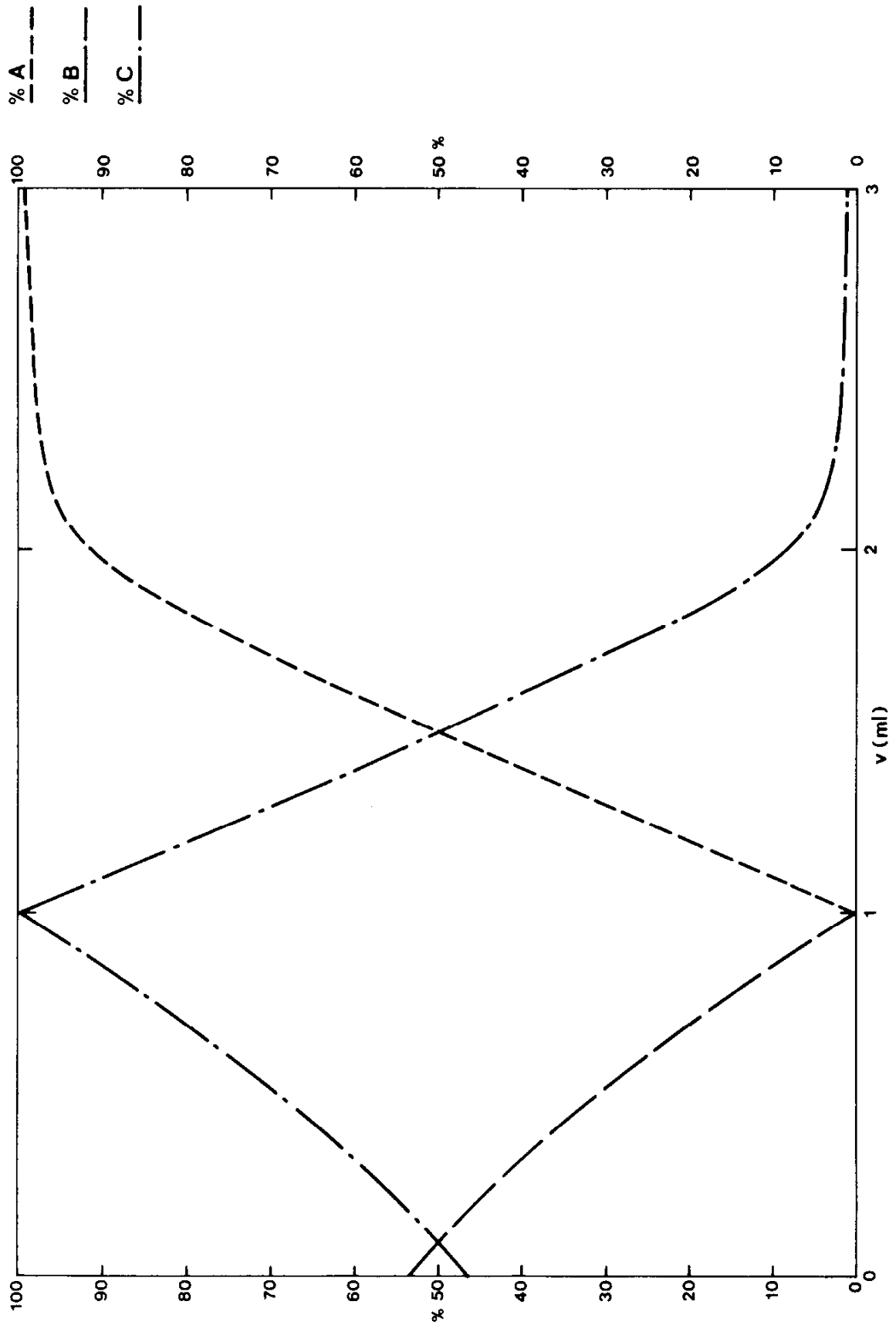


Figure 2

Titration d'une solution de $\text{HO}_2\text{C}-\text{CH}_2-\text{NH}_3^+ + \text{Cl}^-$ ($c_0 = 0,010 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$; $v_0 = 10,0 \text{ mL}$)
 par une solution d'hydroxyde de sodium ($c = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$)

Courbe $\% = f(v_{\text{OH}^-})$

section : sciences physiques

**concours externe
de recrutement de professeurs certifiés**

section : sciences physiques

option : physique et électricité appliquée

composition d'électronique, électrotechnique avec applications

Durée : 4 heures

Calculatrice de poche – y compris calculatrice programmable et alphanumérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

AVERTISSEMENT AUX CANDIDATS.

Les trois parties du problème sont totalement indépendantes, il n'est pas nécessaire d'en résoudre la totalité pour obtenir la note maximale.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale dans sa copie et poursuit sa composition en indiquant la raison des initiatives qu'il est amené à prendre de ce fait.

SUJET

On se propose d'étudier trois parties de l'équipement de climatisation d'un hall industriel (fig. 1) :

- une chaîne d'acquisition et de traitement numérique de la température ;
- un système de ventilation ;
- un système de chauffage électrique de l'air ventilé.

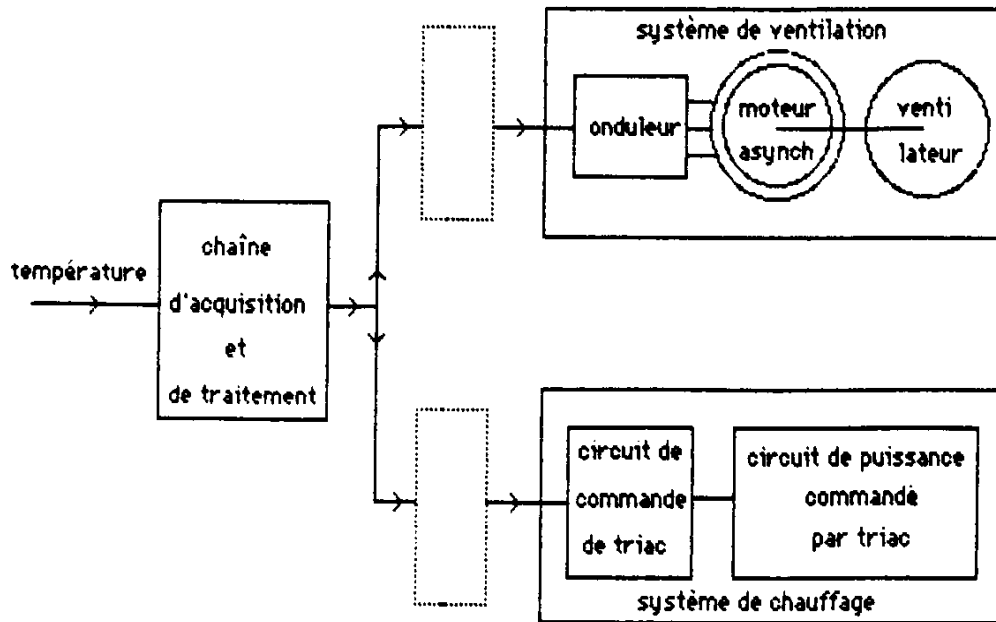


Figure 1

1. CHAÎNE D'ACQUISITION ET DE TRAITEMENT NUMÉRIQUE DE LA TEMPÉRATURE

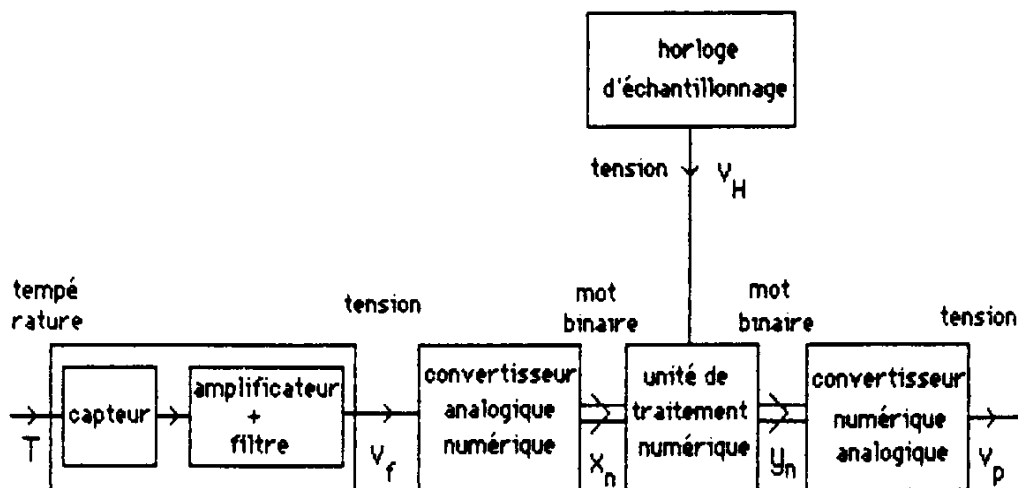


Figure 2

Cette chaîne (fig. 2) comprend :

- une partie analogique qui, à chaque température T , fait correspondre une tension analogique $v_f(t)$ comprise entre 0 et 5 volts ;
- un convertisseur analogique-numérique de 8 bits ;
- une unité de traitement numérique du signal transformant les mots x_n fournis par le convertisseur précédent, en mots y_n ;
- un convertisseur numérique analogique délivrant la tension $v_p(t)$.

1.1. Étude de l'horloge d'échantillonnage.

L'horloge d'échantillonnage (fig. 3) génère des impulsions constituant un signal périodique $v_H(t)$, de période T_e , qui rythme l'échantillonnage, les conversions et le traitement numérique des mots binaires.

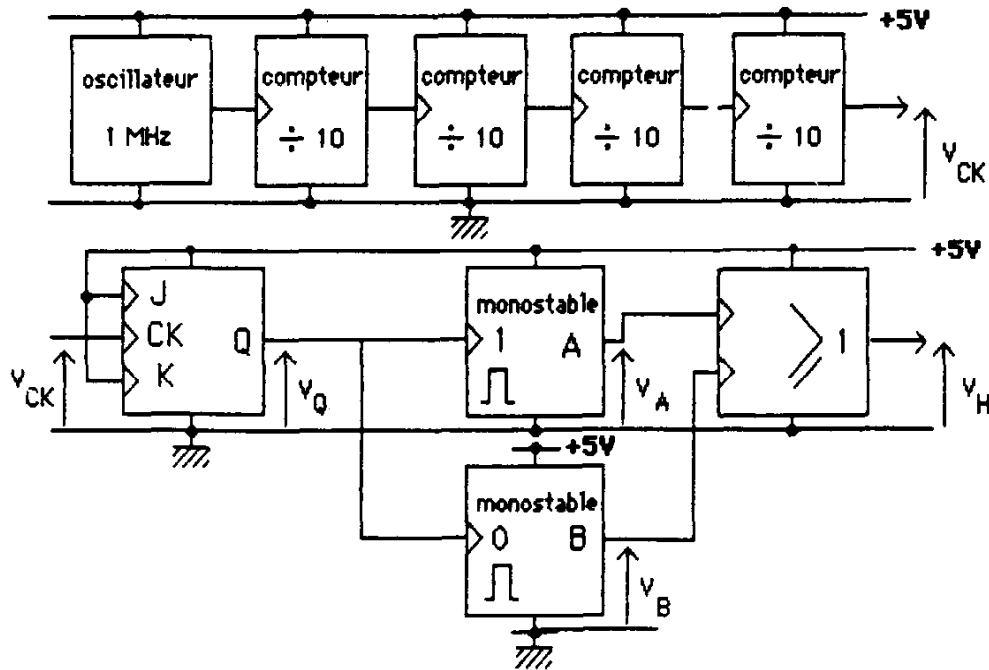


Figure 3

Table de vérité
de la bascule JK

Entrées			Sorties	
CK	J	K	Q_{n+1}	\overline{Q}_{n+1}
┌	0	0	Q_n	\overline{Q}_n
┌	1	0	1	0
┌	0	1	0	1
┌	1	1	\overline{Q}_n	Q_n

Cette horloge se compose des éléments suivants, de la famille CMOS, alimentés sous une tension de 5 volts :

- un oscillateur produisant des signaux carrés de fréquence 1,0 MHz ;
- 4 compteurs synchrones BCD, à 4 bits, montés en cascade : chaque compteur délivre un signal de sortie périodique de rapport cyclique différent de 0,5 et de fréquence dix fois plus faible que celle de son signal d'entrée ;

- une bascule JK, dont la table de vérité est rappelée sur le tableau de la page 3 : la tension d'alimentation est appliquée à ses entrées J et K et son entrée d'horloge, active lors des fronts montants, reçoit le signal $v_{CK}(t)$ du dernier compteur ;
- deux monostables A et B, commandés par le signal de sortie $v_O(t)$, de la bascule JK : $v_O(t)$, déclenche A sur son front montant, et B sur son front descendant ; l'état de repos de la sortie de chacun de ces monostables est 0 V ; ils fournissent des impulsions d'amplitude 5 V et de largeur 10 μ s ;
- un opérateur logique OU dont les entrées sont les tensions $v_A(t)$, et $v_B(t)$, fournies par A et B ; ce circuit délivre la tension périodique $v_H(t)$.

À partir du signal $v_{CK}(t)$, dessiné sur le document-réponse n° 1, établir, sur ce document, les chronogrammes des tensions $v_O(t)$, $v_A(t)$, $v_B(t)$ et $v_H(t)$.

Préciser l'échelle des temps. Calculer la période T_e d'échantillonnage.

1.2. Étude du convertisseur analogique-numérique à 8 bits (non centré).

1.2.1. Quel est le nombre d'états possibles pour les mots binaires x_n qui codent la tension d'entrée v_f ?

1.2.2. La tension v_f varie entre 0 et 5 V. Pour quelles valeurs de v_f le mot x_n passe-t-il :

- de la valeur binaire 0000 0000 à la valeur 0000 0001 ?
- de la valeur binaire 1111 1110 à la valeur 1111 1111 ?

1.2.3. Esquisser la courbe de transfert du convertisseur lorsque v_f varie de 0 à 110 mV.

1.3. Étude de la partie analogique de la chaîne.

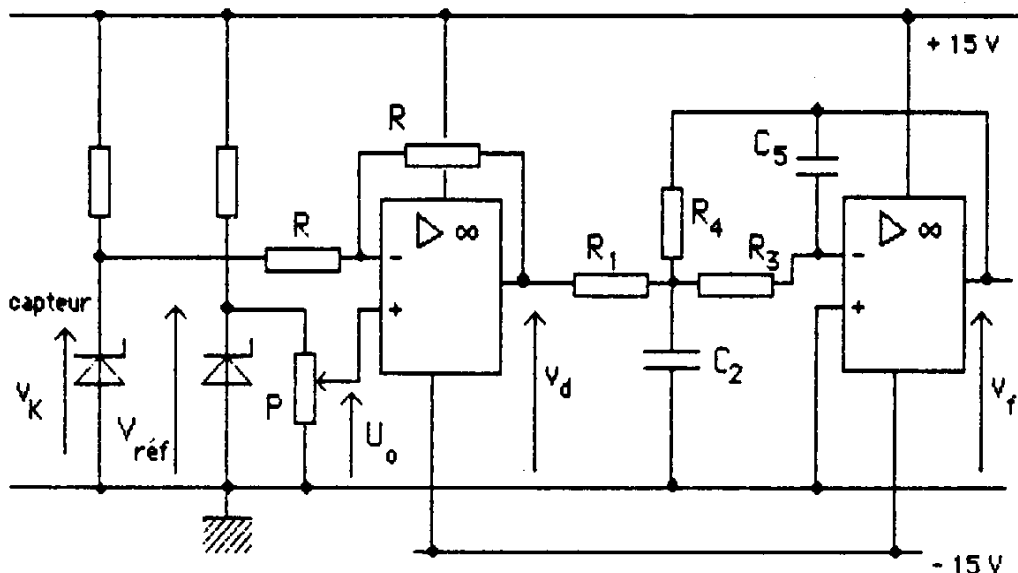


Figure 4

Cette partie est constituée (fig. 4) :

- d'un capteur de température et d'une référence de tension $V_{réf} = 2,50$ V ;
- de deux étages contenant des amplificateurs opérationnels parfaits.

1.3.1. Le capteur de température fournit une tension v_k proportionnelle à la température absolue T . Sa sensibilité σ est de 10 mV/K .

Donner l'expression de v_k , en fonction de la température θ exprimée en degrés Celsius.

Quelle est la valeur de v_k pour $\theta = 0$ °C ?

1.3.2. La tension U_0 (réglable par le potentiomètre P) est choisie de manière que la tension de sortie v_d du premier étage soit proportionnelle à la température θ .

Calculer U_0 . Quelle est alors la valeur de v_d pour $\theta = 51^\circ\text{C}$?

1.3.3. Exprimer le coefficient d'amplification A_0 du deuxième étage pour la fréquence nulle. En déduire la relation liant la tension de sortie v_{f_0} du deuxième étage à une température θ_0 maintenue constante.

On choisit A_0 tel que $v_{f_0} = 4,98\text{ V}$ pour $\theta_0 = 51^\circ\text{C}$. Calculer A_0 .

À quel écart de température correspond le pas de quantification du convertisseur ?

Quel domaine de température est codé par le mot binaire 1000 0000 ?

1.3.4. Dans l'hypothèse où le deuxième étage fonctionne en régime sinusoïdal, déterminer sa

transmittance $\underline{T}(j\omega) = \frac{V_f}{V_d}$.

Montrer que $\underline{T}(j\omega)$ peut se mettre sous la forme :

$$\underline{T}(j\omega) = \frac{A_0}{1 + 2m \frac{j\omega}{\omega_0} + \left(\frac{j\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

Exprimer ω_0 et m en fonction des éléments du montage.

On pose $f_0 = \omega_0/2\pi$; tracer le diagramme asymptotique de Bode (gain et phase) en fonction de la variable réduite f/f_0 (document-réponse n° 2).

On choisit $m = 1/\sqrt{2}$. Esquisser les courbes réelles et déterminer la fréquence de coupure à -3 dB du filtre. Quelle fonction réalise-t-il ?

On ajuste f_0 pour que $|\underline{T}(j\omega)|$ soit égal à $|A_0|/10$ pour $f = 50\text{ Hz}$. En utilisant l'expression approchée de $\underline{T}(j\omega)$ qui permet d'assimiler la courbe de gain à son asymptote pour $f > 2f_0$, calculer f_0 .

Montrer que les valeurs numériques suivantes permettent bien de réaliser le filtre précédent (A_0, m, f_0) : $R_1 = 10,24\text{ k}\Omega$, $R_3 = 123\text{ k}\Omega$, $R_4 = 100\text{ k}\Omega$, $C_2 = 0,82\text{ }\mu\text{F}$, $C_5 = 10,0\text{ nF}$.

1.3.5. La température est constante et égale à $25,7^\circ\text{C}$, mais un bruit sinusoïdal d'amplitude 8 mV et de fréquence 50 Hz se superpose à la composante continue de v_d . En exploitant les résultats de la question précédente, préciser la composition de la tension de sortie v_f .

Le mot binaire x_n est-il affecté par ce bruit ?

1.4. Étude de l'unité de traitement numérique.

Afin de réduire les bruits aléatoires dus au milieu industriel ambiant, l'unité de traitement numérique réalise la moyenne des 4 derniers échantillons acquis x_n, x_{n-1}, x_{n-2} et x_{n-3} qui codent respectivement la tension v_f aux instants $nT_e, (n-1)T_e, (n-2)T_e$ et $(n-3)T_e$. On obtient :

$$y_n = \frac{x_n + x_{n-1} + x_{n-2} + x_{n-3}}{4}$$

1.4.1. Établir la transmittance $\underline{H}(j\omega)$ de ce moyennneur en supposant que les différents échantillons x_n correspondent à une tension d'entrée v_f sinusoïdale. Le candidat pourra choisir entre deux méthodes :

- calculer la transmittance dite en z puis la transmittance isochrone du moyennneur ;
- calculer la transmittance d'un filtre analogique équivalent qui, recevant en entrée le signal $x(t) = X_m \sin(\omega t)$, fournirait en sortie :

$$y(t) = \frac{x(t) + x(t - T_e) + x(t - 2T_e) + x(t - 3T_e)}{4}$$

Montrer que l'expression obtenue correspond, pour $N = 4$, à l'expression générale de la transmittance d'un moyennneur traitant N échantillons, soit :

$$\underline{H}(j\omega) = \frac{\sin\left(\frac{N\omega T_e}{2}\right)}{N \sin\left(\frac{\omega T_e}{2}\right)} \exp\left(-j \frac{(N-1)\omega T_e}{2}\right)$$

- 1.4.2. En déduire les expressions de $|\underline{H}(j\omega)|$ et $\text{Arg}[\underline{H}(j\omega)]$ en fonction de la variable $\alpha = 2\pi\left(\frac{f}{F_e}\right)$ pour $0 \leq \alpha \leq \pi$. $\left(F_e = \frac{1}{T_e}\right)$.

Esquisser les courbes donnant $|\underline{H}(j\omega)|$ et $\text{Arg}[\underline{H}(j\omega)]$ en fonction de f sur le document-réponse n° 3. (On prendra $F_e = 100$ Hz). Placer sur les courbes les points correspondant aux valeurs de α suivantes : $0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi$.

2. SYSTÈME DE VENTILATION

Il comprend un ventilateur entraîné par un moteur asynchrone à cage alimenté par un onduleur.

2.1. Étude du moteur asynchrone alimenté à 50 Hz par le réseau EDF.

La plaque signalétique du moteur porte les indications suivantes :

phases : 3	tension : 220 V/380 V	intensité : Δ 10,6 A ; Y 6,13 A
$\cos \varphi = 0,566$	puissance : 1,84 kW	fréquence de rotation : 725 tr/min.

2.1.1. Déterminer le nombre p de paires de pôles de ce moteur.

2.1.2. On s'intéresse au fonctionnement nominal.

- Quel est le glissement g ?
- Le moteur est branché sur un réseau dont la tension est de 380 V entre phases. Comment doit-on coupler ses enroulements statoriques? Préciser la valeur efficace V de la tension aux bornes d'un enroulement et l'intensité efficace J du courant qui traverse cet enroulement.
- Calculer la puissance électrique active absorbée par le moteur.
- Déterminer le rendement du moteur.
- Calculer le moment C_u du couple utile agissant sur l'arbre.

2.1.3. On néglige les résistances et les inductances de fuites des enroulements statoriques ainsi que les pertes mécaniques et les pertes dans le fer du moteur : son schéma électrique équivalent, pour une phase du stator, est alors donné par la figure 5. On note ω la pulsation des courants statoriques.

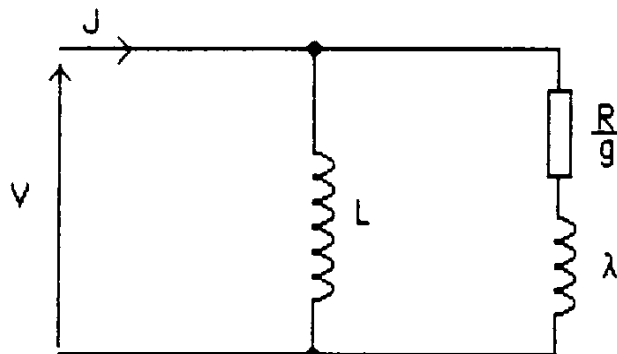


Figure 5

On a trouvé : $L = 0,141$ H ; $R = 2,21$ Ω ; $\lambda = 37,6$ mH.

Déterminer l'intensité efficace en ligne, ainsi que le facteur de puissance du moteur, lorsque $g = 10$ %.

- 2.1.4. Grâce au schéma équivalent pour une phase, établir l'expression de la puissance active P_e transmise au rotor.

On pose $x = \frac{g \lambda \omega}{R}$. Montrer que le moment C_e du couple électromagnétique peut s'écrire :

$$C_e = C_{em} \frac{2}{x + \frac{1}{x}}$$

Exprimer C_{em} en fonction de V , ω , p et λ ; préciser sa signification.

- 2.1.5. Le moteur étant alimenté sous tension nominale, calculer numériquement C_{em} et la valeur g_m de g pour laquelle $C_e = C_{em}$.

- 2.1.6. Esquisser, sur le document-réponse n° 4, la courbe représentant la variation de $C_e(g)$ pour $0 \leq g \leq 1$.

Proposer une expression approchée de C_e pour les faibles valeurs de g .

2.2. Étude du moteur asynchrone alimenté par un onduleur triphasé.

L'onduleur est équivalent à une source triphasée de tensions dont l'amplitude et la fréquence $f = \frac{\omega}{2\pi}$ sont réglables.

- 2.2.1. f peut varier de 0,5 Hz à 60 Hz; donner en tours par minute les valeurs limites de la fréquence de rotation de synchronisme (n_s) du moteur.

- 2.2.2. Compte tenu de l'expression C_{em} établie à la question 2.1.5., établir la condition portant sur V et f pour que, quelle que soit la valeur de f , celle de C_{em} soit constante.

Cette condition est réalisée. Montrer que C_e n'est fonction que de la variable $(n_s - n)$, n désignant la fréquence de rotation du moteur. Comment deux caractéristiques $C_{e1}(n)$ et $C_{e2}(n)$ obtenues pour des fréquences d'alimentation respectives f_1 et f_2 différentes, se déduisent-elles l'une de l'autre ?

- 2.2.3. Établir l'expression approchée de C_e pour les faibles valeurs de $(n_s - n)$. Pour la suite du problème on prendra $C_e = 1,12 (n_s - n)$ lorsque C_e est exprimé en newton-mètres et les fréquences de rotation en tours par minute.

- 2.2.4. Le moteur entraîne un ventilateur dont le moment du couple résistant est de la forme $C_r = k_r n$ ($C_r = 2,40 \text{ N} \cdot \text{m}$ lorsque $n = 100 \text{ tr/min}$). Quelle est la relation qui lie C_e et C_r en régime permanent si on néglige ses pertes mécaniques ? Tracer dans le diagramme $C(n)$ du document-réponse n° 4 les caractéristiques $C_{e1}(n)$ et $C_{e2}(n)$ correspondant respectivement aux fréquences $f_1 = 49,5 \text{ Hz}$ et $f_2 = 50 \text{ Hz}$ ainsi que la caractéristique $C_r(n)$. En déduire les valeurs n_1 et n_2 de la fréquence de rotation du groupe.

Comment se déplace le point de fonctionnement du groupe si la fréquence f passe brutalement de f_1 à f_2 . Dans ce cas, caractériser sans calcul l'évolution de la vitesse du moteur et celle du courant en ligne.

3. SYSTÈME DE CHAUFFAGE ÉLECTRIQUE DE L'AIR VENTILÉ

L'air est chauffé par une résistance. Un triac commande le transfert de puissance électrique du secteur à la résistance chauffante.

3.1. Circuit de commande du triac.

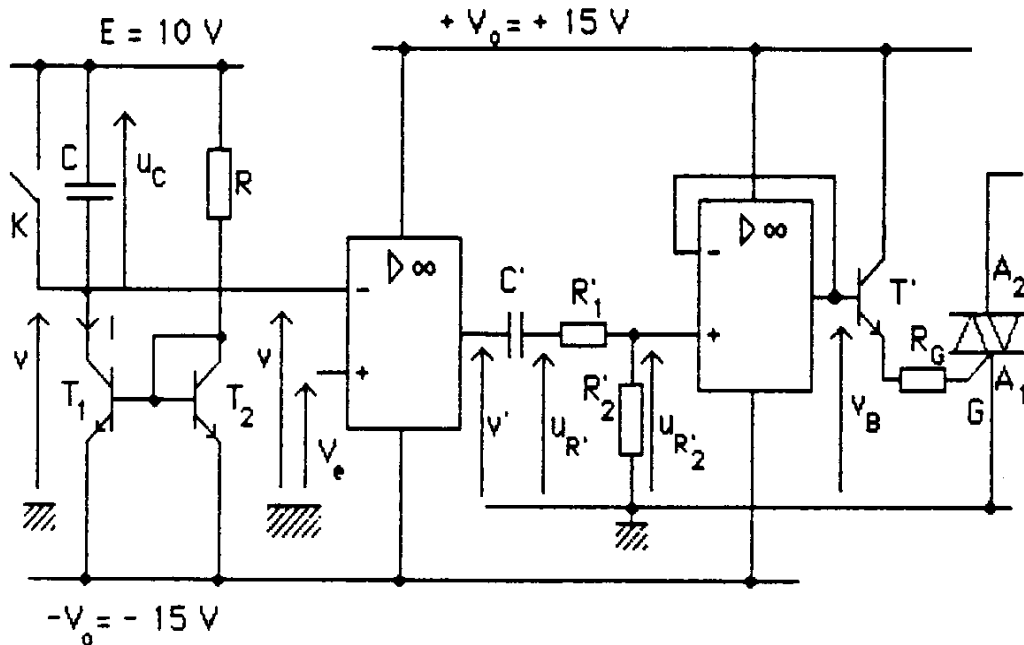


Figure 6

Le circuit de commande du triac (fig. 6) est un générateur d'impulsions synchronisé par le secteur.

3.1.1. Étude de la partie de ce circuit générant la tension $v(t)$.

On s'intéresse à l'ensemble construit autour des transistors T_1 et T_2 dont les courants de collecteur sont identiques.

3.1.1.1. Les courants de base étant négligés, établir l'expression de l'intensité du courant de collecteur de T_1 , en fonction de E , V_0 , V_{BE} et R . Calculer R pour obtenir $I = 1,0$ mA avec $E = 10$ V, $V_0 = 15$ V et $V_{BE} = 0,70$ V.

3.1.1.2. L'interrupteur K , initialement fermé, est ouvert à un instant pris comme origine des temps. Cet instant correspond au passage par zéro de la tension $v_s(t)$ du secteur EDF (document-réponse n° 5).

Établir la loi d'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur de capacité C . En déduire la loi d'évolution de $v(t)$.

C est choisie pour avoir $v = 0$ à l'instant $t = 10$ ms. Calculer C .

À l'instant $t = 10$ ms, K est brièvement fermé. Tracer l'allure de $v(t)$ sur le document-réponse n° 5 sachant que la période du phénomène est $T = 10$ ms.

3.1.2. Étude du circuit de commande complet.

Le sous-ensemble précédent est suivi d'un comparateur, d'un dérivateur et d'un suiveur de tension permettant d'élaborer une impulsion après chaque passage par zéro de la tension $v_s(t)$. Le décalage temporel t_0 entre les passages par zéro de $v_s(t)$ et ces impulsions est commandé par la tension V_e .

- 3.1.2.1. On prend $V_e = \text{constante} = 7,0 \text{ V}$. Représenter sur le document-réponse n° 5 l'évolution de la tension de sortie $v'(t)$ du comparateur. Déterminer l'instant t_0 (compris entre 0 et $\frac{T}{2}$) où v' change brutalement de valeur.
- 3.1.2.2. On prend $C' = 10 \text{ nF}$, $R'_1 = 20 \text{ k}\Omega$, $R'_2 = 10 \text{ k}\Omega$ et on suppose que la tension $u_{R'_1}(t)$, aux bornes de l'ensemble $R'_1 + R'_2$, est constante et nulle juste avant l'instant t_0 . Représenter sur le document-réponse n° 5, en la justifiant sommairement, l'allure de la tension $u_{R'_2}(t)$
- 3.1.2.3. Quel est le rôle du transistor T' suivant le signe de $u_{R'_2}(t)$?
Lorsqu'il est traversé par un courant, l'espace gâchette-anode A_1 du triac est équivalent à une résistance de valeur négligeable devant $R_g = 100 \Omega$ insérée dans le circuit de gâchette. Représenter l'évolution de $i_{R_g}(t)$ sur le document-réponse n° 5.

3.2. Circuit de puissance.

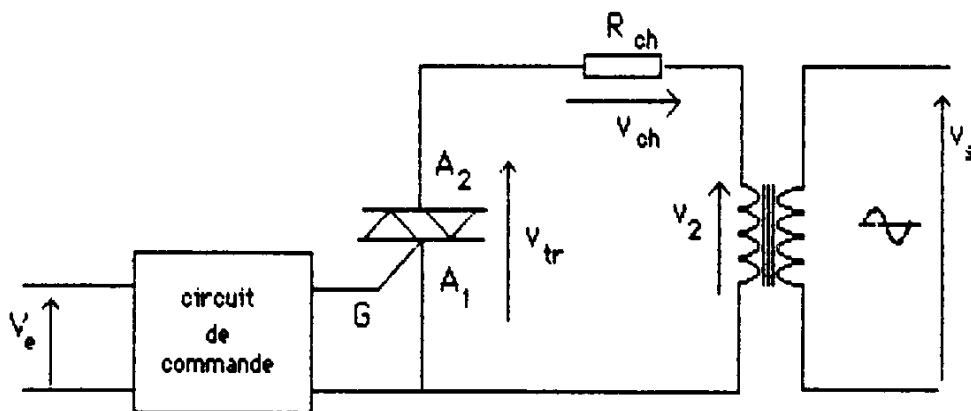
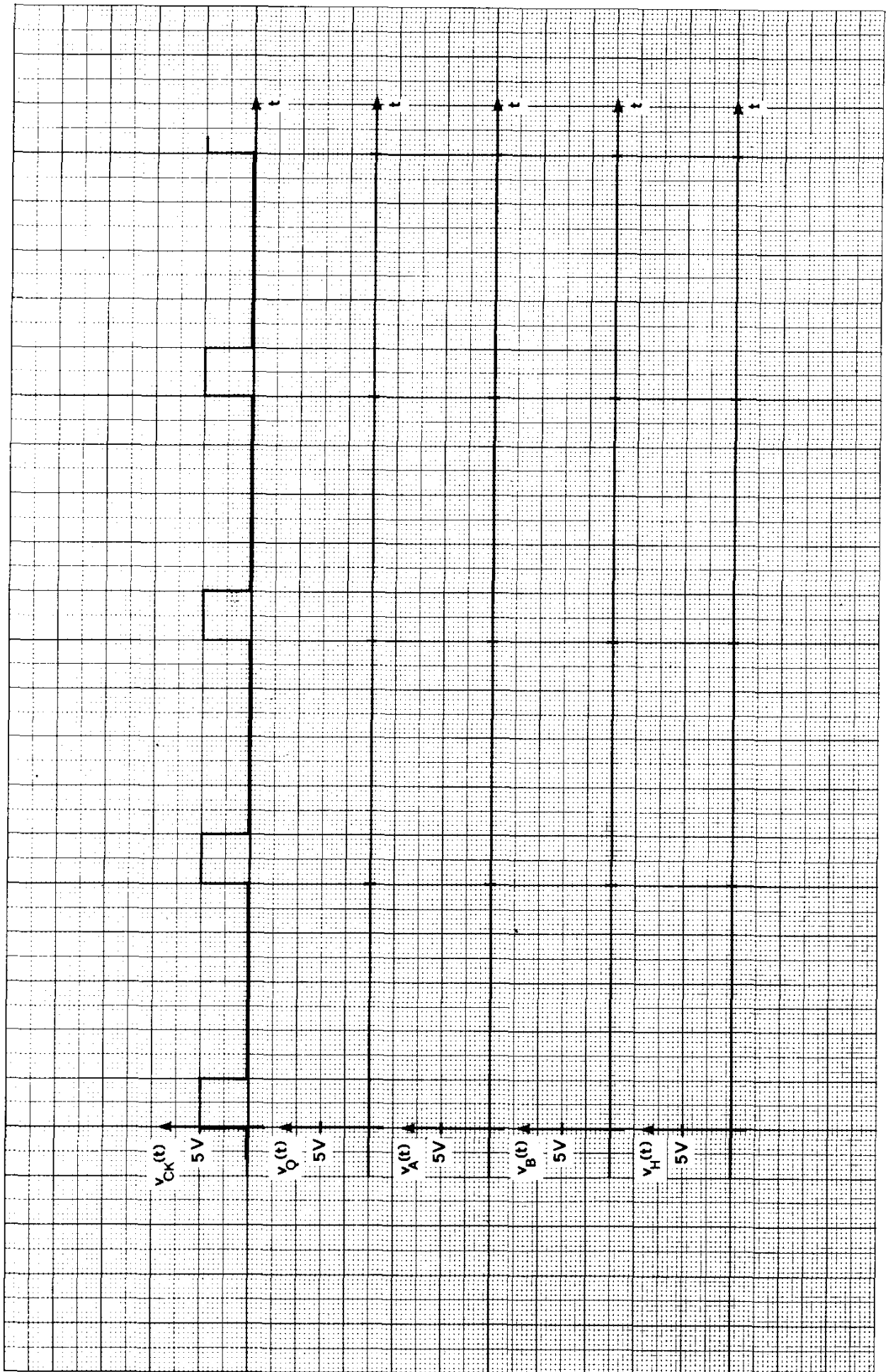
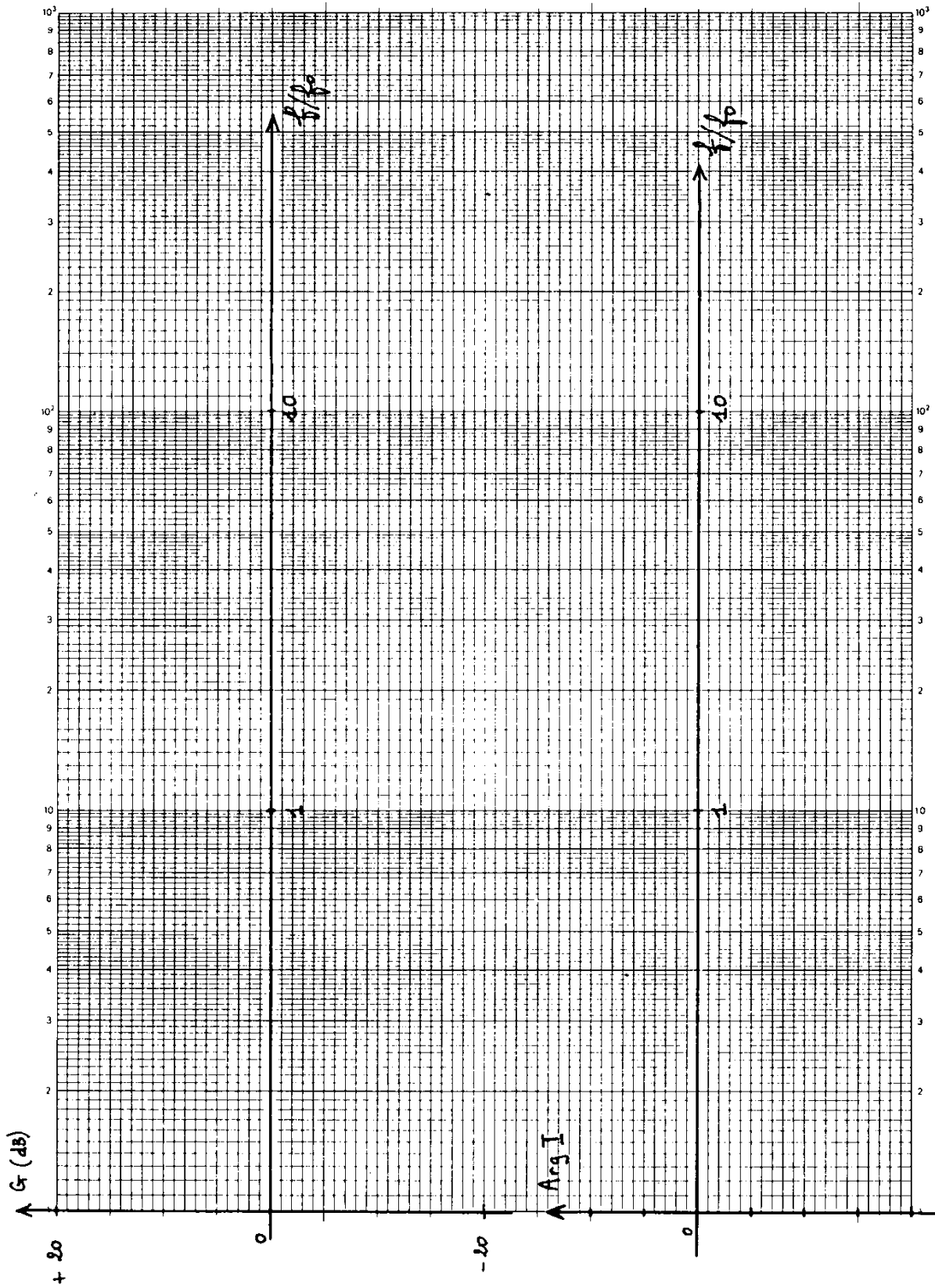


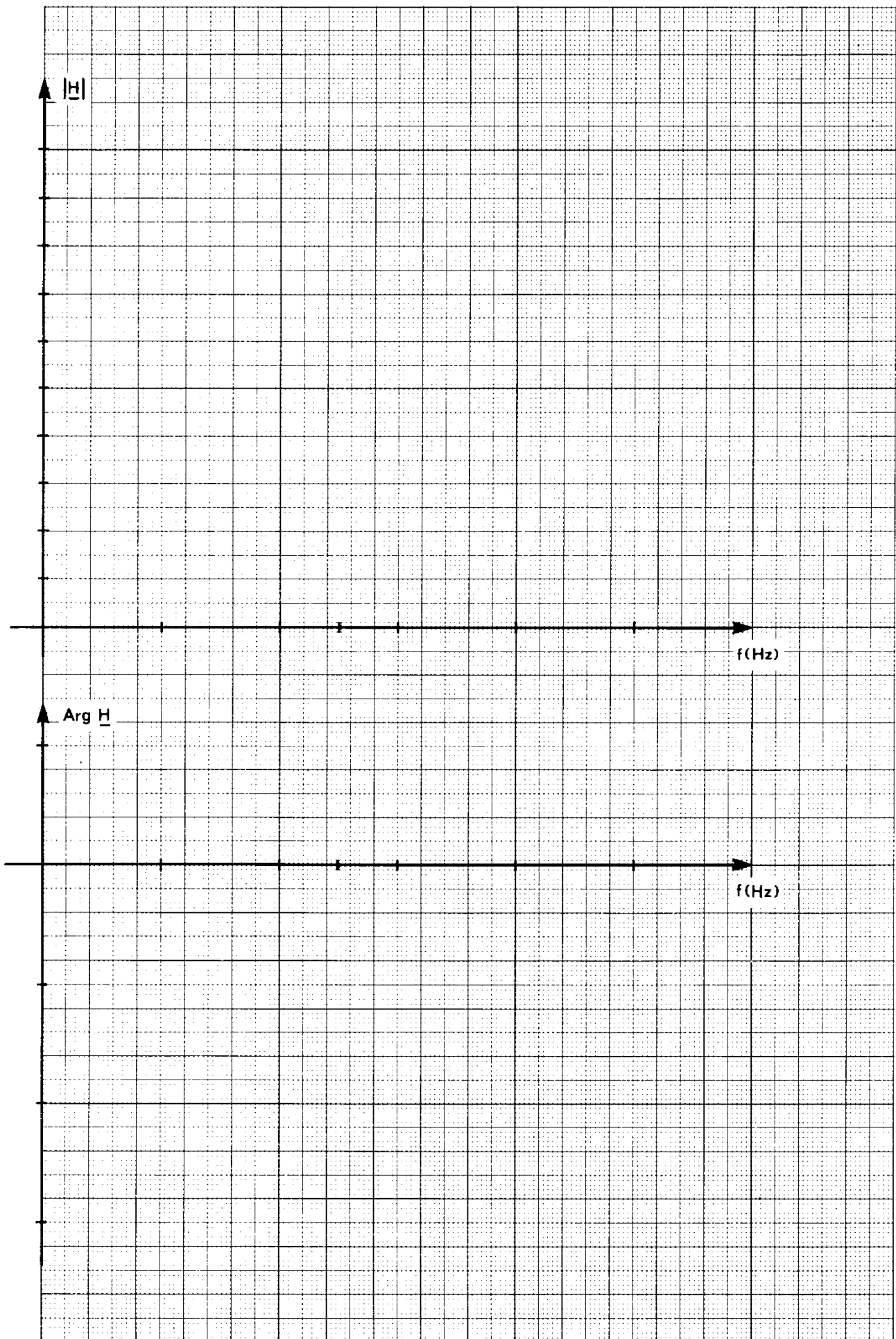
Figure 7

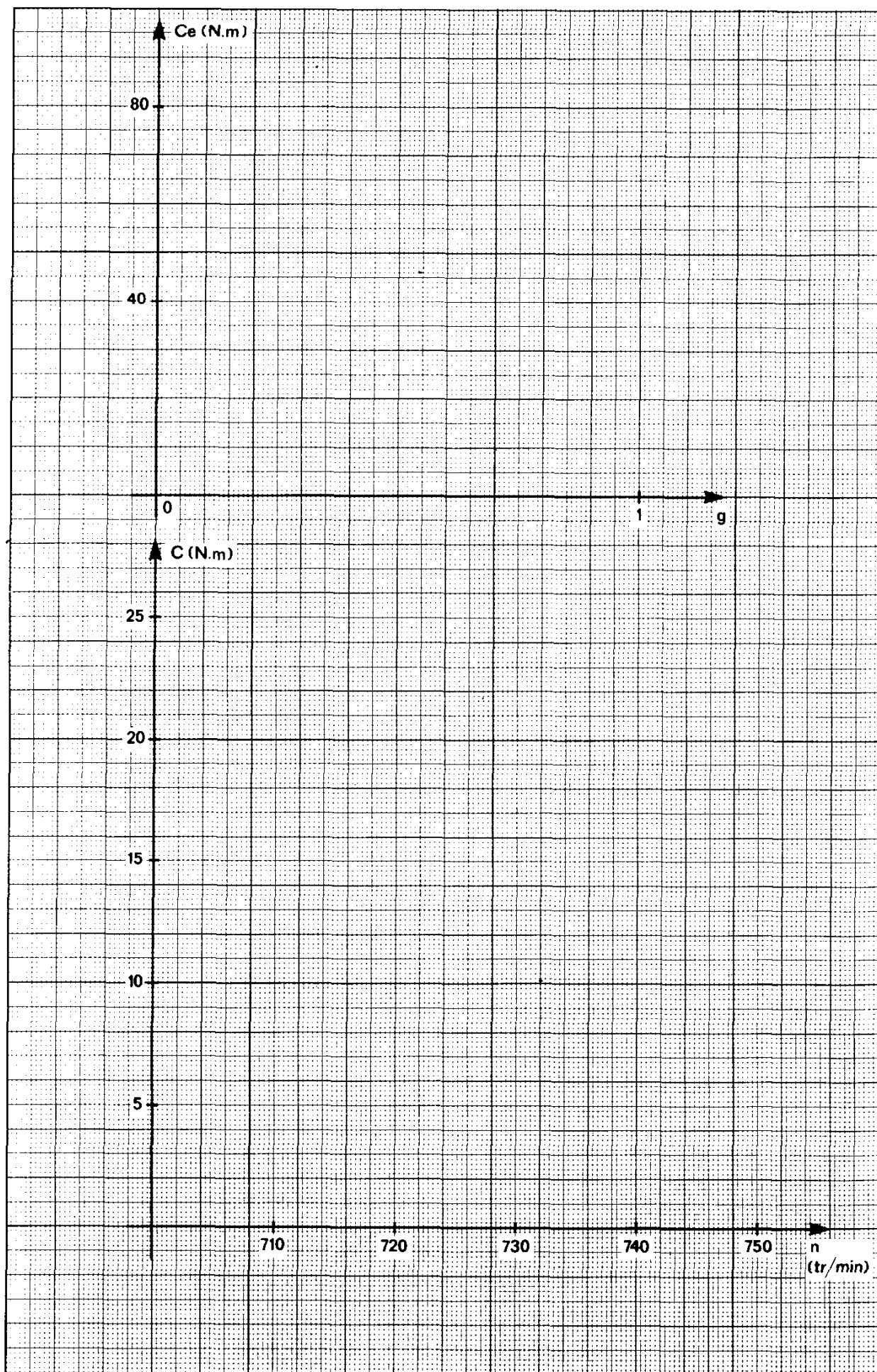
Le circuit de puissance (fig. 7) comprend un transformateur d'isolement de rapport de transformation égal à 1, fournissant une tension secondaire $v_2(t)$, de valeur efficace 220 V, en phase avec la tension $v_s(t)$ du secteur. Ce transformateur alimente un triac et la résistance chauffante $R_{ch} = \text{constante} = 15 \Omega$.

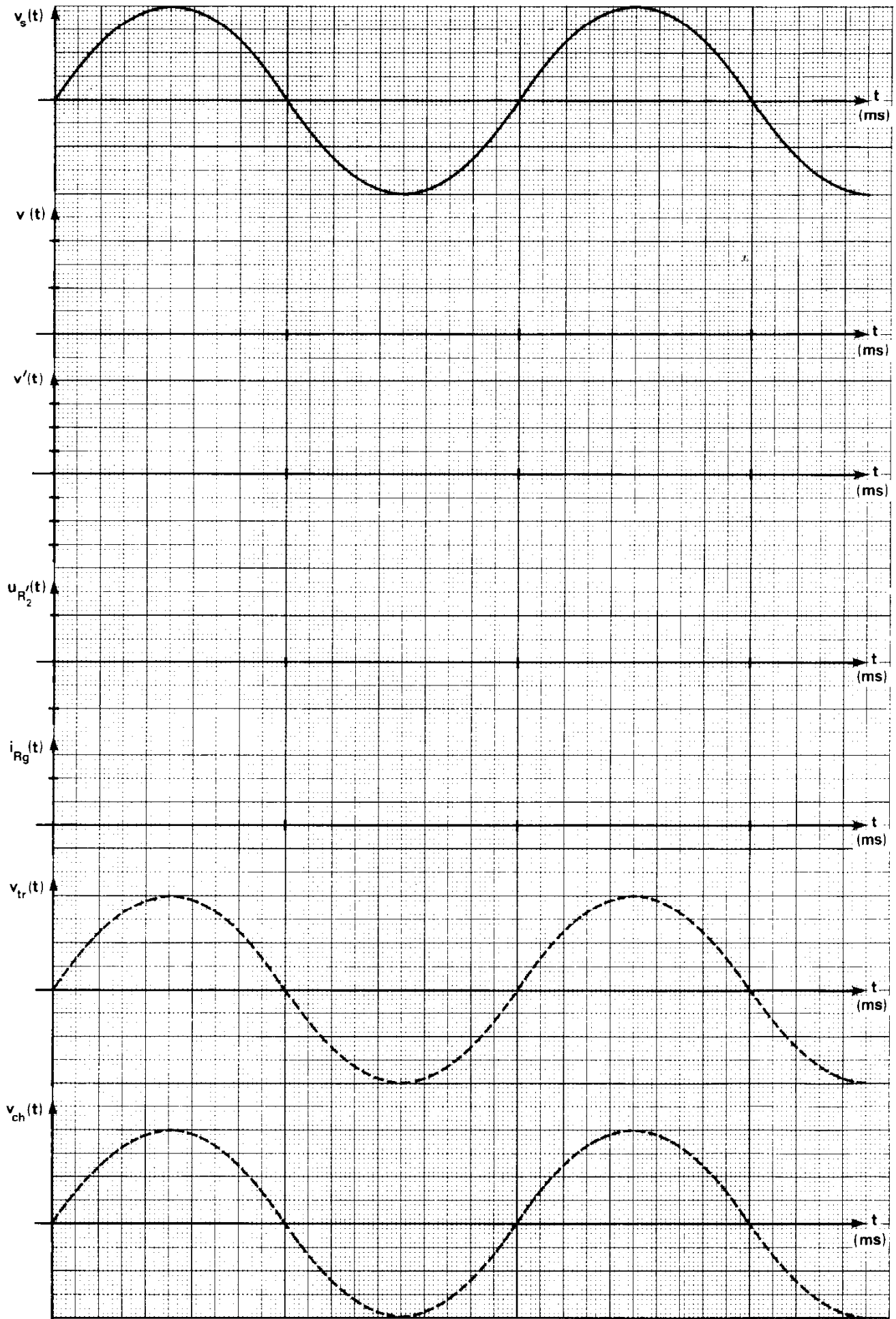
- 3.2.1. Compléter le document-réponse n° 5 en représentant les tensions $v_{tr}(t)$ aux bornes du triac et $v_{ch}(t)$ aux bornes de la résistance chauffante.
- 3.2.2. Calculer la puissance fournie à R_{ch} en fonction de l'angle de retard $\alpha_0 = \frac{2\pi t_0}{T}$. Application numérique : $V_e = 7,0 \text{ V}$.
- 3.2.3. Déterminer la tension directe maximale (à l'état bloqué), l'intensité maximale et l'intensité efficace maximale que doit pouvoir supporter le triac.











SESSION DE 1991

**concours interne
de recrutement de professeurs certifiés
et concours d'accès à l'échelle de rémunération**

section : sciences physiques

composition à partir d'un dossier

Durée : 4 heures

Option : PHYSIQUE ET ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE..... p. 1 à 9

Option : CHIMIE..... p. 1 à 12

*Les candidats doivent **obligatoirement** traiter l'option qu'ils ont choisie au moment de leur inscription.*

Option : **PHYSIQUE ET ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE**

COMPOSITION À PARTIR D'UN DOSSIER

Calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable et alphanumérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

Le sujet comporte 3 parties :

I

RÉDACTION DU CORRIGÉ
D'UNE PARTIE D'UN PROJET D'ÉPREUVE DE BACCALAURÉAT F3

II

RÉDACTION D'UN TEXTE DE TRAVAUX PRATIQUES D'UNE DURÉE DE 4 HEURES
POUR DES ÉLÈVES DE TERMINALE F2

III

ÉCRITURE D'UN EXERCICE
DESTINÉ AUX ÉLÈVES DE TERMINALE F2

Il est conseillé aux candidats de répartir leur temps de manière équivalente entre la partie I d'une part et l'ensemble des parties II et III d'autre part.

Le document comporte 3 ANNEXES :

L'ANNEXE 1 liste les capacités à évaluer en sciences physiques.

L'ANNEXE 2 donne un extrait du programme de Terminale F2.

L'ANNEXE 3 donne un extrait du programme de Terminale F3.

PREMIÈRE PARTIE

Le candidat devra :

1. Rédiger un corrigé succinct du projet d'épreuve de baccalauréat F3 proposé ci-après (problème n° 1 et problème n° 2).
2. Porter un jugement motivé sur ce projet d'épreuve (jugement par rapport au programme, aux consignes officielles, aux techniques nouvelles d'évaluation... : voir annexes 1 et 3).

Le candidat pourra proposer toutes modifications (y compris réécriture) et corrections qu'il jugera utiles, en justifiant ses remarques.

3. Proposer un barème de notation sur 70 points.

Problème n° 1

1. Un pont redresseur à quatre thyristors branchés sur le réseau 220 V ; 50 Hz par l'intermédiaire d'un transformateur monophasé, alimente l'induit d'un moteur à courant continu à excitation indépendante par l'intermédiaire d'une bobine (fig. 1). Le circuit est suffisamment inductif pour que, en conduction ininterrompue, on puisse admettre que le courant dans la charge est quasi continu ($i_c(t) = I = \text{constante}$). Ce moteur présente une résistance d'induit $R = 0,5 \Omega$. Dans tout le problème, on considère négligeables les pertes collectives et constant le courant d'excitation.

La tension aux bornes du secondaire du transformateur est :

$$u = U \sqrt{2} \sin \omega t \quad \omega = 314 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1} \quad U = 90 \text{ V}.$$

Les thyristors TH₁ et TH₃ reçoivent sur leur gâchette des impulsions aux instants $t_0, t_0 + T, \dots$, les thyristors TH₂ et TH₄ aux instants $t_0 + T/2, t_0 + 3 T/2, \dots$

- 1.1. On pose $\alpha = \omega t_0$.

Pour $\alpha = 45^\circ$, le moteur absorbe un courant constant $i(t) = 10 \text{ A}$.

- 1.1.1. Dessiner les courbes de $u_c(t)$ et $i_c(t)$ représentant respectivement la tension aux bornes de la charge et l'intensité qui la traverse.

- 1.1.2. Dessiner les courbes des courants dans les thyristors.

- 1.2. La fréquence n de rotation du moteur vaut $1\,500 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ lorsqu'il absorbe un courant d'induit d'intensité $i(t) = 10 \text{ A}$.

- 1.2.1. Pour $\alpha = 0$, déterminer la valeur de la force électromotrice E' du moteur.

- 1.2.2. Montrer que $E' = 3 \cdot n$. n : fréquence de rotation en $\text{tr} \cdot \text{s}^{-1}$.

- 1.3. Le moteur entraîne un monte-charge dont le moment du couple résistant est constant, $Tr = 15 \text{ N} \cdot \text{m}$. On désire que la fréquence de rotation du groupe soit $n = 1\,200 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$.

- 1.3.1. Déterminer la valeur de l'intensité du courant dans l'induit.

- 1.3.2. En déduire la tension moyenne aux bornes du moteur.

- 1.3.3. Montrer que $n = \frac{81 \cos \alpha - 15,7}{3}$ où n est en $\text{tr} \cdot \text{s}^{-1}$.

- 1.3.4. Pour quelle valeur de α la fréquence de rotation est-elle de $1\,000 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$?

- 1.4. Lors de la descente de la charge, on réalise un freinage avec récupération d'énergie.

- 1.4.1. Est-il nécessaire de croiser les connexions entre le moteur et la sortie du pont (justifier la réponse) ?

- 1.4.2. Pour quelle valeur de α la fréquence de rotation est-elle $|n| = 1\,200 \text{ tr} \cdot \text{min}^{-1}$ lors de la descente ?

Problème n° 2

2. Un alternateur triphasé couplé en triangle, 8 pôles, fournit 135 A par ligne sous une tension de valeur efficace $U = 900$ V, mesurée entre deux bornes, et de fréquence 50 Hz avec un facteur de puissance de 0,9 (charge inductive). La résistance R mesurée entre deux bornes du stator vaut $0,1 \Omega$ et l'ensemble des pertes collectives est $p_c = 7$ kW.

Un essai à vide a donné les résultats suivants :

i (A).....	8,6	11	15	17,7	21,7	25
E_v (V)	742	926	1 095	1 170	1 230	1 245

Remarque : On considère que E_v est une fonction linéaire de i à partir de $i = 21,7$ A.

i : courant d'excitation.

E_v : f.e.m. mesurée entre deux bornes.

Un essai en court-circuit a donné pour $i = 25$ A une valeur de $I_{cc} = 300$ A (I étant le courant en ligne).

- 2.1. Déterminer la valeur de la fréquence de rotation de l'alternateur (en $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$).
- 2.2. Pour un courant d'excitation de 25 A le flux par pôle étant de 0,02 Wb, quel est le nombre de conducteurs par phase sachant que le coefficient de K_{app} est de 2,2.
- 2.3. Donner la valeur du courant de court-circuit dans une phase.
- 2.4. Quelle est la puissance nominale de l'alternateur et son rendement ?
- 2.5. Déterminer la réactance synchrone pour $i = 25$ A (la résistance $R = 0,1 \Omega$ étant négligeable).
- 2.6. Pour l'intensité nominale (et sous 900 V), déterminer la f.e.m. et le courant d'excitation dans le cas d'une charge inductive $\cos \varphi = 0,9$.

DEUXIÈME PARTIE

Le candidat devra :

1. Rédiger un texte de travaux pratiques pour des élèves de terminale F2.
Pendant la séance, d'une durée de 4 heures, les élèves doivent réaliser le travail demandé, et rendre un compte rendu, qui sera évalué et noté.
2. Préciser ce qui est attendu des élèves et rédiger une grille de notation du travail expérimental et du compte rendu. Chacune des capacités A, B, C (voir annexe 1) devra être testée.
Cette grille peut éventuellement être présentée en colonnes, sur les mêmes feuilles que le texte.
3. Donner la liste de matériel nécessaire pour mettre en œuvre les expérimentations demandées. On précisera le type de matériel, et ses limites d'utilisation (exemples : voltmètre continu, calibre 10 V, résistance $1 \text{ M}\Omega$; résistance en carbone 100Ω , $1/4 \text{ W}$).

Le thème traité est :

La génération de signaux périodiques quasi sinusoïdaux : paragraphe 5.b. donné à l'annexe 2.

Le professeur a le choix de l'esprit dans lequel est donné ce travail. Il devra le préciser. Il peut en effet par exemple :

- a. Élaborer un texte dont le but est la découverte du phénomène d'oscillation sinusoïdale (aucun cours n'ayant précédé la séance de travaux pratiques).
- b. Placer cette séance dans la progression du cours sur le chapitre 5 (alors il devra dire ce qui a été précédemment traité en cours, en exercices, et ce qui suit).
- c. Considérer qu'il s'agit d'un texte d'évaluation sommative (il devra préciser brièvement tout ce qui a été fait précédemment sur le chapitre 5).

TROISIÈME PARTIE

Dans cette partie le candidat devra :

1. Proposer un texte d'exercice destiné à des élèves de Terminale F2.
2. Donner le corrigé succinct mais complet de l'exercice qu'il a proposé.
3. Préciser à chacune des questions posées dans l'exercice la (les) capacité(s) testée(s) [voir annexe 1].

Le thème, ainsi que certaines valeurs numériques, sont donnés ci-dessous.

THÈME DE L'EXERCICE

Générateur de tension en dents de scie (générateur de rampe) [fig. 2 et 3].

Le circuit intégré linéaire supposé idéal est polarisé en + 15 V, - 15 V.

On donne $R = 100 \Omega$ et $C = 2 \mu\text{F}$.

Les diodes ont une tension de seuil $V_D = 0,7 \text{ V}$. Dans le sens passant, elles présentent une résistance nulle.

La période du signal $v_C(t)$ doit être $T = 20 \text{ ms}$. On veut que le rapport cyclique du signal $v_2(t)$ soit $\alpha = 0,1$.

En prenant comme origine des temps l'instant où $v_2(t)$ passe à + 15 V, on pourra imposer $v_C(t_1) = 1,23 \text{ V}$ pour $t_1 = 18 \text{ ms}$.

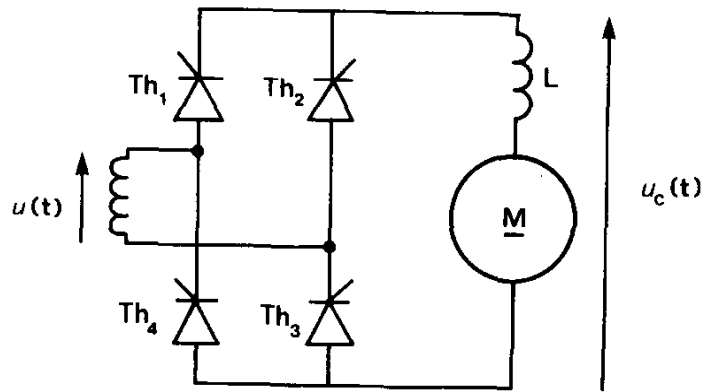


Figure 1

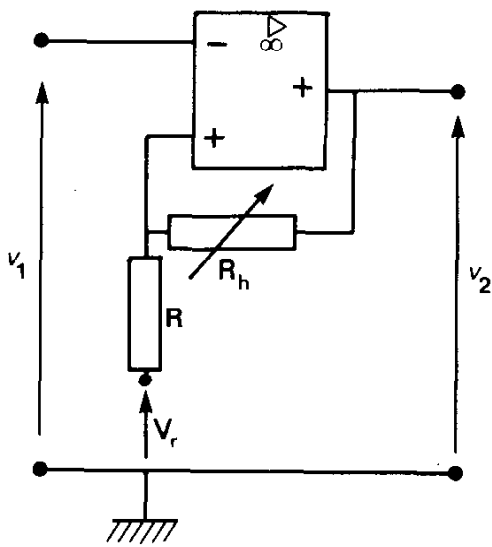


Figure 2

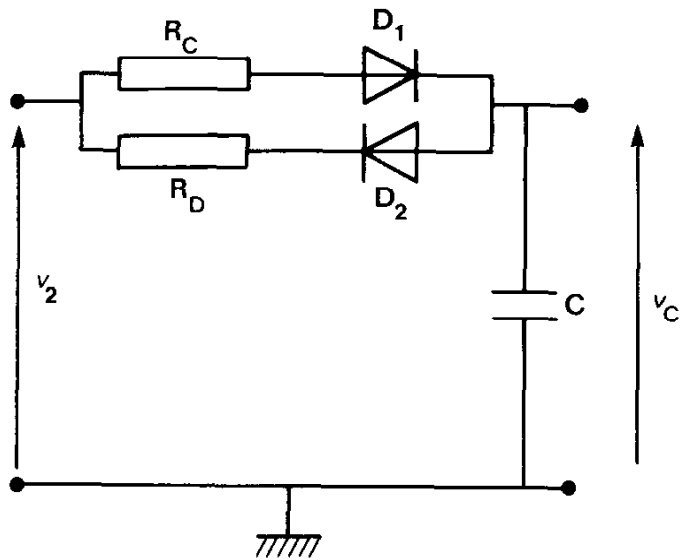


Figure 3

ANNEXE 1

CAPACITÉS À ÉVALUER EN SCIENCES PHYSIQUES**A. Posséder des connaissances spécifiques aux sciences physiques.**1. *Des connaissances scientifiques :*

- a. Vocabulaire, symboles, unités ;
- b. Ordres de grandeurs ;
- c. Définitions, lois, modèles.

2. *Des connaissances de savoir-faire :*

- a. Dans le domaine expérimental ;
- b. Dans le domaine théorique.

B. Utiliser des connaissances et des savoir-faire non spécifiques aux sciences physiques.1. *Accéder aux connaissances au moyen de différentes sources.*2. *Utiliser la langue française.*3. *Utiliser des outils mathématiques.*4. *Utiliser d'autres outils et moyens d'expression.***C. Pratiquer une démarche scientifique.**

Notamment : – observer et analyser ;
– choisir ou élaborer un modèle physique ;
– organiser les étapes de la résolution ;
– porter un jugement critique.

1. *Dans une situation voisine d'une situation connue :*

- a. Dans le domaine expérimental ;
- b. Dans le domaine théorique.

2. *Dans une situation inconnue :*

- a. Dans le domaine expérimental ;
- b. Dans le domaine théorique.

EXTRAITS DU PROGRAMME DE TERMINALE F2

5. LA RÉACTION

Commentaires

5. On étudie uniquement la réaction tension-tension.

Cette étude a deux finalités :

- a.* Expliquer l'intérêt général de la réaction négative dans les dispositifs de régulation ou d'amplification. On montre qu'une telle réaction négative conduit à un gain plus faible, mais à certaines caractéristiques intéressantes (bande passante plus large, moins de distorsion) et à des impédances d'entrée et de sortie modifiées ;
- b.* Établir la condition limite d'entretien des oscillations dans le cas où la réaction est positive (ou le devient). Le fonctionnement d'un oscillateur simple est décrit et expliqué. En travaux pratiques, on peut, en ce qui concerne la sensibilité aux paramètres extérieurs tels que les tensions d'alimentation, la charge, etc., comparer la stabilité en fréquence d'un oscillateur RC ou LC à celle d'un oscillateur à quartz.

ANNEXE 3

EXTRAITS DU PROGRAMME DE TERMINALE F3

2. MACHINES ÉLECTRIQUES

- 2.1. Le transformateur monophasé utilisé à fréquence constante. Le modèle du transformateur parfait. Rendement d'un transformateur réel.
- 2.2. Les transformateurs triphasés. Transport et distribution de l'énergie électrique.
- 2.3. Machines à courant continu.
 - Organisation ; force électromotrice ; réversibilité.
 - Fonctionnement en génératrice : génératrice à excitation indépendante ; fonctionnements à vide et en charge.
 - Fonctionnement en moteur : moteur à excitation indépendante, moteur série. Réglage de la vitesse par variation de la tension d'alimentation.
 - Rendement des machines à courant continu.
- 2.4. Champs tournants. Production.
- 2.5. Alternateurs.
 - Organisation de l'alternateur triphasé ; force électromotrice ; réversibilité.
 - Fonctionnement de l'alternateur triphasé.
 - Alternateur monophasé.
- 2.6. Moteurs asynchrones triphasés.
 - Organisation ; vitesse du synchronisme, glissement, rendement.
 - Étude simplifiée du fonctionnement ; caractéristiques ; démarrage.

3. ÉLECTRONIQUE

- 3.1. Électronique de puissance.
 - 3.1.1. Conversion alternatif-continu réglable (redressement commandé).
 - 3.1.2. Conversion continu-continu (hacheurs).
 - 3.1.3. Conversion continu-alternatif (onduleurs autonomes, onduleurs assistés).
- 3.2. Amplification de différence.

Commentaires

2. MACHINES ÉLECTRIQUES

- 2.1. Les élèves savent utiliser les grandeurs complexes, les diagrammes de Fresnel ; ils sont familiarisés avec la notion de modèle équivalent. L'hypothèse de Kapp (courant magnétisant négligeable) et la méthode de Kapp permettent d'établir simplement un modèle de Thévenin du transformateur monophasé vu du côté secondaire.
- 2.2. On signale différents couplages des enroulements du transformateur triphasé sans insister sur l'aspect technologique. Par extension de ce qui est vu pour le transformateur monophasé, on indique qu'il existe un modèle équivalent de Kapp pour chaque phase du secondaire d'un transformateur triphasé fonctionnant en régime équilibré ;
- On signale l'existence des autotransformateurs, des transformateurs de courant, de tension, rencontrés en travaux pratiques.
- L'étude du transport et de la distribution de l'énergie électrique est très succincte.
- 2.3. L'intérêt des machines à courant continu est la possibilité de faire varier la vitesse angulaire des moteurs.
- Le professeur de sciences ne présente pas d'étude technologique des machines à courant continu.
- Le démarrage d'un moteur à courant continu constitue actuellement une application du réglage de la vitesse par variation de la tension d'alimentation. Cependant, à la plate-forme, les élèves peuvent être amenés à utiliser un rhéostat de démarrage ; le professeur en explique le rôle.
- Les machines à aimants permanents sont les cas particuliers des machines à excitation indépendante ; les moteurs universels constituent, eux, des cas particuliers des machines à excitation série.
- 2.4. L'attention du professeur est attirée sur le fait que l'expérience classique des trois bobines à 120° alimentées en triphasé ne produit un champ tournant circulaire qu'au centre du système. Pour intéressante qu'elle soit, cette expérience ne rend pas compte du phénomène électromagnétique essentiel des machines tournantes qui se produit au niveau de l'entrefer.
- 2.5. L'étude de l'alternateur doit conduire à l'établissement d'un modèle simplifié dont les limites de validité doivent être précisées (non-saturation, fonctionnement équilibré). L'inductance synchrone intervenant dans le modèle ramené à une phase est une grandeur cyclique : il n'est pas l'inductance d'un enroulement. Le vocabulaire utilisé doit en tenir compte.
- 2.6. On mentionnera le principe de fonctionnement du moteur asynchrone monophasé.

3. ÉLECTRONIQUE

- 3.1. Le professeur dégage l'intérêt des fonctions de conversion et étudie le principe des convertisseurs. Ceux-ci sont illustrés à l'aide de montages didactiques permettant de comprendre le fonctionnement des appareils industriels.
- 3.1.1. Les élèves utilisent les générateurs d'impulsion ; ils en étudient les caractéristiques de sortie et la relation entre grandeur de sortie (retard) et grandeur d'entrée (tension de commande).
- 3.1.2. On insiste sur le rôle de la bobine placée en série avec la charge ainsi que sur celui de la diode de récupération.
- 3.1.3. L'étude expérimentale ne porte que sur l'onduleur autonome.
- 3.2. L'amplificateur de différence est réalisé à l'aide d'un circuit intégré linéaire. Il est fréquemment utilisé en régulation et on procède à une étude expérimentale.

Option : **CHIMIE**

COMPOSITION À PARTIR D'UN DOSSIER

Calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable et alphanumérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

L'épreuve comporte trois parties indépendantes :

- A. RÉACTIONS ACIDO-BASIQUES
- B. SÉPARATION DES CONSTITUANTS D'UN MÉLANGE
- C. SÉCURITÉ ET PRÉVENTION

Il est conseillé aux candidats de répartir leur temps de manière sensiblement équivalente entre les trois parties A, B et C.

Le symbole du litre est désormais L.

A. RÉACTIONS ACIDO-BASIQUES

(Les solutions étudiées sont à 25 °C ; on donne le produit ionique de l'eau : $K_e = 10^{-14}$ et les pK_a des couples acide-base :

- acide éthanoïque (ou acétique)/ion éthanoate (ou acétate) : $pK_a = 4,8$;
- acide chloroéthanoïque/ion chloroéthanoate : $pK_a = 2,9$.

Les concentrations sont en $\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$).

Un problème de baccalauréat sert de point de départ à l'étude entreprise ; **NE PAS CHERCHER À LE TRAITER** tout de suite ! Les questions, qui suivent le texte, sont groupées en 5 parties.

Dans tout l'exercice, les solutions sont prises à 25 °C,

- 1.a. On dissout 10^{-2} mole d'acide nitrique dans un litre d'eau ; la mesure du pH de cette solution donne 2,0. Écrire l'équation-bilan de la réaction qui s'est produite ; indiquer les espèces chimiques présentes dans la solution et calculer leur concentration molaire.
 - b. On dissout 10^{-2} mole d'acide éthanoïque dans un litre d'eau ; la mesure du pH de cette solution donne 3,4. Écrire l'équation-bilan de la réaction qui s'est produite avec l'eau. Indiquer les espèces chimiques présentes dans la solution et calculer leurs concentrations molaires.
 - c. Quels sont les couples acide-base autres que ceux de l'eau mis en jeu dans ces deux expériences ? Calculer la constante pK_a du couple $\text{CH}_3\text{COOH}/\text{CH}_3\text{COO}^-$. Pourquoi un tel calcul n'a-t-il pas de signification pour l'autre couple ?
2. On mélange 1 cm^3 de la solution d'acide nitrique à $10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et 9 cm^3 de la solution d'acide éthanoïque à $10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Le pH du mélange est alors égal à 2,95. Après avoir fait le bilan quantitatif des espèces présentes dans la solution, expliquez quelle réaction s'est produite au cours de ce mélange. (On comparera les résultats obtenus à ceux des questions précédentes.)

1. Couple acide-base.

On s'intéresse à des couples acide-base de type HA/A^- , caractérisés par leur constante d'acidité K_a . Les espèces présentes dans la solution aqueuse sont (à part l'eau) : H_3O^+ , OH^- , A^- , HA et, éventuellement, Na^+ provenant du sel NaA (de l'acide HA) ou de l'hydroxyde de sodium NaOH .

- 1.1. Indiquer toutes les relations entre les concentrations de ces espèces.
- 1.2. La relation de conservation de la matière fait intervenir la concentration totale c des deux espèces conjuguées ; exprimer c en fonction de c_1 , v_1 , c_2 , v_2 dans les cas où l'on mélange :
 - a. v_1 (mL) de solution d'acide HA de concentration c_1 ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$), avec v_2 (mL) de solution de sel de sodium NaA de concentration c_2 ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$).
 - b. v_1 (mL) de solution d'acide HA de concentration c_1 ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$), avec v_2 (mL) de solution d'hydroxyde de sodium de concentration c_2 ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$).
- 1.3.a. Déduire de la relation de conservation de la matière et de celle du K_a , l'expression des concentrations $[\text{HA}]$ et $[\text{A}^-]$ des deux espèces conjuguées, en fonction de c , K_a et de $[\text{H}_3\text{O}^+]$. (Poser : $[\text{H}_3\text{O}^+] = h$ pour simplifier l'écriture).
- b. Que deviennent ces concentrations lorsque K_a tend vers l'infini ? À quoi correspond ce cas ?
- c. Que deviennent ces concentrations si pour K_a donné, $[\text{H}_3\text{O}^+] = h \ll K_a$ ou bien si $h \gg K_a$? À quoi correspondent ces deux cas ?
- 1.4. Pour deux couples acide-base HA_1/A_1^- et HA_2/A_2^- de constantes K_1 et K_2 telles que $pK_1 < pK_2$, comparer les espèces acides et basiques et préciser la réaction acido-basique prévisible lors de leur mise en présence.

2. Rôle du solvant aqueux.

L'eau joue un rôle essentiel dans les réactions acido-basiques.

- 2.1. Indiquer les deux couples acide-base relatifs à l'eau, puis calculer leur pK_a .
- 2.2. La simplification des calculs exige souvent que l'on néglige l'une des concentrations $[H_3O^+]$ ou $[OH^-]$ par rapport à l'autre ; on admet que pour un rapport de concentrations de ces ions supérieur ou égal à 10, l'espèce minoritaire est négligeable. Déterminer les zones de pH correspondantes.

3. Solution d'acide fort.

- 3.1. Un couple acide-base HA/A^- a un pK_a inférieur à zéro ; que se passe-t-il si l'on dissout l'acide HA dans l'eau ?
- 3.2. Traiter la question 1.a. du problème de baccalauréat.
- 3.3.a. Répondre à la question posée au 1.c., concernant l'acide nitrique : « Pourquoi un calcul de K_a n'a pas de signification pour le couple relatif à l'autre couple (l'acide nitrique) ? » Expliquer le « nivellement » des acides forts par l'eau.
b. Établir la relation entre le pH et la concentration d'une solution d'acide fort.
- 3.4. Calculer le pH d'une solution d'acide fort de concentration : $c = 4 \cdot 10^{-8} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$. Pourrait-on, dans ce cas, appliquer la formule $\text{pH} = -\lg c$? Commenter.
- 3.5. Pourquoi n'a-t-on pas pu demander aux candidats de calculer le pH de la solution à $10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ d'acide nitrique ?

4. Solution d'acide faible.

- 4.1.a. Établir l'expression classique du pH d'une solution d'acide faible, de concentration c (on pourra se servir des expressions établies au 1.3.). Quelle approximation a-t-on faite dans ce calcul ?
b. Appliquer à une solution d'acide éthanóique de concentration $c = 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.
- 4.2. Vérifier le pH indiqué ($\text{pH} = 3,4$) à la question 1.b. du problème de baccalauréat, puis calculer pour cette solution de concentration $c = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, la fraction d'acide ionisé.
- 4.3. Traiter la question 2. de l'exercice de départ et calculer la fraction d'acide faible ionisé ; interpréter.
- 4.4. La relation donnant le pH en fonction de la concentration c est approchée ; on souhaite cependant l'utiliser pour une solution d'acide éthanóique, en s'accordant un écart entre le pH réel et le pH calculé inférieur ou égal à 0,05. Calculer la concentration limite en accord avec cette marge d'erreur : $\Delta \text{pH} \leq 0,05$. Pour cela :
a. Établir que le rapport $h_{\text{réel}}/h_{\text{calculé}}$ est approximativement égal à $\left(1 + \sqrt{\frac{K_a}{c}}\right)^{-1}$.
b. En déduire la concentration limite en accord avec : $\Delta \text{pH} = \text{pH}_{\text{réel}} - \text{pH}_{\text{calculé}} \leq 0,05$.
- 4.5. Calculer la concentration c d'une solution d'acide éthanóique de pH égal à 6. Que constate-t-on ?
- 4.6. Établir l'expression du pH d'une solution de base faible A^- , obtenue par dissolution du sel NaA dans l'eau, à la concentration c (on pourra se servir des résultats de la question 1.3.). Appliquer la relation obtenue au calcul du pH d'une solution d'éthanóate de sodium de concentration c ,

$$\text{avec } c = 5 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \\ \text{puis } c = 5 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} .$$

- 4.7.a. Tracer l'allure des courbes de dosage, $\text{pH} = f(V \text{ soude})$, d'une solution d'acide éthanóique (20 mL) de concentration c , par une solution d'hydroxyde de sodium de même concentration c , pour $c = 10^{-1} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ et pour $c = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (les deux courbes de couleurs différentes sur le même graphique) ; justifier les points remarquables. (Se servir des résultats précédemment établis.)
b. Tracer la courbe de dosage relative à la solution d'acide éthanóique (20 mL) de concentration $c = 10^{-6} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ (en pointillés sur le même graphique) ; commenter. (On prendra 1 cm d'abscisse pour 1 mL de solution de soude et 1 cm d'ordonnée pour 1 unité de pH.)

5. Demi-équivalence.

- 5.1. On mélange V_1 (mL) d'une solution d'acide faible HA de concentration c_1 ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$) et V_2 (mL) d'une solution du sel de sodium NaA, de concentration c_2 ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$).
- Exprimer les concentrations des espèces conjuguées HA et A^- dans la solution, dans le cas où celles des ions H_3O^+ et OH^- sont négligeables.
 - Montrer que tout se passe comme si les espèces dissoutes ne réagissaient pas sur l'eau.
 - À quelle condition sur c_1 , V_1 , c_2 , V_2 obtient-on un pH égal au pK_a ? Préciser les propriétés caractéristiques du mélange correspondant.
- 5.2. On mélange cette fois, V_1 (mL) d'une solution d'acide faible HA de concentration c_1 ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$) à V_2 (mL) d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration c_2 ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$). On se situe dans une zone acide, où $[\text{H}_3\text{O}^+] = h$ n'est pas négligeable.
- Exprimer les concentrations de toutes les espèces présentes dans l'eau en fonction de c_1 , c_2 , V_1 , V_2 et h . En déduire une relation entre c_1 , c_2 , V_1 , V_2 et K_a dans le cas où le pH est égal au pK_a .
 - On propose trois applications numériques de la relation précédente obtenue pour $\text{pH} = \text{pK}_a$; on donne : $c_1 = c_2$, V_1 (acide) = 20 mL et on cherche à calculer V_2 (hydroxyde de sodium) dans le cas où :
 - L'acide HA est l'acide éthanoïque, avec : $c_1 = c_2 = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.
 - L'acide HA est l'acide chloroéthanoïque, avec : $c_1 = c_2 = 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.
 - L'acide HA est l'acide éthanoïque, avec : $c_1 = c_2 = 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.
 - Commenter les résultats numériques précédemment obtenus.

B. SÉPARATION DES CONSTITUANTS D'UN MÉLANGE

Dans cette partie on s'intéresse à une séance de travaux pratiques pour des élèves de Terminale C ou D mettant en application les connaissances acquises dès la Seconde et complétées en Terminale.

Le paragraphe II regroupe des questions directement liées à la manipulation proposée et fait appel à des connaissances élémentaires sur les propriétés physiques et acido-basiques des composés mis en œuvre.

Les questions du paragraphe III sont indépendantes et peuvent être traitées séparément. Elles portent essentiellement sur la chimie organique du programme de Terminale.

Cette manipulation dont le mode opératoire est décrit dans le paragraphe I, consiste à séparer les différents constituants d'un mélange qui contient 2 g d'acide benzoïque dans 50 mL d'acétate d'éthyle. L'extraction se fait avec une solution aqueuse d'hydrogénocarbonate de sodium à 10 % en masse (cf. annexe 1).

I. LE TEXTE DU MODE OPÉRATOIRE PROPOSÉ AUX ÉLÈVES EST LE SUIVANT :

1. Séparation de l'acide benzoïque.

1.1. Extraction.

Verser le mélange dans une ampoule à décanter de 250 mL, ajouter 10 mL de solution d'hydrogéné-carbonate de sodium, agiter et laisser reposer.

Après décantation, recueillir la phase aqueuse dans un erlenmeyer de 100 mL. Effectuer ainsi une deuxième puis une troisième extraction en ajoutant à chaque fois 10 mL de solution d'hydrogéné-carbonate à la phase organique. Recueillir la troisième fraction séparément et y ajouter quelques millilitres d'acide chlorhydrique concentré. Suivant le résultat, ajouter cette troisième fraction aux deux précédentes, ou la jeter à l'évier.

1.2. Précipitation.

Une fois l'extraction terminée, ajouter dans la phase aqueuse, par addition progressive, de l'acide chlorhydrique en excès.

Filtrer le précipité sur büchner, le laver, l'essorer, le sécher et le peser.

2. Purification de l'acétate d'éthyle.

Réaliser le montage d'une distillation simple, avec le matériel mis à votre disposition.

Laver l'acétate d'éthyle, le sécher sur carbonate de calcium anhydre puis l'introduire dans le ballon à distiller avec quelques grains de pierre ponce.

Chauffer progressivement jusqu'à ce que le distillat tombe goutte à goutte. Recueillir la fraction qui distille à température constante.

II. QUESTIONS SUR LA MANIPULATION (consulter l'annexe 1 pour les données)

1. Extraction.

1.1. L'agitation du mélange avec l'hydrogénécarbonate de sodium s'accompagne d'une surpression due à un dégagement gazeux de dioxyde de carbone. Justifier la réaction qui se produit, écrire l'équation correspondante.

1.2. Après décantation, on obtient deux phases homogènes. Quelle est celle qui se trouve en bas ? Que contient chacune des deux phases ?

1.3. Pourquoi tester la troisième fraction séparément ? Dans quel cas doit-on la jeter ? Expliquer pourquoi.

2. Précipitation.

2.1. L'addition d'acide chlorhydrique dans la phase aqueuse s'accompagne d'un dégagement gazeux et de la formation d'un précipité.

a. Quel est le gaz qui se dégage ? D'où provient-il ?

b. Quelle est la formule chimique du produit qui précipite ?

c. Écrire les équations des réactions correspondantes.

d. Comment vérifier que l'acide chlorhydrique est en excès ?

- 2.2. En supposant que l'acide benzoïque se trouve intégralement sous la forme benzoate de sodium, calculer le volume minimal de solution d'acide chlorhydrique nécessaire, sachant que sa concentration est $10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$, pour que la précipitation soit totale.
- 2.3. Pourquoi ajoute-t-on un excès d'acide chlorhydrique ?
- 2.4. Sachant que l'acide benzoïque est soluble à 2,0 g par litre dans l'eau froide et que l'on fait trois extractions successives avec 10 mL de solution d'hydrogénocarbonate, quelle quantité d'acide benzoïque peut-on recueillir au maximum au cours de cette manipulation avec 10 mL d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration c , dans les deux cas suivants :

a. $c = 10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$;

b. $c = 1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$?

3. Distillation.

- 3.1. Faire le schéma du montage pour une distillation simple réalisable en travaux pratiques et donner le nom des différentes parties du montage.
- 3.2. Tracer l'allure de la courbe donnant l'évolution de la température en fonction du temps.
- 3.3. Qu'appelle-t-on tête de distillation et queue de distillation ?
- 3.4. À quoi sert la pierre ponce ?

4. Cas de mélanges plus complexes.

- 4.1. Supposons que le mélange initial (acide benzoïque, acétate d'éthyle) contienne également du β -naphтол.
 - a. L'utilisation d'hydrogénocarbonate de sodium permet-il d'extraire seulement l'acide benzoïque, ou seulement le β -naphтол, ou les deux à la fois ? Pourquoi ?
 - b. Comment procéder pour extraire successivement l'un puis l'autre ?
- 4.2. Supposons que le mélange à extraire soit constitué d'acétate d'éthyle, d'acide benzoïque et d'aniline (aminobenzène). La méthode d'extraction utilisée ci-dessus est-elle utilisable telle quelle dans le cas de ce nouveau mélange, sinon quelles modifications peut-on apporter au mode opératoire ?

III. PROPRIÉTÉS DES COMPOSÉS UTILISÉS ET DÉRIVÉS

1. L'acide benzoïque peut être obtenu par oxydation du toluène.

- 1.1. Quelle est la formule du toluène ?
- 1.2. Le toluène est obtenu par action du chlorure de méthyle sur le benzène, en présence d'un catalyseur.
 - a. Quel est ce catalyseur ?
 - b. Comment appelle-t-on cette réaction ?
 - c. Donner le mécanisme de cette réaction, en précisant s'il s'agit d'une réaction nucléophile, électrophile ou radicalaire.
 - d. Quelles sont les propriétés physiologiques du benzène ?

2. Préparation de l'acétate d'éthyle.

- 2.1. Quelle est la fonction chimique de l'acétate d'éthyle ?
- 2.2. Vous disposez d'éthanol, d'acide éthanoïque et de chlorure d'éthanoyle. Donner deux méthodes de préparation de l'acétate d'éthyle et écrire les équations-bilans correspondantes ; préciser les conditions expérimentales.
- 2.3. Ce type de réaction est à la base de la préparation de l'aspirine (ou acide acétylsalicylique ou acide acétoxy-2 benzoïque), par action de l'anhydride éthanoïque sur l'acide salicylique (ou acide hydroxy-2 benzoïque).

Écrire l'équation-bilan de cette réaction conduisant à l'aspirine.

3. Aniline.

- 3.1. Comment prépare-t-on l'aniline industriellement ?
- 3.2.a. Classer par ordre de basicité décroissante les trois bases suivantes : aniline ($K_a = 2,4 \cdot 10^{-5}$), monoéthylamine ($K_a = 2 \cdot 10^{-11}$) et ammoniac ($K_a = 5,6 \cdot 10^{-10}$).
- b. Expliquer les différences de basicité et interpréter l'ordre observé.
- 3.3. Quel produit obtient-on par action de l'aniline sur :
 - a. l'anhydride acétique (donner la formule et le nom du produit obtenu) ?
 - b. de l'acide nitreux en présence d'acide chlorhydrique ? Écrire l'équation de réaction. Comment appelle-t-on cette réaction ?

ANNEXE 1

Masses molaires :

- acide benzoïque : $M = 122 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- hydrogénocarbonate de sodium : $M = 84 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$.

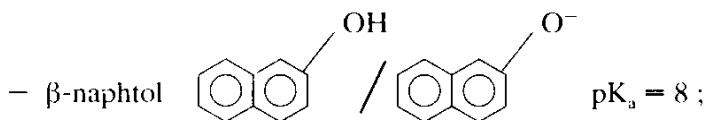
Solubilité de :

- l'acide benzoïque dans l'eau froide : $2 \text{ g} \cdot \text{l}^{-1}$;
- l'acétate d'éthyle : pratiquement négligeable.

Densité de l'acétate d'éthyle : $d = 0,9$; température d'ébullition : $77 \text{ }^\circ\text{C}$.

pK_a des couples acide-base :

- acide benzoïque/ion benzoate : $\text{pK}_a = 4,1$;
- $\text{CO}_2/\text{HCO}_3^-$: $\text{pK}_a = 6,4$;
- $\text{HCO}_3^-/\text{CO}_3^{2-}$: $\text{pK}_a = 10,3$;



- ion anilinium/aniline : $\text{pK}_a = 4,4$.

C. SÉCURITÉ ET PRÉVENTION

L'article « Le risque chimique en laboratoire » paru dans l'*Actualité chimique* (octobre 1987) traite de la sécurité dans un laboratoire de chimie en général (recherche, industrie...). Toutefois les extraits que nous reproduisons, annexe 2, permettent aux enseignants de mesurer l'importance de l'aspect sécurité lorsque l'on manipule des produits chimiques, même les plus usuels, dans une salle de cours ou de travaux pratiques d'un lycée ou d'un collège.

QUESTIONS

1. Utilisation d'une bouteille de gaz comprimé.

Quelles précautions doit-on prendre lors de l'utilisation ou du stockage d'une bouteille de gaz comprimé ? Indiquer la marche à suivre, dans l'utilisation d'un manomètre détendeur, pour libérer le gaz au débit souhaité.

2. On prépare de l'éthylène au laboratoire à partir d'éthanol et d'acide sulfurique concentré, à 180 °C ;

a. Représenter un schéma du montage en prévoyant un dispositif permettant d'arrêter le chauffage sans risque de retour dans le générateur.

b. Préciser le mécanisme de la réaction.

3. Quelle précaution doit-on prendre, lorsqu'une filtration sous vide, utilisant une trompe à eau, est terminée ?

4. a. Préciser les risques encourus lors de la manipulation des peroxydes.

b. Comment appelle-t-on aussi « l'eau oxygénée » ? Quand dit-on qu'elle est à 110 volumes ?

c. Le peroxyde de benzoyle a un rôle d'initiateur dans la synthèse du polystyrène, à partir du styrène en solution dans le toluène.

c₁. Préciser la liaison caractéristique des peroxydes et indiquer la formule chimique du peroxyde de benzoyle.

c₂. En quoi consiste son rôle initiateur ? À quel type de mécanisme a-t-on à faire (électrophile, nucléophile, radicalaire) ? L'utilisation de toluène comme solvant a-t-elle une importance ?

c₃. Écrire les formules chimiques du styrène et du polystyrène.

d. Quel produit majoritaire obtient-on, par action du bromure d'hydrogène sur le propène, en présence de peroxyde ?

d₁. Donner son nom.

d₂. Écrire le mécanisme de cette réaction.

5. Sels oxydants.

a. Pourquoi est-il prudent de réaliser un mélange « perchlorate de potassium + soufre » avec une baguette en bois ? Écrire l'équation de réaction lors de l'explosion d'un tel mélange.

b. Citer un nitrate minéral particulièrement instable.

6. a. Quelle précaution doit-on prendre au cours d'expériences faisant intervenir l'acétylène ?

b. La molécule d'acétylène possède deux hydrogènes substituables par un métal pour donner des acétylures métalliques.

Préciser le réactif utilisé pour réaliser la substitution par le cuivre, ainsi que la formule, le nom et la couleur du produit obtenu.

c. Quelle précaution doit-on prendre en fin de réaction ? Pourquoi ?

7. Expériences utilisant du sodium.

- a. On conserve le sodium dans l'huile de naphte. Pourquoi ?
- b. Que faut-il vérifier avant de brûler du sodium dans un flacon de chlore ?
- c. À la suite d'une expérience il peut rester du sodium qui n'aurait pas réagi ; comment le détruire, sans danger ? Écrire l'équation correspondante. Comment appelle-t-on le produit obtenu ?

8. Le sulfure d'hydrogène réagit sur le dioxyde de soufre.

- a. Décrire une expérience simple illustrant cette réaction et écrire l'équation correspondante.
- b. Quels sont les dangers respectifs, pour la santé, de ces deux gaz ? Quelles précautions y a-t-il lieu de prendre lors de leur utilisation ?

9. On prépare l'éthanamide (ou acétamide) au laboratoire à partir d'un chlorure d'acyle.

- a. Décrire l'expérience et préciser l'équation de la réaction.
- b. Les expériences utilisant des chlorures d'acyles présentent des risques pour le manipulateur. Préciser ces risques et indiquer comment il convient de manipuler ces réactifs.

10. Les hydrures, et en particulier l'aluminohydrure de lithium, sont parfois utilisés en chimie organique, dans certaines réactions.

- a. De quel type de réactions s'agit-il ?
- b. Préciser le danger pouvant résulter de la manipulation de ces hydrures. En quel milieu travaille-t-on ?
- c. Quel est le mécanisme d'action de l'aluminohydrure de lithium sur un dérivé carbonyle ?

11. Certaines expériences de cours sont interdites par circulaire ; en citer une !

Le risque chimique en laboratoire *

André Picot

Description et prévention

Avant propos

Si l'utilisation des substances chimiques peut être à l'origine de risques variés parfois imprévisibles, la plupart de ces risques dépendent de la réactivité des produits chimiques eux-mêmes.

Ainsi, dans la plupart des cas, ces risques chimiques sont en relation directe avec l'interaction des produits entre eux, ce qui peut entraîner des réactions incontrôlées (augmentation de la température, du volume, de la pression...) responsables d'explosions, d'incendies ou génératrices de substances dangereuses (libération de gaz réactifs...).

IV. Risques liés à l'appareillage

Il ne faut jamais utiliser du matériel défectueux tant au niveau de l'appareillage proprement dit (verrerie ébréchée, étouffée...) qu'au niveau du matériel d'accompagnement mécanique et électrique.

A. Appareils sous pression

Les bouteilles de gaz comprimé, bien identifiées, doivent être soigneusement immobilisées pour éviter leur chute (attaches ou supports appropriés). Les cylindres de gaz comprimé doivent être manipulés avec précaution, et ne pas être exposés à des températures élevées pour éviter les explosions. Il faut utiliser le manomètre approprié à chaque type de gaz et bien refermer le robinet du cylindre après utilisation, prévoir des lieux de stockage adaptés bien balisés et éviter le stockage en surnombre [12].

B. Appareils sous vide

1. Distillation sous vide

Les distillations sous vide doivent être surveillées avec une attention particulière (il faut éviter les surchauffes, les arrivées d'air...) et doivent être adaptées aux quantités et à la nature des produits à distiller. En fin de distillation, il faut laisser refroidir le contenu du ballon de distillation avant d'arrêter le vide et de faire entrer l'air, car c'est souvent au moment de l'introduction de l'air dans un ballon chaud que se produisent les réactions violentes (explosives...) [13].

2. Évaporation sous vide

Dans les opérations sous vide, il est important d'éviter les surchauffes (risques d'implosion avec les produits instables).

Les bailons récepteurs des évaporateurs rotatifs doivent être protégés par un grillage. Afin de mieux piéger les vapeurs de solvants volatils (dichlorométhane...), la réfrigération du système de condensation peut s'effectuer grâce à un fluide cryogénique (éthylène-glycol...).

3. Filtration sous vide

Lors de filtration sous vide, il faut bien fixer le matériel de filtration et éviter les vides trop importants (au plus 500 mm de mercure).

6. Utilisation des vases Dewar

Les vases Dewar doivent être protégés dans des containers stables ou être entourés de films plastiques résistants avec, si nécessaire, un grillage de protection. Il faut être très attentif aux dangers liés à l'enrichissement en oxygène (apparition d'une coloration bleue au fond du vase Dewar) lors de l'évaporation progressive de l'azote ou de gaz rares liquéfiés.

V. Risques liés aux propriétés physico-chimiques des produits

A. Substances et mélanges très réactifs ou explosifs

Lors d'une première expérience, il est prudent d'opérer sur de petites quantités, celles-ci étant ensuite augmentées progressivement.

La manipulation de certains produits chimiques est particulièrement dangereuse et devra s'effectuer avec des protections accrues (écran en polycarbonate...), en maintenant en permanence une grande vigilance.

Parmi les familles de composés particulièrement instables ou explosifs [5], on peut retenir :

1. *Les dérivés de l'eau oxygénée* (eau oxygénée, hydroperoxydes, peroxydes, peracides, peranhydrides, peresters, hypohalogénures...) [13].

En particulier de nombreux peroxydes présentant une grande instabilité à la chaleur, à la friction, aux chocs, aux étincelles, à la lumière, aux réducteurs..., peuvent provoquer des explosions d'une grande violence.

2. *Les dérivés de l'acide perchlorique* (acide perchlorique, perchlorates métalliques ou organiques, fluorure de perchlore...) sont dans leur grande majorité très instables, capables d'exploser parfois sans cause apparente [15].

L'acide perchlorique est un oxydant puissant de très nombreuses substances carbonées (noir de carbone, cellulose...). Par contact avec divers déshydratants (H_2SO_4 , l'anhydride acétique, P_2O_5), l'acide perchlorique forme de l'anhydride perchlorique (Cl_2O_7) très instable et explosif. Il réagit avec les alcools (méthanol, éthanol, glycols, glycérol...) en formant des esters perchloriques particulièrement explosifs.

Certains perchlorates minéraux sont sensibles aux chocs mécaniques ou thermiques et explosent par broyage ($AgClO_4$) par contact avec une spatule surtout métallique (perchlorate de néodyme, d'erbium, de cobalt...).

3. *Les dérivés nitrés*

Plusieurs nitrates inorganiques (nitrate d'ammonium) ou organiques (esters nitrés) sont instables. Il faut éviter de mélanger des alcools (méthanol, éthanol...) avec de l'acide nitrique. De nombreux dérivés polynitrés (picrates...) sont très sensibles aux chocs et aux élévations de température.

6. *Les dérivés acétyléniques*

L'acétylène et les acétylénures de métaux (Cu, Ag, Mg, Hg, ...) peuvent exploser spontanément ou lors d'un choc.

7. *Produits polymérisables*

Divers monomères (butadiène-1.3, styrène, chlorure de vinyle, oxyde d'éthylène, acroléine...) peuvent se polymériser spontanément parfois avec explosion.

8. *Produits réactifs en présence d'eau*

De nombreux produits réagissent violemment avec l'eau (schéma 1) : les métaux très électropositifs (Na^0 , K^0 , Ca^0 ...), les hydrures (NaH ...), les aluminohydrures ($LiAlH_4$...), l'acétylure de calcium (CaC_2), les amidures ($NaNH_2$, KNH_2 ...), les composés organométalliques (organolithiens, organomagnésiens...), les boranes (B_2H_6 ...), les halogénures et les oxyhalogénures de phosphore (PCl_3 , PCl_5 , $POCl_3$...) ou de soufre (SCl_2 , $SOCl_2$, SO_2Cl_2 ...), l'anhydride phosphorique (P_2O_5), les halogénures et anhydrides d'acide carboxylique (chlorure d'acétyle, anhydride acétique...), les isocyanates [16]...

B. *Fluides cryogéniques*

Pour obtenir des bains réfrigérants, on peut utiliser un mélange de carboglace et d'un solvant. Ce dernier est souvent très inflammable, mais devra être sélectionné pour sa faible toxicité (acétone, méthyléthylcétone...).

Il est nécessaire de manipuler la carboglace avec des gants. Il faut ajouter par petites portions et lentement la carboglace sèche au liquide réfrigérant en évitant tout débordement du solvant (risque d'incendie).

C. *Produits inflammables*

Les risques liés à l'inflammabilité (risques d'incendie) d'un produit ou d'un mélange sont de loin les dangers les plus graves dans les laboratoires utilisant les produits chimiques.

2. *Le point éclair*

Le point éclair est la température à laquelle la concentration des vapeurs émises est suffisante pour produire une inflammation au contact d'une flamme, mais insuffisante pour permettre la propagation de la combustion en l'absence d'une flamme "pilote".

Le point éclair sert à classer les liquides en fonction de leurs risques d'inflammation.

Parmi les solvants, l'éther diéthylique, le n-pentane et le sulfure de carbone ont un point éclair très bas. Ils doivent par conséquent être manipulés loin de toute source de chaleur ou d'étincelles.

VI. *Risques liés aux propriétés toxiques des produits*

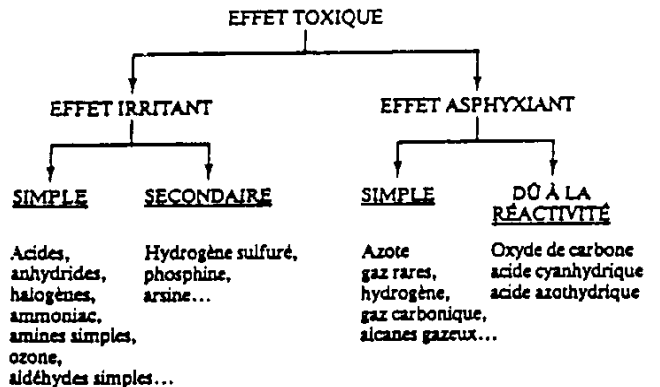
F. *Principales classes de substances toxiques*

1. *Produits pulvérulents*

L'inhalation prolongée de produits pulvérulents comme la silice, l'amiante, les fibres de verre, les métaux durs (fer...) peut entraîner des pneumoconioses (fibroses pulmonaires) caractérisées par une difficulté croissante à respirer.

2. *Gaz et vapeurs*

Pour les gaz et vapeurs [25], selon leurs effets néfastes sur la santé, on peut utiliser la classification suivante (schéma 9) :



Les irritants simples, entraînent une inflammation des muqueuses avec lesquelles ils entrent en contact et peuvent provoquer des œdèmes aigus du poumon (OAP).

Les irritants secondaires provoquent, en plus des effets inflammatoires (OAP, ...), une action toxique sur l'ensemble de l'organisme. Dans cette catégorie rentre des neurotoxiques redoutables (hydrogène sulfuré, arsines, phosphines) qu'il faut manipuler avec un maximum de précaution (masques de protection autonome...).

3. Substances agressives

a. Substances corrosives

Ce sont des produits extrêmement réactifs qui provoquent la destruction des tissus avec lesquels ils sont en contact (peau, muqueuses...).

b. Substances irritantes

Quelques recommandations peuvent être faites : dans la pratique, il faudra limiter au maximum l'usage du benzène (cancérogène pour l'Homme [26] et travailler avec beaucoup de précautions avec les solvants connus pour leur pouvoir cancérogène en expérimentation animale (chloroforme, tétrachlorure de carbone, dichloro-1.2 éthane, trichloréthylène, perchloréthylène, dioxanne, nitro-2 propane, HMPT...).

Il faudra aussi se protéger efficacement contre les solvants très neurotoxiques (n-hexane, toluène, solvants halogénés...) en tenant compte du fait que beaucoup de ces solvants peuvent potentialiser leur action toxique (n-hexane et méthyléthylcétone...).

VII. Prévention du risque chimique

D'un point de vue prévention du risque chimique, il faut établir des mesures collectives et respecter des mesures individuelles au niveau des consignes générales de sécurité.

- Les mesures d'hygiène qui peuvent sembler élémentaires doivent être respectées : dans un laboratoire, porter une blouse en tissu, éviter de déjeuner, de consommer des boissons (surtout dans du matériel de laboratoire), et bien entendu de fumer sur le lieu direct du travail (surtout en cours de manipulation).

- il est nécessaire, en fin de manipulation, de tout nettoyer et de se charger personnellement du matériel contaminé ou dangereux (verrerie ébréchée...).

Au niveau de l'environnement, on ne doit pas jeter directement dans l'évier :

- les produits réagissant violemment avec l'eau (métaux alcalins, amidures, hydrures, anhydrides ou halogénures d'acide...),
- les produits difficilement biodégradables (dérivés polyhalogénés...),
- les produits inflammables (solvants...),
- les produits nauséabonds (mercaptans...) ou lacrymogènes (halocétones...),
- les produits difficilement biodégradables (dérivés polyhalogénés...).

Lorsque l'on se trouve dans un laboratoire, il faut impérativement porter des lunettes de protection.

- Ne jamais tenter de faire vomir à la suite de l'absorption d'un solvant, d'un produit caustique, d'un détergent...

Le premier geste doit être de donner l'alarme.

SESSION DE 1991

**concours interne
de recrutement de professeurs certifiés
et concours d'accès à l'échelle de rémunération**

section : sciences physiques

épreuve commune aux options :
physique et chimie
physique et électricité appliquée

Durée : 4 heures

COMPOSITION À PARTIR DU PROGRAMME

L'usage d'instruments de calcul, en particulier d'une calculatrice électronique de poche – éventuellement programmable et alphanumérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, est autorisé conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

L'épreuve comporte quatre parties indépendantes :

- A. Mécanique.
- B. Spectroscopie.
- C. Ondes acoustiques.
- D. Thermodynamique.

Il est conseillé aux candidats de répartir leur temps de travail à raison de :

- A. 1 heure.
- B. 1 h 15.
- C. 0 h 45.
- D. 1 heure.

Il sera accordé une importance significative aux qualités d'expression ainsi qu'à la présentation de la copie.

A. MÉCANIQUE

Données numériques :

- masse de la Terre $M_T = 5,98 \times 10^{24}$ kg ;
- rayon de la Terre $R_T = 6\,370$ km ;
- constante de gravitation $G = 6,67 \times 10^{-11}$ N · m² · kg⁻² ;
- période de rotation de la Terre $T_0 = 86\,164$ s.

A.1. Étude du champ terrestre.

1.1. Énoncer la première loi de la gravitation de Newton.

1.2. On assimile la Terre à une répartition de masse à symétrie sphérique de centre O.

Donner l'expression dans le repère (O, \vec{u}) , du vecteur champ de gravitation $\vec{\mathcal{G}}(z)$ en un point P, pris à l'extérieur de la Terre, à l'altitude z (fig. 1).

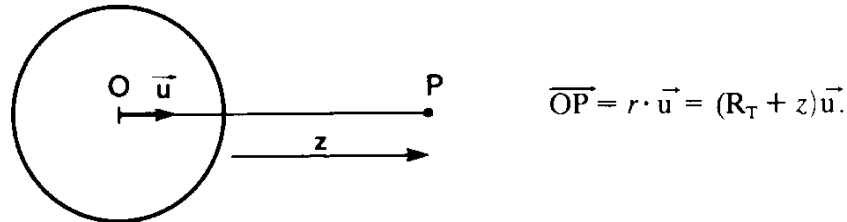


Figure 1

1.3. Un solide de masse ponctuelle m est situé initialement en un point P, à la distance r du centre O de la Terre. Il se déplace jusqu'à un point Q situé à la distance $r + dr$ du point O, dr étant supposé très petit par rapport à r .

Exprimer, en fonction de G , M_T , m , r et dr , le travail dW effectué par la force de gravitation que la Terre exerce sur le solide de masse m .

En déduire l'expression du travail W de cette force de gravitation lorsque r varie de r_1 à r_2 . Le résultat dépend-il du chemin suivi par le solide ponctuel ?

Montrer que l'on peut associer au système matériel constitué par le solide ponctuel et la Terre une fonction énergie potentielle E_p , telle que :

$$E_p = -G \cdot \frac{M_T \cdot m}{r}.$$

A.2. Énergie de satellisation.

2.1. Un solide ponctuel de masse m est au repos sur la Terre en un point de latitude λ .

Exprimer sa vitesse v_0 et son énergie cinétique E_{c_0} dans le repère géocentrique galiléen, en fonction de m , R_T , T_0 et λ .

En déduire l'expression de son énergie mécanique totale E_0 .

Application numérique :

$$m = 800 \text{ kg ;}$$

$$\lambda = 40^\circ.$$

Calculer les valeurs de v_0 , de E_{c_0} et de E_0 .

- 2.2. Le solide est maintenant satellisé à l'altitude z . Sa trajectoire est circulaire de rayon $r = R_T + z$. Déterminer l'expression, en fonction de G , M_T et r , de la vitesse v du satellite dans le repère géocentrique galiléen.
- En déduire les expressions de son énergie cinétique E_c , de son énergie potentielle E_p et de son énergie mécanique totale E .
- Comparer E_c et E_p à E .
- Application numérique : $z = 600$ km.*
- Calculer les valeurs de v et de E .
- 2.3. Exprimer l'énergie qu'il a fallu fournir au satellite précédent, initialement au repos sur la Terre, pour le mettre sur orbite.
- Cette énergie dépend-elle du point de lancement ?
- Où sont situées les bases de lancement les plus favorables du point de vue énergétique ? Connaissez-vous le nom de l'une de ces bases ?

A.3. Impesanteur.

- 3.1. Il est habituel de dire que les astronautes et les objets situés à l'intérieur d'un satellite sont « en état d'impesanteur ». Que signifie cette expression ?
- 3.2. On considère un satellite de la Terre animé d'un mouvement circulaire uniforme de rayon r .
Montrer qu'un point matériel P de masse m' , placé au centre d'inertie G du satellite, est en parfait état d'impesanteur.
- Montrer que ce même point matériel, après avoir été déplacé de dr le long de la verticale du point G , puis libéré sans vitesse initiale par rapport au satellite, ne peut rester rigoureusement en équilibre relatif que s'il subit l'action d'une force \vec{f} , en plus de son poids.
- Déterminer l'expression de \vec{f} en fonction de G , M_T , m , r et dr .
- Préciser le sens de \vec{f} dans le cas où dr est positif, et dans le cas où dr est négatif.

A.4. Freinage.

Par suite de chocs avec les molécules contenues dans les couches supérieures de l'atmosphère, le satellite est soumis à une force de frottement, opposée à sa vitesse \vec{v} , de valeur $F = k \frac{m}{z} v^2$.

Le frottement étant très faible par rapport à la force de gravitation, on peut estimer que la trajectoire du satellite reste pratiquement circulaire, mais avec un rayon r lentement décroissant.

- 4.1. Exprimer la variation dE de l'énergie mécanique totale E du satellite en fonction de la variation d'altitude dz .
- 4.2. Exprimer la variation dv de la vitesse du satellite en fonction de dz . Comparer les signes de dv et dz . Commenter.
- 4.3. Exprimer le travail de la force de frottement \vec{F} pour une révolution du satellite autour de la Terre.
En déduire les variations dz et dv lorsque le satellite effectue une révolution.

Application numérique :

$$z = 400 \text{ km ;}$$

$$k = 10^{-7} \text{ S.I.}$$

Calculer dz et dv pour une révolution.

B. SPECTROSCOPIE

ÉTUDES PRÉLIMINAIRES

B.1. Étude d'un collimateur.

Un collimateur est composé d'une fente rectangulaire (φ), de largeur l , et d'une lentille convergente (L_1), de distance focale f_1 et de foyer principal objet F_1 . La fente (φ) est placée perpendiculairement à l'axe principal de (L_1) et son centre coïncide avec le point F_1 . Une source de lumière (S), placée derrière la fente, éclaire cette dernière (fig. 2).

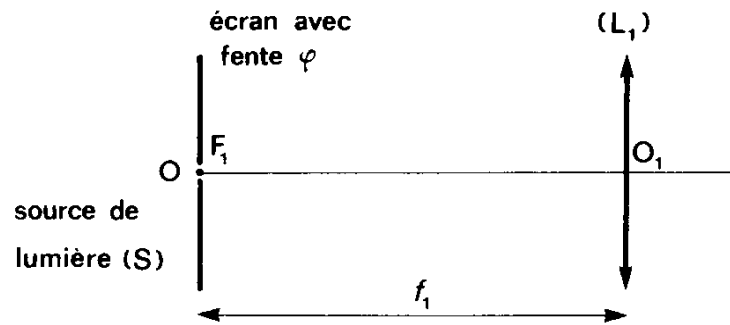


Figure 2

- 1.1. Si la fente était infiniment fine, quelle propriété remarquable posséderaient les rayons lumineux émergeant de la lentille (L_1) ?
- 1.2. En réalité la fente a une largeur l . Exprimer en fonction de l et de f_1 , la valeur maximum α_m de l'angle α que font entre eux les rayons lumineux émergeant de (L_1).

Application numérique : $l = 1,00 \text{ mm}$; $f_1 = 50,0 \text{ cm}$.

B.2. Réalisation d'une lentille mince achromatique.

- 2.1. Le tableau ci-dessous (fig. 3) indique les longueurs d'onde dans le vide de trois radiations qui servent habituellement de référence (C : raie rouge de l'hydrogène ; D : raie jaune du sodium ; F : raie bleue de l'hydrogène) et les indices de réfraction correspondants pour deux sortes de verre (n_1 pour le Crown et n_2 pour le Flint).

Remarque importante. – Dans tout ce problème, on assimilera l'indice absolu de l'air à celui du vide.

Radiation	C	D	F
λ (en nm)	656,3	589,3	486,1
n_1 (Crown)	1,504	1,507	1,521
n_2 (Flint)	1,612	1,621	1,671

Figure 3

Pourquoi dit-on que le Crown et le Flint sont des milieux transparents « dispersifs » ?

Lequel de ces deux milieux est le plus dispersif ?

Citer une application pratique de cette propriété.

- 2.2. En considérant une lentille convergente (L), en Crown ou en Flint, et en faisant apparaître le chemin suivi par quelques rayons incidents parallèles à l'axe principal, montrer que son foyer principal image F'_C en lumière rouge (radiation C) ne coïncide pas exactement avec son foyer principal image F'_F en lumière bleue (radiation F). Bien préciser les positions relatives de la lentille, de F'_C et de F'_F . Pour cette étude, purement qualitative, le candidat pourra se contenter d'un schéma clair accompagné des justifications qu'il jugera nécessaires.

Refaire une étude semblable en considérant une lentille divergente.

Les images formées par une lentille en Crown ou en Flint présentent des défauts dus à la dispersion de la lumière par la lentille. Comment ces défauts sont-ils appelés ? Comment se manifestent-ils ?

- 2.3. La vergence d'une lentille mince est donnée par la relation :

$$C = (n - 1)A,$$

où n est l'indice du verre pour la radiation qui traverse la lentille et A une constante positive ou négative dépendant uniquement des caractéristiques géométriques de la lentille.

Quel est le signe de A pour une lentille convergente ? pour une lentille divergente ?

- 2.4. Montrer qu'en accolant deux lentilles minces (L_1) et (L_2), respectivement en Crown et en Flint, il est possible de réaliser une lentille (L) ayant une même vergence C_0 (fixée à priori) pour deux radiations différentes de longueurs d'onde λ_1 et $\lambda_2 = \lambda_1 + \Delta\lambda$. Pour cela, établir le système d'équations que doivent satisfaire les constantes A_1 et A_2 des lentilles (L_1) et (L_2), en fonction de C_0 et des indices n_{1,λ_1} , n_{1,λ_2} , n_{2,λ_1} , et n_{2,λ_2} du Crown et du Flint pour les radiations considérées. Ce système d'équations admet-il une solution ? Cette solution est-elle unique ?

En déduire que (L_1) et (L_2) ont nécessairement des vergences C_1 et C_2 de signes contraires et que l'une des deux lentilles (laquelle ?) impose toujours le signe de sa propre vergence à la vergence C_0 de (L).

- 2.5. En considérant les valeurs du tableau de la figure 3, peut-on affirmer que la lentille (L), achromatique par construction pour les deux radiations de longueurs d'onde λ_1 et λ_2 , est également achromatique pour toutes les autres radiations du spectre visible ?

- 2.6. Application numérique :

$$C_0 = 2,000 \text{ dioptries ;}$$

$$\lambda_1 = 656,3 \text{ nm (radiation C) ;}$$

$$\lambda_2 = 486,1 \text{ nm (radiation F).}$$

Calculer A_1 et A_2 . En déduire la valeur de la vergence C de (L) pour la radiation D.

SPECTROSCOPIE

B.3. Spectrographe à réseau.

Un spectrographe à réseau (fig. 4) est composé :

- d'un collimateur (celui étudié en B.1.), dont la lentille (L_1) est supposée parfaitement achromatique ;
- d'un réseau par transmission (\mathcal{R}) comportant n traits par mètre (son pas p est donc égal à $\frac{1}{n}$).

La fente d'entrée (φ) du collimateur et les traits du réseau sont horizontaux et perpendiculaires au plan de la figure 4 ;

- d'un appareil photographique dont l'objectif, supposé parfaitement achromatique, est assimilable à une lentille (L_2) de distance focale f_2 . La mise au point est effectuée sur l'infini. L'axe optique de (L_2) est perpendiculaire au plan du réseau en son milieu. La surface sensible est un carré de centre O et de côté a ; elle est munie du repère (O, \vec{i}), le vecteur \vec{i} étant vertical ascendant.

On appelle respectivement i et i' les angles d'incidence et d'émergence des rayons lumineux qui traversent le réseau (\mathcal{R}). Par convention, les angles i et i' sont de même signe si les rayons incidents et émergents sont situés d'un même côté de la normale $N'N$ au plan du réseau.

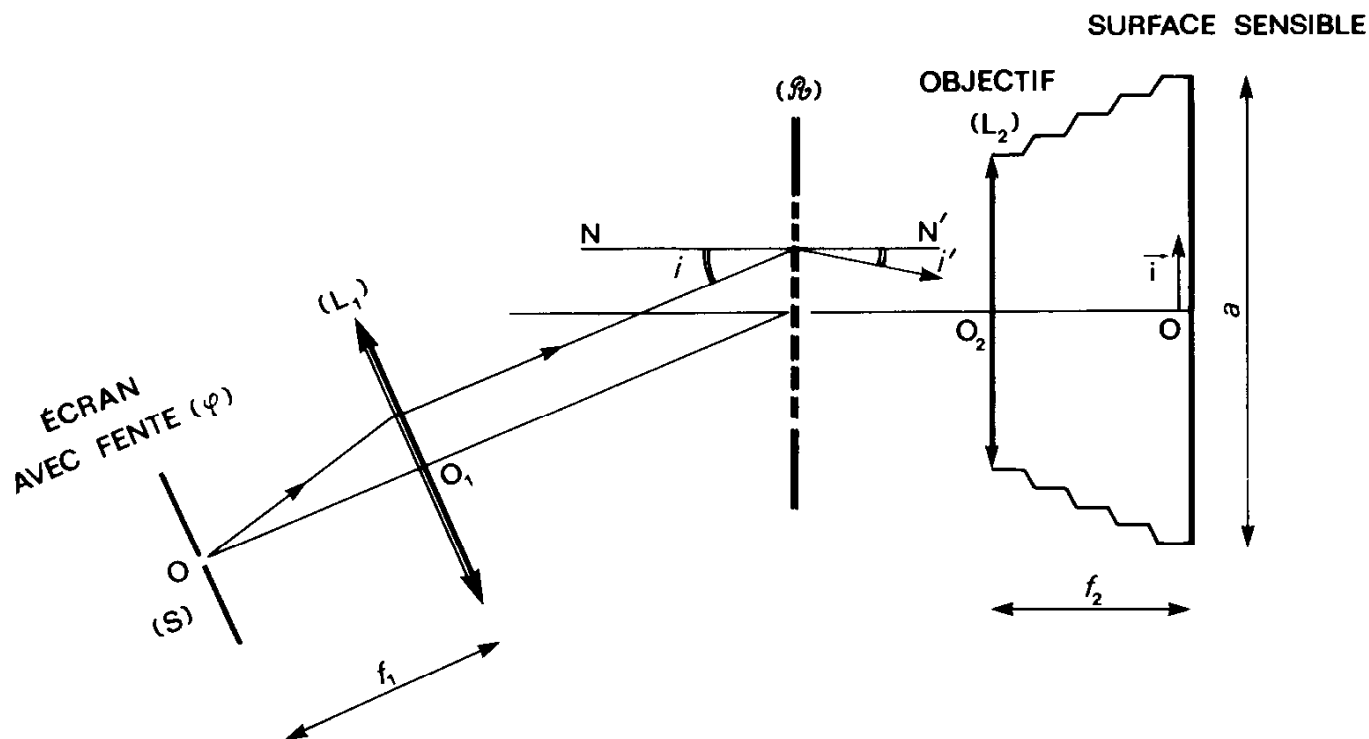


Figure 4

3.1. Quel phénomène physique a lieu au niveau de chaque fente du réseau (\mathcal{R}) ? En faire une brève description qualitative. De quels paramètres dépend-il ?

3.2. La source de lumière (S) émet une lumière monochromatique de longueur d'onde dans le vide λ_0 et la fente (φ) est supposée infiniment fine.

L'angle d'incidence i étant fixé, à quelle condition les rayons qui émergent du réseau avec l'angle i' donnent-ils un maximum de lumière sur la surface sensible ? (La réponse devra être brièvement justifiée.)

3.3. Le spectrographe précédent étant utilisé en incidence normale ($i = 0$), exprimer en fonction de n, λ_0, f_2 et a le nombre de raies lumineuses, supposées infiniment fines, qui se forment sur la surface sensible de l'appareil photographique.

Préciser leur abscisse x dans le repère (O, \vec{i}) .

Application numérique :

$$n = 2,80 \times 10^5 \text{ traits par mètre ;}$$

$$\lambda_0 = 589,3 \text{ nm (raie D du sodium) ;}$$

$$f_2 = 80 \text{ mm ;}$$

$$a = 6 \text{ cm.}$$

3.4. En réalité, même si la fente (φ) est infiniment fine, les raies observées précédemment ont une certaine largeur.

Quels phénomènes, que nous négligerons dans la suite du problème, permettent d'interpréter cette observation ?

3.5. Le spectrographe étant encore en incidence normale, la source de lumière monochromatique est remplacée par une source de lumière blanche (les radiations émises ont des longueurs d'onde dans le vide comprises entre 400 nm et 760 nm environ).

Décrire brièvement ce que l'on observe sur la surface sensible. Le spectre d'ordre 2 est-il vu en totalité ?

OBSERVATION D'UN SPECTRE « NORMAL »

3.6. On tourne l'ensemble réseau-appareil photographique pour que le milieu de la raie de longueur d'onde dans le vide λ_0 du spectre d'ordre 2 coïncide avec le centre O de la surface sensible. L'angle d'incidence i prend alors la valeur particulière i_0 (fig. 5).

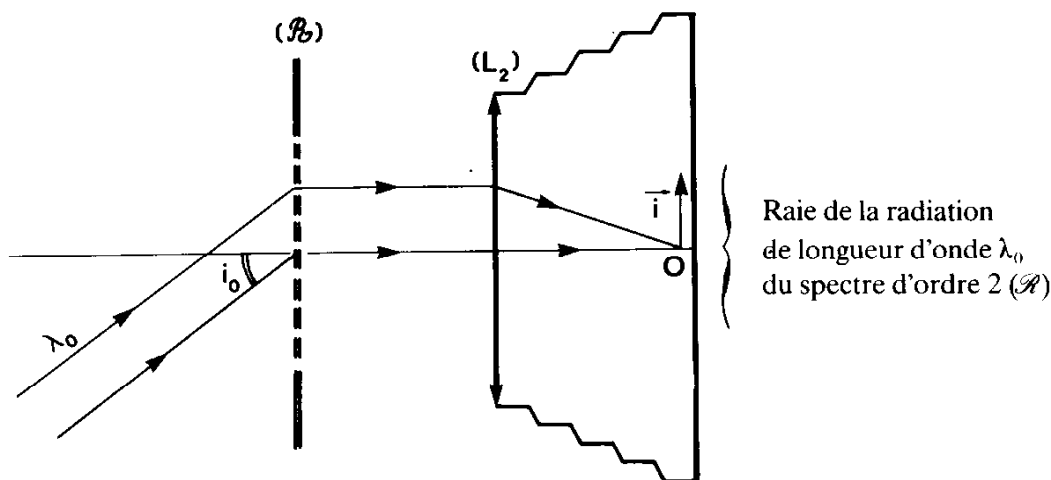


Figure 5

Exprimer i_0 en fonction de n et de λ_0 .

Exprimer l'abscisse x de la raie de longueur d'onde λ du spectre d'ordre 2, en fonction de n , $\cos i'$, f_2 et de la différence $(\lambda - \lambda_0)$.

Application numérique : en utilisant les valeurs déjà fournies en B.3.3. et B.3.5., calculer :

- la valeur de l'angle i_0 ;
- les valeurs de l'angle d'émergence i' correspondant aux limites extrêmes du spectre visible d'ordre 2.

Compte tenu de ces derniers résultats numériques, peut-on dire que, aux approximations habituelles près, la différence $(\lambda - \lambda_0)$ est proportionnelle à x ?

3.7. En réalité, la largeur l de la fente (φ) du collimateur n'est pas négligeable et, par suite, les rayons incidents au réseau (\mathcal{R}) ne sont pas rigoureusement parallèles : le faisceau incident possède une « ouverture angulaire » α_m définie à la question B.1.2.

Montrer que, par suite, toute raie du spectre normal d'ordre $k = 2$, de longueur d'onde λ , et d'abscisse x , possède une largeur e .

Exprimer e en fonction de α , f_2 et $\cos i_0$.

En déduire que deux raies de longueur d'onde λ et $\lambda + \Delta\lambda$ ne sont discernables dans le spectre normal d'ordre 2 que si $\Delta\lambda$ est au moins égal à une valeur minimum que l'on exprimera en fonction de α , n et $\cos i_0$.

Application numérique :

$$\alpha = 2 \times 10^{-3} \text{ rad.}$$

Calculer e et la valeur minimum de $\Delta\lambda$.

C. ONDES ACOUSTIQUES

C.1. Un haut-parleur est alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence N_0 constante. On étudie la propagation du son émis dans l'air considéré comme étant un milieu homogène, non absorbant et non dispersif. La température de l'air sera supposée constante. On appellera c la célérité du son.

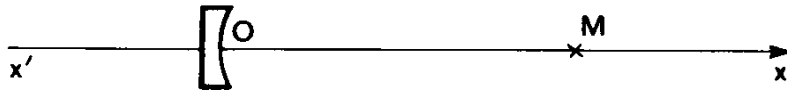


Figure 6

- 1.1. Pourquoi dit-on qu'une onde sonore est longitudinale ?
- 1.2. Donner, très brièvement, la définition d'une onde progressive.
- 1.3. Pourquoi dit-on *célérité* et non pas vitesse du son ?
- 1.4. Au repos, la membrane du haut-parleur est située dans le plan vertical d'équation $x = 0$ (fig. 6). L'élongation de la membrane a pour expression $\psi(0, t) = a \sin(2\pi N_0 t)$.
Donner l'expression de l'élongation du point M situé à l'abscisse x sur l'axe $x'x$.
- 1.5. À quelle condition le point M vibre-t-il en phase avec la source ?
- 1.6. On dispose du haut-parleur précédent, d'un microphone et d'un oscillographe bicourbe. Indiquer brièvement une méthode de mesure de la célérité du son.

C.2. Le haut-parleur, toujours soumis à une tension sinusoïdale de fréquence N_0 , est porté par un véhicule en mouvement de translation suivant l'axe $x'x$. On notera $T_0 = \frac{1}{N_0}$.

- 2.1. Le véhicule s'approche du point M à la vitesse constante v égale à $20 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.
Déterminer l'expression de la période T du son reçu au point M en fonction de la période propre T_0 du son émis.
En déduire l'expression de la fréquence N du son reçu en M.
Calculer N sachant que $N_0 = 1\,000 \text{ Hz}$ et $c = 340 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$, puis conclure.
- 2.2. Quelle expression obtiendrait-on pour N si la source s'éloignait du point M ?
- 2.3. Comment nomme-t-on le phénomène étudié ? Rencontre-t-on cet effet dans un autre domaine de la physique ? Si oui, lequel ?

C.3. On s'intéresse, maintenant, aux interférences sonores réalisées à l'aide de deux haut-parleurs identiques, placés face à face et alimentés par la même tension sinusoïdale de fréquence N . Le phénomène de réflexion des ondes sonores sera considéré comme étant négligeable.

Un microphone de faibles dimensions, relié à un oscillographe permet de visualiser l'état vibratoire des points situés entre les deux sources sonores. Le schéma de l'expérience est le suivant :

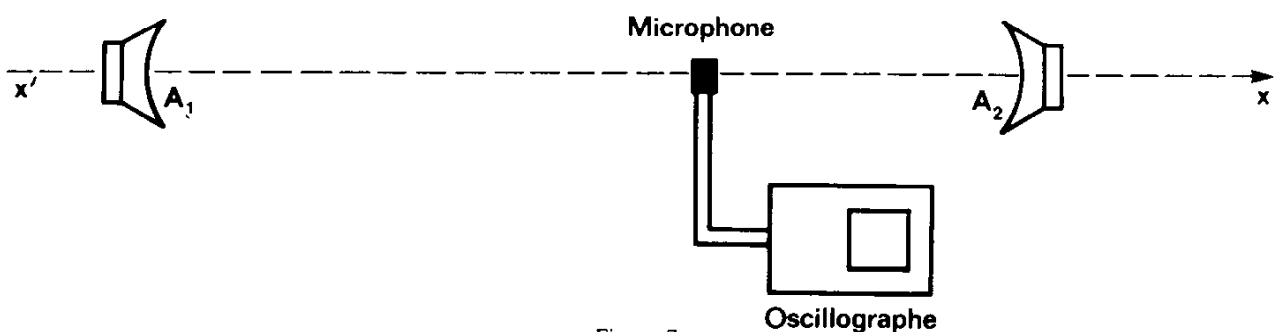


Figure 7

Les membranes A_1 et A_2 des deux haut-parleurs ont, au repos, les abscisses respectives $x_1 = 0$ et $x_2 = d$. On supposera la distance d comme étant très supérieure à la longueur d'onde λ des ondes sonores étudiées.

Les déplacements algébriques, sur l'axe $x'x$, des membranes A_1 et A_2 autour de leurs positions au repos sont notés $\psi_1(A_1, t)$ et $\psi_2(A_2, t)$.

- 3.1. Donner les conditions d'obtention d'interférences en définissant brièvement les termes employés.
- 3.2. Qu'observe-t-on sur l'écran de l'oscillographe au cours d'une excursion assez large du microphone sur l'axe $x'x$?
- 3.3. Sachant que $\psi_1(A_1, t) = a \sin(2\pi Nt)$, où a est l'amplitude de la vibration, donner l'expression de $\psi_2(A_2, t)$.
Quelle remarque peut-on faire sur les états vibratoires de A_1 et A_2 ?
- 3.4. Quel est l'état vibratoire du point I, milieu du segment A_1A_2 ? Justifier la réponse proposée.
- 3.5. Déterminer $\psi(M, t)$ définissant l'état vibratoire d'un point M du segment A_1A_2 , d'abscisse x .
- 3.6. Montrer alors qu'il existe deux familles de points dont l'état vibratoire est particulier. Représenter, en précisant leurs natures, quelques-uns de ces points.
Quelle distance i sépare deux points consécutifs et appartenant à la même famille ?
- 3.7. Comment mesure-t-on la distance i ?
- 3.8. Sachant que pour $N = 1\,250$ Hz, on mesure $i = 13,8$ cm, déterminer la valeur de la célérité c du son dans les conditions de l'expérience.

D. THERMODYNAMIQUE

Le diagramme des phases de l'eau est représenté en coordonnées P et T, sur la figure 8.

Le diagramme sera reproduit sommairement par les candidats sur leur copie chaque fois que nécessaire

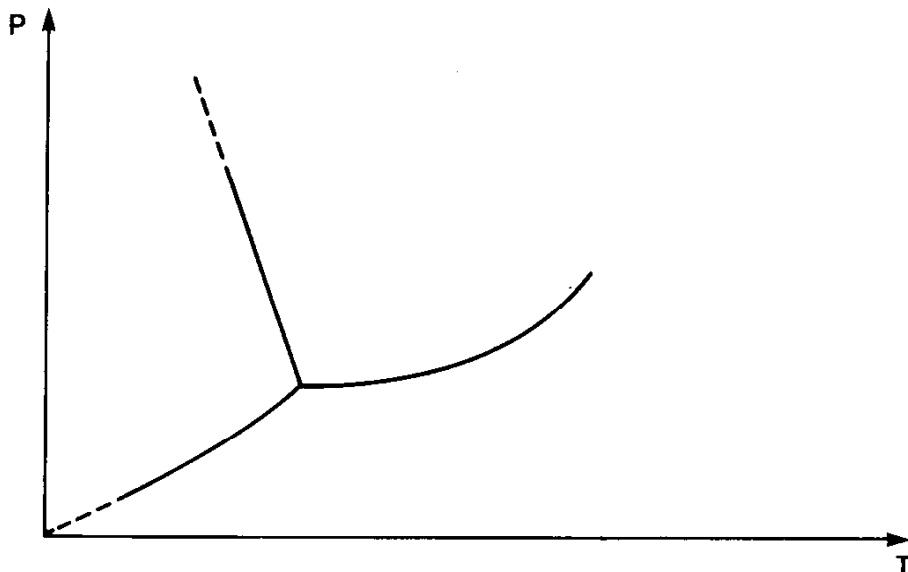


Figure 8

- D.1. Compléter le diagramme en précisant les domaines d'existence des différentes phases.
- D.2. Placer les points caractéristiques sur le diagramme et indiquer brièvement ce qu'ils représentent.
- D.3. Définir la pression de vapeur saturante. De quel(s) paramètre(s) dépend cette grandeur ?
- D.4. Quelle particularité possède la courbe d'équilibre des phases liquide et solide ? Quelle conséquence peut-on en déduire ?
- D.5. On donne le réseau d'isothermes, représenté sur la figure 9, correspondant aux phases liquide et vapeur d'une mole d'eau.

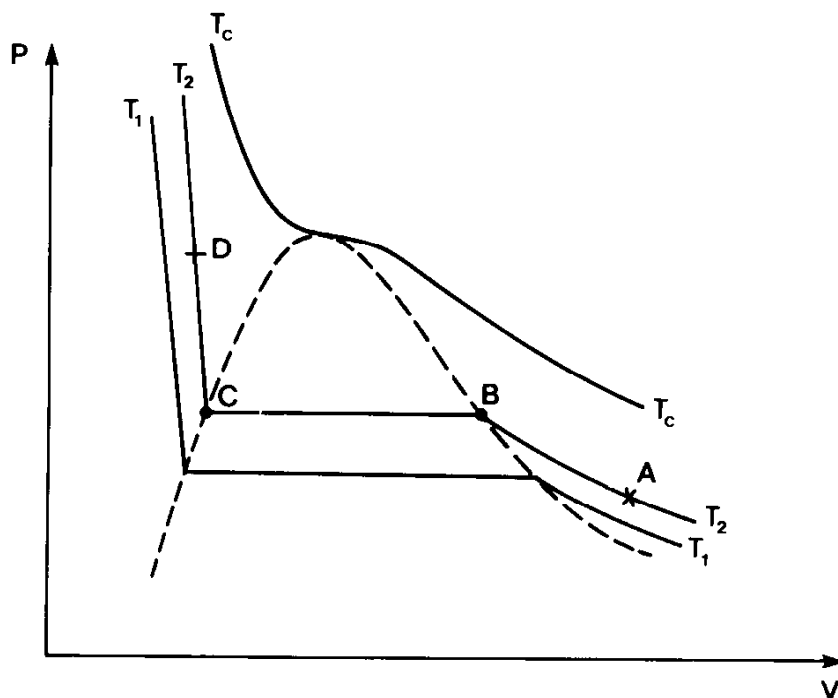


Figure 9

- 5.1. Préciser les domaines d'existence des deux phases. Comment nomme-t-on la courbe en pointillés ?
- 5.2. Proposer une schématisation simple de l'expérience permettant de réaliser la transformation ABCD. Décrire l'état du système au cours des différents stades de la transformation.
- 5.3. Reproduire le diagramme figure 8 sur la copie et représenter la transformation ABCD sur ce diagramme en précisant la position des points A, B, C et D.
- D.6. Différencier brièvement les phénomènes d'évaporation dans l'atmosphère et d'ébullition.
- D.7. Le degré hygrométrique de l'air, contenu dans une enceinte à la température T , est le rapport de la pression partielle de vapeur d'eau présente dans l'enceinte à la pression de vapeur saturante à cette température.
- Ce nombre s'exprime en pourcentage.
- Sachant que la pression de vapeur saturante de l'eau à 20°C est $2\,300\text{ Pa}$, calculer la masse d'eau contenue à 20°C dans 1 m^3 d'air dont le degré hygrométrique est 70% .
- On assimilera la vapeur d'eau à un gaz parfait. On donne la constante R du gaz parfait et la masse molaire M de l'eau :

$$R = 8,31\text{ J}\cdot\text{K}^{-1} ; \quad M = 18\text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}.$$

D.8. Dans cette question, on s'intéresse à l'évolution de la chaleur latente L de vaporisation en fonction de la température.

8.1. Définir la chaleur latente molaire de vaporisation de l'eau.

8.2. On fait subir à une mole d'eau, la transformation EFGHIJE représentée en coordonnées P et V sur la figure 10 (page 12).

Les volumes molaires de l'eau liquide respectivement aux températures T et T' seront notés V_l et V'_l . De même, on notera V_g et V'_g les volumes molaires de la vapeur d'eau aux températures T et T' . Au cours de cette transformation, on négligera les volumes molaires de l'eau liquide face aux volumes molaires de la vapeur d'eau. On admettra de plus que la dilatation ou la compression isothermes quasi statiques de l'eau liquide s'effectuent sans échange thermique avec le milieu extérieur. D'autre part, les capacités calorifiques molaires C_{p_l} et C_{p_g} , respectivement des phases liquide et vapeur, seront considérées comme étant indépendantes de la température. On indique que C_{p_l} est supérieure à C_{p_g} .

Enfin, la vapeur d'eau sera assimilée à un gaz parfait.

Représenter le cycle étudié sur le diagramme des phases en coordonnées P et T .

8.3. On appelle L et L' , les chaleurs latentes molaires de vaporisation respectivement aux températures T et T' . Appliquer le premier principe de la thermodynamique au cycle considéré et déterminer l'expression de la différence $(L - L')$ en fonction de C_{p_l} , C_{p_g} , T et T' .

8.4. En déduire que la chaleur latente molaire de vaporisation peut s'écrire sous la forme $L = L_0 - a T$ où L_0 et a sont deux constantes positives.

D.9. Pour étudier le comportement de la chaleur latente molaire de vaporisation quand la température tend vers la température critique T_c , on utilise la formule de Clapeyron $L = T(V_g - V_l) \frac{dP_s}{dT}$ où P_s est la pression de vapeur saturante.

9.1. Déduire, de la formule de Clapeyron, les valeurs de $\lim_{T \rightarrow T_c} L$ et $\lim_{T \rightarrow T_c} \frac{dL}{dT}$.

On indique que $\frac{dP_s}{dT}$ et $\frac{d^2P_s}{dT^2}$ possèdent des valeurs finies quand la température tend vers la température critique.

9.2. Tracer l'allure de la courbe de variation de L en fonction de T en utilisant les résultats des questions D.8. et D.9.

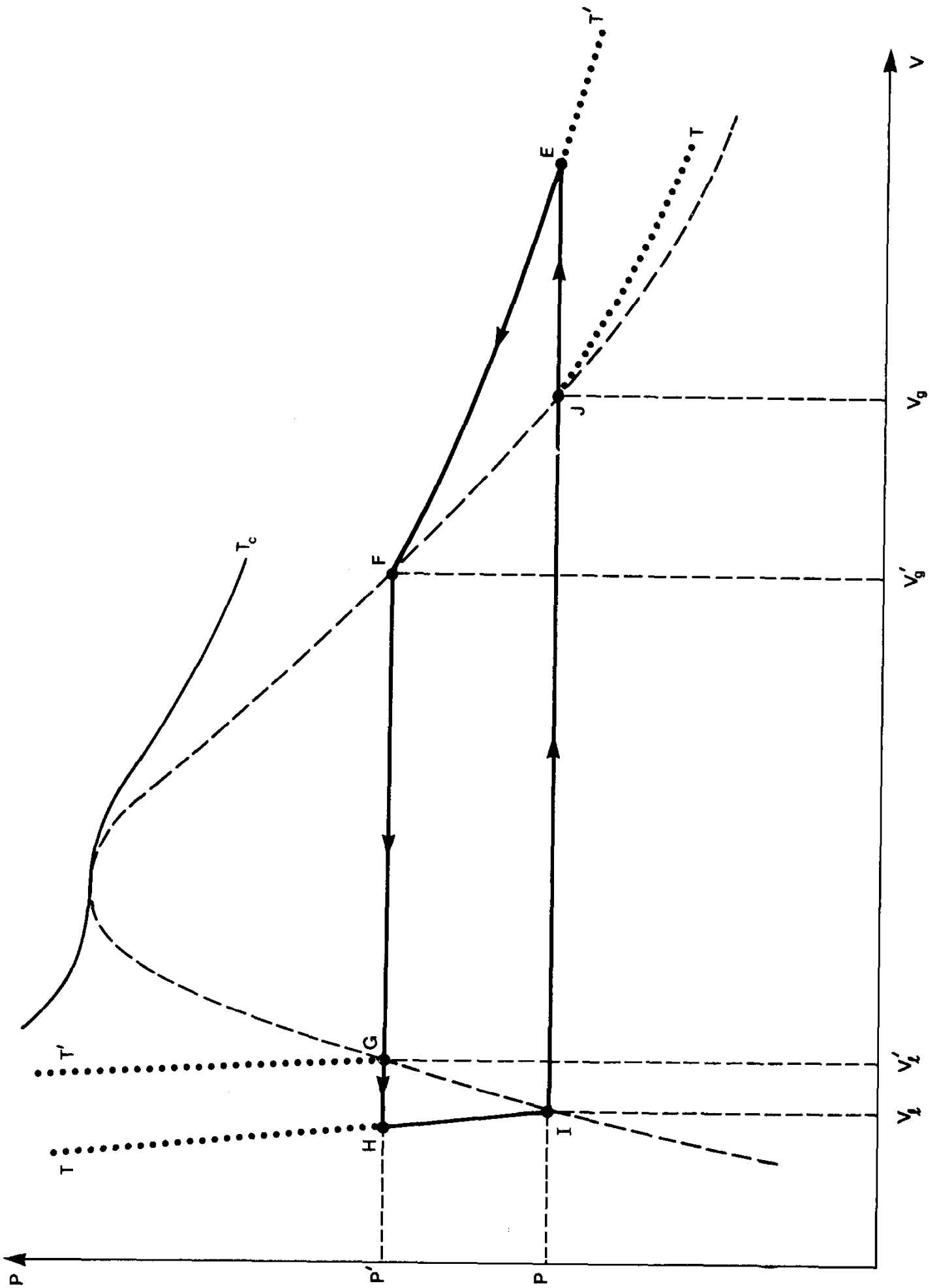


Figure 10

SESSION DE 1991

**concours interne
de recrutement de professeurs agrégés
et concours d'accès à l'échelle de rémunération**

section : sciences physiques

composition sur la physique
et le traitement automatisé de l'information

Durée : 5 heures

Épreuve commune aux options
PHYSIQUE ET CHIMIE, PHYSIQUE ET PHYSIQUE APPLIQUÉE

Tout document et tout dictionnaire interdits.

Calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable et alphanumérique – à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

RAPPEL DU TEXTE DÉFINISSANT LA NATURE DE L'ÉPREUVE

Le candidat propose, pour un niveau et des objectifs désignés, une progression relative à une partie d'un programme de lycée, classes post-baccalauréat comprises, en approfondit quelques points, prévoit un accompagnement expérimental utilisant éventuellement l'ordinateur, élabore des exercices propres à consolider l'acquisition des connaissances, savoir-faire et méthodes ainsi qu'à participer à l'évaluation des élèves.

ORGANISATION DE L'ÉPREUVE

La première partie a pour but d'aider le candidat à résumer les notions de la dynamique newtonienne du point matériel nécessaires pour aborder une étude détaillée du paragraphe 3, du programme de mécanique du point matériel des classes de mathématiques supérieures donné en annexe A.

La deuxième partie conduit le candidat à définir les notions de « potentiel central » et « potentiel newtonien » et à énoncer les propriétés essentielles qui en découlent.

La troisième partie traite des « états liés » et « états de diffusion » ; plusieurs exercices ou situations pédagogiques sont proposés.

Dans la quatrième partie divers cas de potentiels non nécessairement newtoniens sont abordés.

La cinquième partie est consacrée à l'évolution des modèles de l'atome d'hydrogène ainsi qu'à une expérience de cours.

Première partie. — LES PRÉREQUIS

I

Mécanique newtonienne du point matériel

Rappeler les notions essentielles qui mettent en jeu le travail d'une force, l'énergie cinétique, l'énergie potentielle, l'énergie mécanique, la quantité de mouvement, le moment cinétique σ_0 (par rapport à un point O).

Préciser, à chaque fois qu'il y a lieu, les lois de conservation.

Indications : cet exposé sera limité à **trois pages maximum**, il ne comprendra que les définitions et les résultats essentiels que l'on doit avoir présents à l'esprit pour aborder la suite du cours de mécanique. **Aucune démonstration n'est demandée.**

Deuxième partie. — POTENTIELS CENTRAUX

II

1. Potentiels centraux.

Utiliser les coordonnées polaires planes r et θ donnant la position d'un point P du plan où l'on a défini une origine O, un demi-axe orienté \overrightarrow{Ox} et un sens positif pour les angles :

$$\begin{cases} OP = r \\ (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OP}) = \theta. \end{cases}$$

1.1. Que désigne le terme « potentiels centraux » ?

Donner plusieurs exemples.

Le terme « potentiel » sera pris dans toute la suite dans le sens « énergie potentielle ».

1.2. Étudier, sur un exemple, le mouvement du point matériel P de masse m placé dans un tel potentiel (« central » mais pas « newtonien »). En appliquant, s'il y a lieu, les lois de conservation énoncées en I, tirer les conséquences intéressantes pour la trajectoire de P.

2. Potentiels newtoniens.

2.1. Définir la notion de potentiel newtonien et donner deux exemples de tels potentiels.

2.2. Dans le cas d'un électron (masse m_e et charge q_e) soumis de la part d'un proton (masse m_p) à la force électrostatique et à la force de gravitation, calculer le rapport des normes de ces deux forces.

Expliquer pourquoi cependant, à très grande distance, la force de gravitation a une importance dominante dans l'Univers.

2.2. Notion de champ et de flux de vecteurs : définir ces notions à partir de l'électrostatique. Énoncer le théorème de Gauss. Donner comme exemple une application équivalente en mécanique : calcul du champ de pesanteur en P, situé à la distance r du centre de la Terre, de masse M_T et de rayon R_T .

Définir dans ce cas l'énergie potentielle $U(r)$ du point matériel de masse m placé en P.

2.4. Utiliser le théorème de Gauss pour calculer le champ électrostatique créé en un point par un plan chargé uniformément.

En déduire le champ électrostatique créé par deux plans parallèles chargés uniformément de signe contraire. Commenter le résultat.

Troisième partie. – ÉTATS LIÉS - ÉTATS DE DIFFUSION

Rappels : L'étude du mouvement de deux particules en interaction M_1 et M_2 de masses m_1 et m_2 dans le référentiel de leur centre de masse (G) se ramène à l'étude du mouvement d'un point fictif P :

$$\text{de masse } \mu \left(\text{appelée masse réduite } \mu = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \right)$$

$$\text{et de vecteur position } \overline{GP} = \vec{r}.$$

Le mouvement de P est un mouvement à force centrale d'origine G.

L'énergie mécanique totale des deux particules s'écrit :

$$E = \frac{1}{2} m_1 \left(\frac{d \overline{GM}_1}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} m_2 \left(\frac{d \overline{GM}_2}{dt} \right)^2 + U(r)$$

$$\text{où } r = \|\vec{r}\| = \|\overline{M_1 M_2}\| = \|\overline{GP}\|;$$

$U(r)$ est l'énergie potentielle d'interaction ;

$$\overline{GM}_1 = - \frac{m_2}{m_1 + m_2} \vec{r} \quad \text{et} \quad \overline{GM}_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} \vec{r}.$$

Finalement :

$$E = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{d\vec{r}}{dt} \right)^2 + U(r).$$

Le moment cinétique total par rapport à G est :

$$\vec{\sigma}_G = \vec{r} \wedge \mu \frac{d\vec{r}}{dt}.$$

On a ainsi ramené le problème de l'interaction de deux particules au cas du mouvement d'une particule (fictive) dans un champ de forces centrales.

III

1. Étude de trajectoires.

En utilisant les rappels précédents, écrire les lois de conservation pour le mobile fictif P, de masse μ , repéré par ses coordonnées polaires r et θ dans le référentiel d'origine G.

Montrer que :

$$E = \frac{1}{2} \mu \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + U_{\text{eff}}(r)$$

où $U_{\text{eff}}(r)$ est le « potentiel effectif », que l'on précisera. Interpréter l'expression de E en la comparant à l'énergie d'un point matériel de masse μ dans un mouvement à un seul degré de liberté.

À partir d'une représentation graphique *raisonnable* de $U_{\text{eff}}(r)$, donner des indications sur la trajectoire de P pour des conditions initiales données (donc E et σ_G donnés). Traiter successivement les cas d'une interaction attractive puis répulsive et montrer dans quels cas on peut rendre compte *des états liés et des états de diffusion*. Donner les expressions de $\frac{dr}{dt}$ et $\frac{d\theta}{dt}$.

2. Cas particulier du mouvement des planètes.

On ramène l'étude du mouvement d'une planète de masse m à celle du mouvement du point matériel P (masse m) se déplaçant à la distance r du centre O du Soleil supposé sphérique et de masse M_s uniformément répartie, $m \ll M_s$.

Écrire l'expression vectorielle de la force d'attraction gravitationnelle. Donner les caractéristiques de cette force. Que peut-on dire de l'énergie mécanique E du point matériel P, du moment cinétique σ_0 de P par rapport à O supposé fixe ?

On cherche $r(\theta)$, l'équation en coordonnées polaires de la trajectoire à partir des équations de conservation.

On pourra poser $y(\theta) = \frac{1}{r(\theta)}$ et montrer que l'on est conduit à résoudre l'équation différentielle du deuxième ordre :

$$\frac{d^2 y}{d\theta^2} + y = \frac{GM_s m^2}{\sigma_0^2}$$

$$\text{et que } r(\theta) = \frac{p}{1 + e \cos \theta}.$$

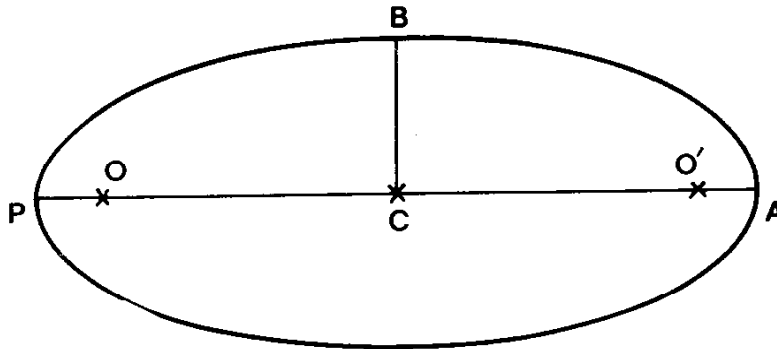
On précisera les valeurs de p , de e et l'origine de θ . Que peut-on dire des trajectoires ?

Sur le cas particulier des trajectoires elliptiques, retrouver les lois de Kepler et calculer l'énergie mécanique E.

3. Étude du mouvement d'un satellite.

3.1. Analyse de la trajectoire.

Le satellite S de masse m décrit une orbite elliptique autour de la Terre, de centre O. La figure 1 rappelle les caractéristiques de l'ellipse. En utilisant ce qui a été établi dans le cas du mouvement des planètes, calculer l'énergie mécanique E du satellite, la période de son mouvement, sa vitesse en A et P en fonction de G, la constante de gravitation, de M_T , la masse de la Terre, de m , a et e .



O et O' foyers de l'ellipse ;
 C centre de l'ellipse ;
 $a = CA = CP$ demi-grand axe ;
 $b = CB$ demi-petit axe ;
 $c = OC$ $a^2 - b^2 = c^2$;
 A apogée de la trajectoire ;
 P périhélie de la trajectoire ;
 $e = \frac{c}{a}$ excentricité de l'ellipse.

Figure 1

Quelle est la direction de la vitesse en A et P ? En déduire un calcul rapide de σ_0 , le moment cinétique de S par rapport à O.

Une fusée largue le satellite avec une vitesse $\vec{v} \perp \overline{OS}$ telle qu'il décrive une trajectoire elliptique. En quel point de la trajectoire ce largage doit-il avoir lieu ? Discuter suivant la valeur de v .

3.2. Freinage d'un satellite par l'atmosphère.

En supposant que l'atmosphère est isotherme et que l'air est un gaz parfait, établir la loi de variation de la masse volumique $\rho(z)$ de l'air avec l'altitude z . On appelle ρ_0 la masse volumique au niveau du sol et z_0 l'altitude à laquelle la densité est divisée par le nombre réel e ($e \approx 2,7$). On suppose que le champ de pesanteur g est constant et égal à sa valeur g_0 au niveau du sol : $g(z) = g_0$.

On justifiera, *a posteriori*, cette dernière hypothèse.

L'action de freinage du satellite qui rentre dans l'atmosphère est supposée équivalente à une force de frottement de module :

$$f = k \cdot \rho \cdot v^2$$

où k est une constante, v la norme du vecteur vitesse qui fait un angle β avec l'horizontale, constant pendant la rentrée dans l'atmosphère. On suppose $f \ll F$, la force de gravitation. Soit \vec{a} l'accélération du satellite.

En écrivant le principe fondamental de la dynamique et en calculant $\frac{d\rho}{dt}$, montrer que :

$$\frac{dv}{v} = -k \frac{z_0}{m \sin \beta} d\rho.$$

Calculer $\frac{v}{v_E}$ en désignant v_E la vitesse du satellite au point E de rentrée dans l'atmosphère, si éloigné du sol que l'on prendra $\rho_E \approx 0$.

Calculer la valeur maximale de l'accélération a_m et la vitesse v_m correspondante. De quel paramètre dépend v_m ? Calculer de même ρ_m et z_m . Commenter l'influence de β et k , à v_E constant. Pour une vitesse v_E donnée, proposer une stratégie permettant des conditions « confortables » de rentrée dans l'atmosphère.

3.3. Réponses aux questions des élèves sur le thème « mouvement d'un satellite à trajectoire circulaire ».

On étudie en travaux dirigés devant une classe le mouvement d'un satellite terrestre à trajectoire circulaire. On utilise les notations suivantes : $\vec{g}(z)$ est le champ de gravitation à l'altitude z au-dessus de la surface terrestre ; r est la distance du satellite au centre de la Terre.

Répondre aux questions suivantes venues de la classe :

- a. Qu'est-ce que le repère géocentrique ? Les vecteurs de base de ce repère tournent-ils en vingt-quatre heures comme la Terre sur elle-même ?
- b. Pour traiter le problème, quelles hypothèses convient-il de faire concernant la répartition des masses à l'intérieur de la Terre ? du satellite ?
- c. Le vecteur vitesse du satellite est-il constant (justifier la réponse) ?
- d. Deux satellites A et B en orbite circulaire ont des altitudes z_A et z_B telles que $z_A > z_B$. Lequel a la plus grande vitesse linéaire ?
- e. Que désigne-t-on par $\vec{\mathcal{G}}(0)$? En un point quelconque de la surface terrestre, y a-t-il une différence entre $\vec{\mathcal{G}}(0)$ et le champ de pesanteur ? À quoi est due cette différence et comment se manifeste-t-elle ?
- f. Quelle est l'expression de $U(r)$, énergie potentielle de gravitation d'un satellite de masse m en orbite circulaire à la distance r du centre de la Terre dans laquelle la répartition volumique de masse est de la forme $\rho_T(r)$? On spécifiera clairement la convention choisie pour l'origine des énergies.
- g. Qu'est-ce qu'une orbite géostationnaire ? Combien existe-t-il d'orbites de ce type ? En donner les principales caractéristiques. Quelle est la vitesse d'un satellite sur une telle orbite ? Est-il intéressant de placer un satellite d'observation de la Terre, comme SPOT, sur orbite géostationnaire ? et un satellite de télécommunications ?

4. Vitesse de libération.

On appelle « vitesse de libération » v_l la vitesse limite permettant à un mobile de masse m d'échapper à l'attraction gravitationnelle d'un astre isolé de masse M_a et de rayon R_a .

- a. Quelle est la trajectoire du mobile lancé depuis l'astre à cette vitesse ? La représenter sur un schéma.
- b. Donner l'expression littérale de v_l .
- c. Calculer numériquement v_l à la surface de la Terre et de la Lune.
- d. On peut comparer ces valeurs à celles de la vitesse quadratique moyenne u de l'hydrogène et de l'oxygène moléculaires. Donner l'expression de u (on suppose les gaz parfaits à la température T).

Calculer numériquement u pour les deux gaz à la surface de la Terre puis de la Lune pour laquelle la température de la face éclairée est de 130°C . Conclusion ?

- e. Un astronaute voudrait s'exercer pour un marathon en courant à la vitesse de 15 km/h sur un astéroïde de 4 km de diamètre de densité moyenne $d = 3,5$. Lui est-il possible d'effectuer son entraînement ?

5. Conception d'un exercice sur le thème : « entrée d'une météorite dans le champ de gravitation terrestre ».

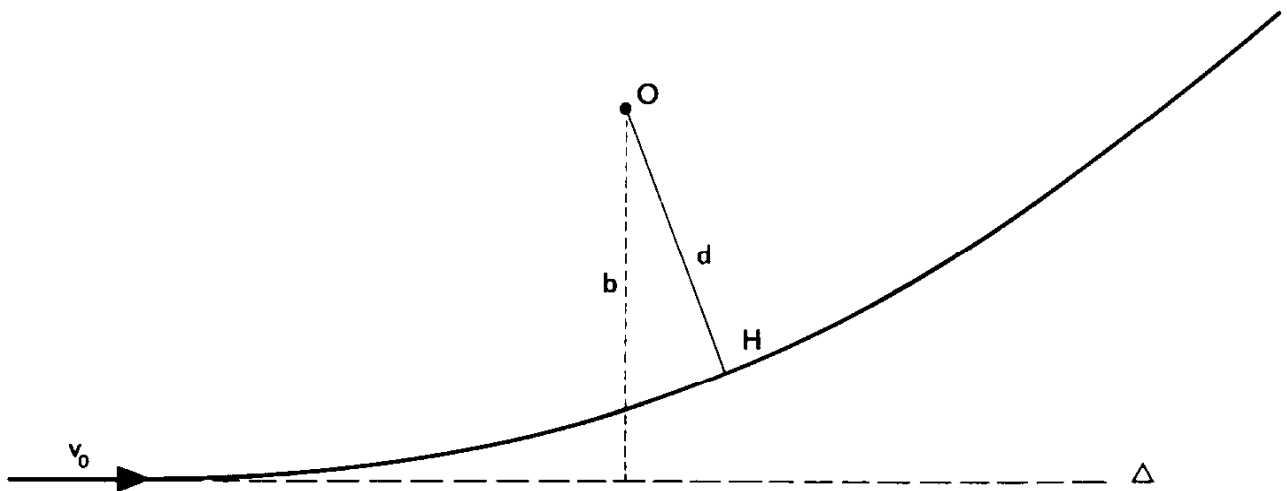


Figure 2

Une météorite de masse m arrive suivant la direction Δ avec la vitesse v_0 très loin de la Terre (fig. 2). Bâti un exercice permettant d'atteindre la distance minimale d'approche d de la météorite au centre O de la Terre et de déterminer à quelles conditions la météorite s'écrasera sur Terre, ou se volatiliser dans l'atmosphère terrestre.

**Quatrième partie. – EXERCICES D'ILLUSTRATION
DANS LE CAS DE POTENTIELS NON NÉCESSAIREMENT NEWTONIENS**

IV

1. **Énergie potentielle** (extrait de : *Exercices de Mécanique, classes préparatoires*, DEDONDER, MOUCHET, SCHMAUS, VALENTIN. Éditions Hermann, collection Méthodes).

L'énergie potentielle $U(r)$ d'un objet ponctuel M en fonction de sa distance r à un point O pris comme origine est donnée ici par le graphe de $U(r)$ [fig. 3 a, b, c, d].

On ne s'intéresse qu'à la partie radiale du mouvement de M : on considère que le mouvement de M est à une dimension.

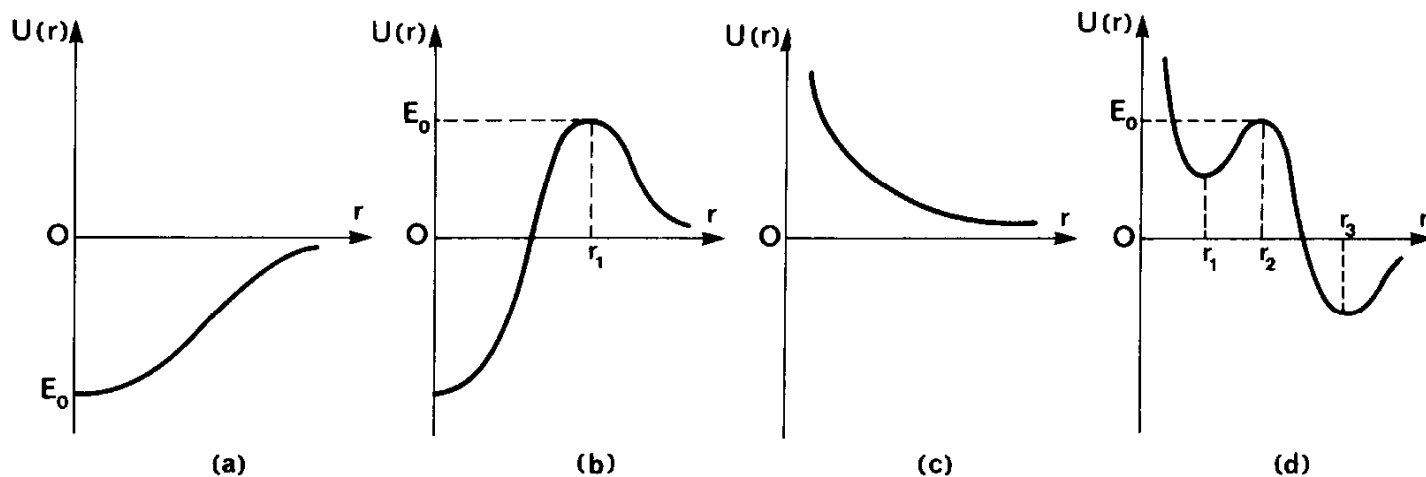


Figure 3

- 1.1. Dessiner pour chacun des cas représentés le graphe de $F(r)$ tel que $\vec{F}(r) = F(r)\vec{u}_r$ est la force qui dérive de $U(r)$.
Quelles sont les positions d'équilibre, stable ou instable, de M ?
- 1.2. Pour un objet ponctuel d'énergie mécanique E comprise entre 0 et E_0 , préciser les régions accessibles de l'espace et décrire, à l'aide des résultats de la question précédente, son mouvement pour diverses conditions initiales possibles.
- 1.3. Dessiner le graphe de l'énergie cinétique $E_c(r)$ de cet objet.
- 1.4. Quelles régions de l'espace seraient accessibles à l'objet si l'on avait $E \geq 0$ dans le cas de la figure 3 a et $E \geq E_0$ dans le cas de la figure 3 b ?

2. **Galaxies spirales** : elles peuvent être schématisées (fig. 4) par un disque et un noyau sphérique de masse M_G contenant pratiquement toute la masse de la galaxie. Cette hypothèse semble justifiée car la densité d'étoiles observée dans le noyau est environ cent fois plus grande que la densité à l'extérieur. Dans le disque chaque constituant A (étoile, nuage d'hydrogène, etc.), de masse m , situé à la distance r du centre O, est animé d'un mouvement circulaire uniforme de vitesse v .

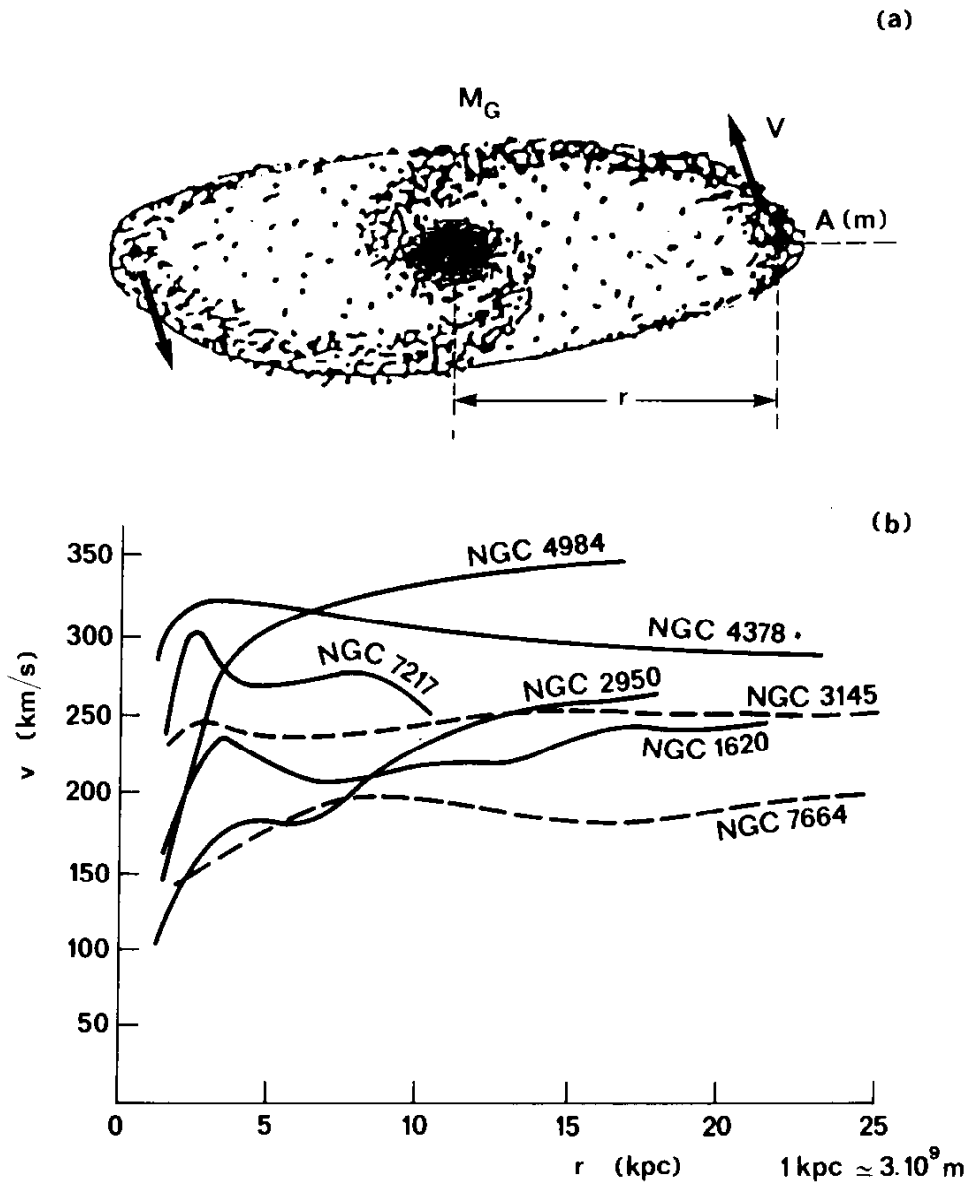


Figure 4

- 2.1. Un élément de A émet au repos une raie spectrale caractéristique de longueur d'onde λ_0 . Un observateur, situé dans le plan du disque, mesure un décalage spectral $\Delta\lambda$. Expliquer le phénomène et donner la relation qui permet de déduire v d'une mesure de $\Delta\lambda$ en précisant les hypothèses.
- 2.2. En appliquant les lois de la mécanique newtonienne au mouvement circulaire uniforme de A, placé dans le champ de pesanteur de M_G , montrer que l'on peut déduire M_G d'une mesure de v .
Calculer M_G dans le cas de la galaxie NGC 4378 en prenant $v = v_m$, la valeur maximale lue sur la figure 4 b. Exprimer M_G en fonction de la masse solaire M_\odot .
- 2.3. Tracer $v(r)$ à partir de la distance r_m correspondant à v_m en reprenant pour M_G la valeur trouvée précédemment.

Il apparaît une contradiction évidente entre les observations reportées dans la figure 4 b et la théorie simplifiée qui vient d'être faite.

Voyez-vous quelle hypothèse remettre en question ?

Cinquième partie. – ÉVOLUTION DU MODÈLE DE L'ATOME D'HYDROGÈNE

Le but de cette partie est de montrer à des élèves de mathématiques supérieures, sur le cas de l'atome d'hydrogène, la démarche de passage des idées classiques de la mécanique newtonienne aux idées de base de la mécanique quantique indispensables à la description des systèmes atomiques élémentaires.

V

1. Modèle classique.

Le modèle classique de l'atome d'hydrogène est un modèle « planétaire » dans lequel l'électron tourne en orbite autour du proton supposé fixe dans l'espace, l'interaction entre les deux particules étant l'interaction de Coulomb.

Quelles sont les principales difficultés auxquelles s'est heurté ce modèle au début du xx^e siècle ?

2. Modèle « semi-classique ».

Dans le premier modèle « semi-classique » de l'atome d'hydrogène, on suppose que l'électron ne peut occuper qu'une suite discrète d'orbites circulaires autour du proton fixe dans l'espace. Sur chacune de ces orbites, son moment cinétique est quantifié : $\|\vec{\sigma}\| = n \hbar$, où n est un entier et $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ (h constante de Planck).

Calculer, dans le cadre de ce modèle :

- le rayon r_n des orbites accessibles à l'électron, en fonction de n et d'une quantité r_0 ;
- les énergies E_n correspondantes, en fonction de n et d'une quantité E_0 .

Préciser les approximations effectuées et l'origine choisie pour les énergies ; exprimer r_0 et E_0 en fonction des constantes fondamentales q_e , m_e , h , ϵ_0 .

Application numérique : calculer les valeurs numériques de r_0 (en nanomètres) et de E_0 (en électronvolts).

Montrer que l'on peut écrire E_0 sous la forme $E_0 = \frac{1}{2} \alpha^2 m_e c^2$. Donner l'expression de α et calculer la valeur numérique de $\frac{1}{\alpha}$.

Montrer que l'on peut écrire r_0 sous la forme $r_0 = \frac{\lambda_c}{\alpha}$ et donner l'expression de λ_c . Que représente physiquement λ_c ?

Calculer la vitesse v_0 de l'électron sur l'orbite fondamentale et donner la valeur numérique de $\frac{v_0}{c}$ (c : vitesse de la lumière dans le vide). Conclusion ?

3. Conséquences des relations de Heisenberg.

3.1. Montrer que la relation d'incertitude de Heisenberg position-impulsion :

$$\Delta r \cdot \Delta p_r \geq \hbar$$

conduit à rejeter l'image des orbites du modèle semi-classique précédemment décrit. Pour cela, on se demandera quelles relations devraient exister entre r et Δr , p_r et Δp_r pour que la notion de trajectoire continue à avoir un sens et l'on cherchera à quelle inégalité ces considérations conduisent dans le modèle précédent.

3.2. Montrer que la relation d'incertitude ci-dessus permet néanmoins d'expliquer la stabilité de l'atome d'hydrogène et d'évaluer le rayon r_0 et l'énergie E_0 de l'état fondamental. Pour cela, on écrira la valeur de l'énergie totale de l'électron de l'atome d'hydrogène en fonction de r seulement en utilisant la relation d'incertitude et on en recherchera le minimum. Montrer que l'on retrouve les valeurs de E_0 et r_0 obtenues en V.2.

- 3.3. Appliquer le même raisonnement au cas d'un électron se déplaçant dans un potentiel central décrit par une énergie potentielle $U(r) = -\frac{K}{r^2}$. Déterminer la valeur critique K_c de K telle que, pour $K \neq K_c$, l'électron tombe sur le centre de forces ou s'éloigne à l'infini. Décrire brièvement ce qui se passe pour $K < K_c$; $K = K_c$; $K > K_c$.

Montrer qu'un tel potentiel peut représenter l'interaction d'un électron avec un dipôle de moment dipolaire D et donner alors l'expression de K . Que se passe-t-il lors de l'interaction d'électrons lents avec des molécules :

- de HCl ($D = 0,35 \cdot 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m}$);
- de H₂O ($D = 10^{-29} \text{ C} \cdot \text{m}$).

4. Diagrammes de niveaux.

La théorie quantique permet de calculer les niveaux d'énergie successifs de l'électron de l'atome d'hydrogène, que l'on peut écrire sous la forme : $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$, $n = 1, 2, 3, \dots$. Chaque « couche électronique » caractérisée par une valeur de n comporte n « sous-couches » caractérisées par un nombre quantique l pouvant varier de 0 à $n - 1$. Chaque « sous-couche » comporte $2l + 1$ états distincts correspondant à $2l + 1$ valeurs d'un nombre quantique m pour l fixé.

Que représentent m et l ?

Quelle est la dégénérescence totale du niveau d'énergie E_n ?

Représenter sur un diagramme en énergie la position des niveaux d'énergie de $n = 1$ à $n = 4$ pour $l = 0$ (états s), $l = 1$ (états p), $l = 2$ (états d), $l = 3$ (états f).

Chaque valeur de l correspondra à une colonne du diagramme.

5. Spectre de l'atome d'hydrogène.

- 5.1. Dans le spectre de l'atome d'hydrogène figure une série de raies célèbres, la série de Balmer, correspondant aux transitions ns vers l'état $2p$.

Représenter les transitions correspondantes par des flèches sur le diagramme précédent. Donner la formule littérale permettant de calculer la longueur d'onde λ du rayonnement correspondant à ces transitions et calculer numériquement λ pour les raies du diagramme. Dans quel domaine du spectre électromagnétique ces raies se situent-elles ? Quelle est la plus courte longueur d'onde possible dans cette série ?

Calculer aussi la longueur d'onde λ_1 de la raie de plus basse énergie de la série de Lyman qui correspond à la transition $2p \rightarrow 1s$. Dans quel domaine du spectre électromagnétique se situe la série de Lyman ?

- 5.2. Quelles différences observera-t-on entre le spectre de l'hydrogène et celui du deutérium ? Justifier votre réponse et effectuer une application numérique.

6. Notion de fonction d'onde.

Introduire brièvement la notion de fonction d'onde d'espace $\Psi_{nlm}(r, \theta, \varphi)$ et la probabilité de présence pour l'électron d'un atome monoélectronique. On n'introduira cette notion que de façon descriptive, en soulignant comment la symétrie sphérique du problème conduit à utiliser les nombres quantiques n, l, m .

7. Présentation d'une expérience : spectre de l'hydrogène atomique.

Vous effectuez devant une classe :

- a. la projection sur un écran,
- b. l'enregistrement

du spectre de Balmer de l'hydrogène.

L'établissement où vous enseignez dispose du matériel dont la liste est donnée en annexe C.

7.1. Indiquer quels éléments de cette liste vous sont nécessaires pour réaliser a et b.

Justifier la réponse chaque fois qu'un choix entre deux dispositifs, deux appareils ou deux composants est possible. Donner les schémas détaillés des deux montages à réaliser. Décrire les réglages à effectuer dans chaque cas.

7.2. Pourrait-on, à l'aide du matériel figurant sur la liste, observer la différence entre le spectre de Balmer de l'hydrogène et du deutérium ? On utilisera les résultats numériques du V.5.2. Si la réponse est négative, quel dispositif permettrait d'observer cette différence ?

N.B. L'ensemble des constantes physiques et données numériques nécessaires pour l'ensemble de l'épreuve figure en Annexe B.

ANNEXE A

**Extrait du programme de sciences physiques, partie physique,
des classes de mathématiques supérieures**

(BO de l'Éducation nationale n° 33 du 24 septembre 1987)

J. 2410-C

ANNEXE B

Constantes physiques et données numériques

$G = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{kg}^{-2}$: constante de la gravitation.

$\epsilon_0 = 8,8 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$: permittivité du vide.

$m_p = 1,6 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$: masse du proton.

$m_e = 9 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$: masse de l'électron.

$|q_e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$: valeur absolue de la charge de l'électron.

$M_T = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$: masse de la Terre.

$R_T = 6,4 \cdot 10^6 \text{ m}$: rayon de la Terre.

$M_S = 2 \cdot 10^{30} \text{ kg}$: masse du Soleil.

$R_S = 7 \cdot 10^8 \text{ m}$: rayon du Soleil.

$M_L = M_T/80$: masse de la Lune.

$R_L = 1,7 \cdot 10^6 \text{ m}$: rayon de la Lune.

$R = 8,32 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$: constante des gaz parfaits.

$h = 6,64 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$: constante de Planck.

$c = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$: vitesse de la lumière dans le vide.

$N_A = 6 \cdot 10^{23}$: nombre d'Avogadro.

$M_{H_2} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$: masse molaire de l'hydrogène.

$M_{O_2} = 32 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{mol}^{-1}$: masse molaire de l'oxygène.

ANNEXE C

Liste de matériel

- 1 lampe à hydrogène.
- 1 lampe à deutérium.
- 1 lampe au mercure.
- 1 lampe quartz-iode.
- Fentes réglables.
- Diaphragmes à iris.
- 1 lentille convergente $f = 10$ cm.
- 1 lentille convergente $f = 20$ cm.
- 1 lentille convergente $f = 30$ cm.
- 1 lentille convergente $f = 1$ m.
- 1 lentille divergente $f = 30$ cm.
- 1 condensateur $f = 10$ cm.
- 1 prisme simple en quartz.
- 1 prisme à vision directe en verre.
- 1 monochromateur à réseau.
- Jeux de fentes pour monochromateur : 0,25 mm, 0,5 mm, 1,25 mm, 2,5 mm (deux fentes de chaque).
- 1 réseau 100 traits/mm, sur pied.
- 1 réseau 500 traits/mm, sur pied.
- 1 réseau 1 000 traits/mm, sur pied.
- 1 réseau 2 500 traits/mm, sur pied.
- 1 écran blanc.
- 1 écran au ZnS.
- 1 transformateur 220 V-1 500 V.
- 1 alimentation continue 0-30 V.
- 1 alimentation continue 0-1 500 V.
- 1 pile 90 V.
- 1 fibre optique.
- 1 banc à défilement.
- 1 enregistreur XY et X (t).
- 1 photomultiplicateur sensible dans le bleu.
- 1 photomultiplicateur « universel ».
- 1 photodiode au silicium.
- Boîtes de résistances $\times 10$, $\times 100$, $\times 10^3$, $\times 10^4$, $\times 10^5$, $\times 10^6$.
- 1 millivoltmètre continu.
- 1 millivoltmètre alternatif.
- 1 milliampèremètre continu.
- 1 milliampèremètre alternatif.
- Filtres de gélatine bleu, vert, jaune, rouge.

SESSION DE 1991

**concours interne
de recrutement de professeurs agrégés
et concours d'accès à l'échelle de rémunération**

section : sciences physiques

options : chimie
physique appliquée

composition avec exercices d'application

Durée : 5 heures

Calculatrice électronique de poche – y compris calculatrice programmable et alphanumérique à fonctionnement autonome, non imprimante – autorisée conformément à la circulaire n° 86-228 du 28 juillet 1986.

5 feuilles de papier millimétré pour chacune des options.

Aucun document n'est autorisé, notamment tableau périodique interdit.

*Les candidats doivent traiter le sujet
correspondant à l'option à laquelle ils sont inscrits*

Option : **CHIMIE**

PARTIE A

La première partie de ce problème constitue un ensemble de questions à choix multiple. Les règles sont les suivantes :

- la réponse correcte est toujours présente dans le choix proposé ;
- une seule réponse doit être fournie par question.

On fournira une justification la plus succincte possible (une à quelques lignes, une dizaine au maximum) du choix effectué. La réponse sera donnée sous la forme :

numéro de la question : choix (par exemple 10 : C, pour question numéro 10, réponse correcte C), suivi des commentaires.

Il est suggéré de consacrer une heure à cette partie, ce qui représentera également approximativement son poids relatif dans le barème.

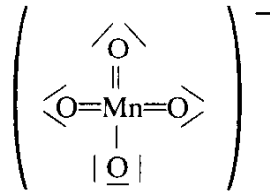
Les questions posées ne demandent en aucun cas de calculs importants. Toutes les questions sont indépendantes.

Structure de l'atome. Tableau périodique.

1. Parmi les éléments suivants Sc, Ru, W, Pb, Ge, lesquels font partie des métaux de transition :
A : tous les éléments cités sont des métaux de transition ;
B : Sc, Ru, W, Pb ;
C : aucun élément cité n'est un métal de transition ;
D : Pb, Ge ;
E : Sc, Ru, W.
2. La configuration électronique de l'atome de chrome ($Z = 24$) dans l'état fondamental est :
A : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^6$;
B : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^1 3d^5$;
C : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 3d^4$;
D : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 4s^2 4p^4$;
E : $1s^2 2s^2 2p^4 3s^2 3p^4 4s^2 3d^8$.
3. Dans la série Li, Be, B, C, N, O, F l'électronégativité évolue de Li à F de la façon suivante :
A : ne varie pas car on reste sur une même ligne du tableau périodique ;
B : augmente car le rayon de l'atome augmente ;
C : diminue car la constante d'écran augmente ;
D : augmente car Z augmente et on reste sur une même ligne du tableau périodique.
E : ne présente pas une variation monotone.

Liaison chimique.

4. La formule ci-dessous de l'anion permanganate où figurent tous les électrons des couches de valence est-elle représentée correctement ?



- A : non, la formule ci-dessus représente MnO_4^{3-} .
 A : non, la formule ci-dessus représente MnO_4^- .
 C : oui, la formule ci-dessus est correcte.
 D : non, car on ne peut pas décrire en représentation de Lewis un atome possédant des orbitales *d*.
 E : non, l'ion permanganate possède une autre formule brute.

5. Parmi les composés suivants lesquels sont aromatiques ?

fulvène **1**, imidazole **2**, furanne **3**, pyridine **4**, quinone **5**, anion cycloheptatriényle **6**, cation cyclopentadiényle **7**, benzène de Dewar **8**, hexatriène **9**.

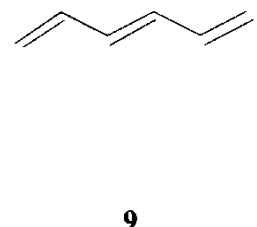
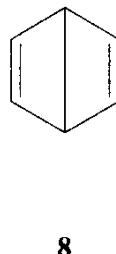
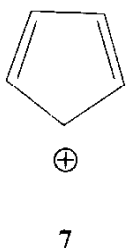
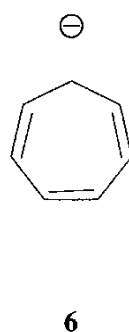
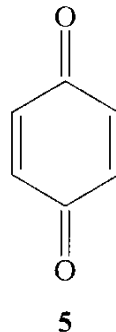
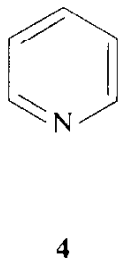
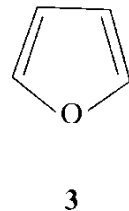
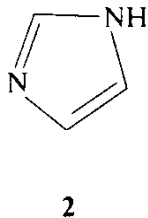
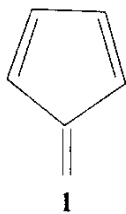
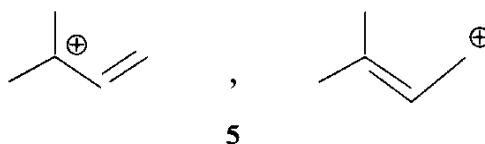
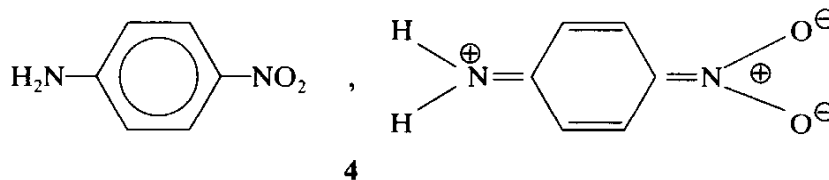
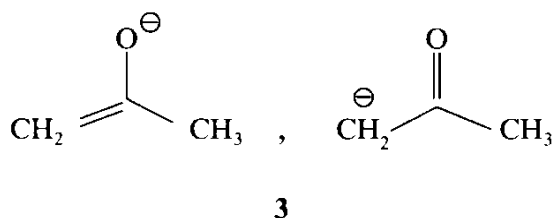
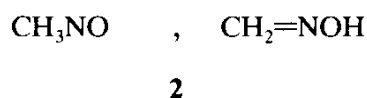
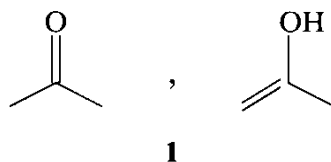


Schéma 1

- A : aucun de ces composés n'est aromatique.
 B : fulvène, pyridine, hexatriène.
 C : imidazole, furanne, pyridine.
 D : tous ces composés sont aromatiques.
 E : anion cycloheptatriényle, cation cyclopentadiényle, benzène de Dewar.

6. Parmi les couples suivants précisez la relation de tautomérie ou de mésomérie : acétone, énol de l'acétone **1** ; nitroène, oxime **2** ; énolate C=C, énolate C=O **3** ; para-amino nitrobenzène forme benzène, forme quinone **4** ; cation prényl carbocation primaire, carbocation tertiaire **5**.



- A : tous ces couples présentent une isométrie différente de la tautomérie ou de la mésomérie.
 B : tous ces couples présentent une relation de tautomérie.
 C : tous ces couples présentent une relation de mésomérie.
 D : mésomère : énolate, cation prényl para-amino nitrobenzène ; tautomère : acétone, nitroène.
 E : tautomère : énolate, cation prényl para-amino nitrobenzène ; mésomère : acétone, nitroène.

Thermodynamique.

7. On mélange, à température T et pression P constantes, des volumes égaux V de gaz parfaits différents G_1 (n mole) et G_2 , chimiquement inertes, le système étant isolé. La variation d'entropie ΔS entre l'état initial et l'état final est :

A : $2 \cdot n \cdot R$.

B : $-2 \cdot n \cdot R$.

C : 0.

D : $2 \cdot n \cdot R \cdot \ln 2$.

E : ne peut pas être calculée.

8. Dans la transformation décrite à la question 7 précédente, parmi les grandeurs ΔU , ΔH et ΔG lesquelles sont nulles :

A : elles sont toutes nulles.

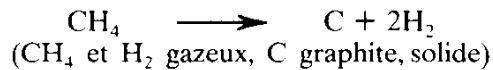
B : ΔU nul, ΔH et ΔG non nuls.

C : ΔU et ΔH nuls, ΔG non nuls.

D : aucune n'est nulle.

E : ΔG nul, ΔU et ΔH sont tous non nuls.

9. On effectue la réaction de craquage du méthane à T et P constantes à partir de CH_4 (seul constituant présent initialement).



La variance calculée par la règle de Gibbs est :

A : 2 (3 constituants, 1 équilibre chimique, 2 paramètres physiques, 2 phases).

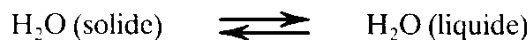
B : 3 (3 constituants, 1 équilibre chimique, 2 paramètres physiques, 1 phase).

C : 1 car on impose une relation entre les paramètres en partant de CH_4 seul.

D : 0 car la pression et la température n'influent pas sur cet équilibre.

E : 4 (3 constituants, 1 équilibre chimique, pression, température).

10. On considère la réaction :



On se propose de comparer les potentiels chimiques des deux phases [que l'on notera μ_{phase} (température)] aux trois températures suivantes : 0°C , $+1^\circ\text{C}$, -1°C , sous une pression de une atmosphère.

A : tous les potentiels chimiques sont égaux aux trois températures tant que les deux constituants sont présents.

B : à 0°C les deux potentiels sont égaux ; on ne peut rien conclure aux deux autres températures.

C : $\mu_s(-1) < \mu_l(-1)$; $\mu_s(0) = \mu_l(0)$; $\mu_s(+1) > \mu_l(+1)$.

D : $\mu_s(-1) > \mu_l(-1)$; $\mu_s(0) = \mu_l(0)$; $\mu_s(+1) < \mu_l(+1)$.

E : $\mu_s(-1) > \mu_s(0) > \mu_s(+1)$; $\mu_l(-1) > \mu_l(0) > \mu_l(+1)$.

11. On considère une solution non idéale en équilibre avec sa vapeur et contenant deux constituants A et B (on admettra que la vapeur se comporte comme un mélange gazeux idéal). On considère les activités a_A et a_B et les coefficients d'activité γ_A et γ_B des composés A et B dans la solution :
- pour A, la référence est A pur (pression de vapeur saturante de A pur : 0,471 bar) ;
 - pour B, la référence est B infiniment dilué (coefficient de Henry de B : 0,690 bar).

Pour le système étudié on donne :

- composition de la solution $x_A = 0,63$;
- composition de la vapeur $P_A = 0,319$ bar, $P_B = 0,164$ bar ;

Les valeurs de a_A , a_B , γ_A et γ_B sont :

- A : $a_A = 0,63$; $a_B = 0,37$; $\gamma_A = 1,000$; $\gamma_B = 1,000$; par définition des activités et des coefficients d'activité ;
- B : $a_A = 0,677$; $a_B = 0,238$; $\gamma_A = 1,075$; $\gamma_B = 0,642$;
- C : les données sont insuffisantes pour calculer les coefficients demandés ;
- D : $a_A = 1,746$; $a_B = 4,207$; $\gamma_A = 2,343$; $\gamma_B = 11,370$;
- E : $a_A = 0,506$; $a_B = 0,443$, $\gamma_A = 0,803$; $\gamma_B = 1,197$;

12. On envisage le dispositif expérimental suivant : une pile Daniell est placée dans un calorimètre et débite dans une résistance placée dans un deuxième calorimètre. On admettra que la résistance externe est très grande devant la résistance interne de la pile. On effectue l'expérience sur une pile constituée d'une mole de CuSO_4 et d'une mole de zinc, à température et pression constantes, pendant un intervalle de temps court durant lequel la force électromotrice de la pile ne varie pas. Quelles sont les valeurs thermodynamiques accessibles à partir des mesures effectuées dans chacun des calorimètres ? On appellera c le nombre de Faraday échangé ($c \ll 1$), $Q(\text{pile})$ et $Q(\text{résistance})$ les chaleurs (en valeurs absolues) mesurées respectivement dans le calorimètre contenant la pile et dans celui contenant la résistance.

- A : $c \cdot \Delta H = - Q(\text{pile})$; $c \cdot \Delta G = - Q(\text{résistance})$;
- B : $c \cdot \Delta H^\circ = - Q(\text{pile})$; $c \cdot \Delta G^\circ = - Q(\text{résistance})$;
- C : $c \cdot \Delta H = Q(\text{pile})$; $c \cdot \Delta G = Q(\text{résistance})$;
- D : $\Delta H = - Q(\text{pile})$; $\Delta G = - Q(\text{résistance})$;
- E : $c \cdot \Delta G = - (Q(\text{résistance}) + Q(\text{pile}))$;

Réactions en solution aqueuse.

13. Comparer les conductivités des solutions aqueuses, toutes de même concentration $10^{-2} \cdot \text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$, des composés suivants :

a : HCl; b : $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$; c : NaCl; d : KCl; e : EtOH.

- A : $\gamma_a > \gamma_b > \gamma_c > \gamma_d > \gamma_e$;
- B : $\gamma_a > \gamma_c > \gamma_d > \gamma_b > \gamma_e$;
- C : $\gamma_a > \gamma_d > \gamma_c > \gamma_b > \gamma_e$;
- D : on ne peut pas conclure car l'ordre relatif dépend de la concentration ;
- E : $\gamma_a < \gamma_c < \gamma_d < \gamma_b < \gamma_e$;

14. On prépare une solution en introduisant 0,1 mole de $\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$ et 0,05 mole de Na_2S dans de l'eau et en complétant à 100 ml.

($\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}$: $\text{pK}_a = 4,8$; H_2S : $\text{pK}_{a1} = 7,0$ et $\text{pK}_{a2} = 13,0$). Le pH de cette solution est de :

- A : $\text{pH} = 7,0$;
- B : $\text{pH} = 4,8$;
- C : $\text{pH} = 5,9$;
- D : $\text{pH} = 10$;
- E : $\text{pH} = 8,9$.

15. Il suffit d'introduire un excès (par rapport à la stœchiométrie) d'ion cyanure de l'ordre de 10^{-3} mole dans un litre d'une solution contenant 0,1 mole de AgI ($K_s = 10^{-16}$) pour que le précipité disparaisse. La constante de formation $K_f(\text{Ag}(\text{CN})_2^-)$ est donc de l'ordre de :

- A : 10^{-8} ;
- B : 10^{+8} ;
- C : 10^{+16} ;
- D : 10^{-18} ;
- E : 10^{+20} .

16. On considère la pile suivante constituée de deux compartiments reliés par un pont salin :

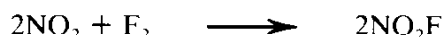
- compartiment A : électrode de platine ; $[\text{Fe}^{3+}] = 0,2 \cdot \text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$; $[\text{Fe}^{2+}] = 0,1 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$;
- compartiment B : électrode de platine ; $[\text{Fe}^{3+}] = 0,1 \cdot \text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$; $[\text{Fe}^{2+}] = 0,2 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$;

On note la force électromotrice de la pile à l'instant initial E et les concentrations à l'équilibre (après que la pile a débité) en Fe^{3+} et Fe^{2+} : Ox_A , Red_A dans le compartiment A et Ox_B , Red_B dans le compartiment B. On prendra $(RT / \mathcal{F}) \cdot \ln 10 = 0,06$.

- A : $E = 0,036 \text{ V}$; pôle positif compartiment A ; $\text{Ox}_A = \text{Red}_A = \text{Ox}_B = \text{Red}_B = 0,15 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$.
- B : $E = 0,036 \text{ V}$; pôle positif compartiment A ; $\text{Ox}_A = \text{Red}_B = 0$ et $\text{Ox}_B = \text{Red}_A = 0,3 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$.
- C : les calculs nécessitent la connaissance de E° .
- D : $E = 0,018 \text{ V}$; pôle positif compartiment B ; $\text{Ox}_A = \text{Red}_A = \text{Ox}_B = \text{Red}_B = 0,15 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$.
- E : $E = 0,77 \text{ V}$; pôle positif compartiment A ; $\text{Ox}_A = \text{Red}_B = 0,1 \cdot \text{mol} \cdot \text{l}^{-1}$ et $\text{Ox}_B = \text{Red}_A = 0,2 \text{ mol} \cdot \text{l}^{-1}$.

Cinétique.

17. Une réaction dont l'équation bilan peut s'écrire :



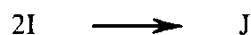
présente nécessairement par rapport à NO_2 et F_2 des ordres partiels :

- A : entiers ;
- B : entiers positifs ;
- C : respectivement 2 et 1 ;
- D : la seule donnée de l'équation bilan ne permet pas de conclure.
- E : respectivement 1 et 0.

18. Pour une réaction donnée on constate que la vitesse à 35°C est le double de sa valeur à 25°C . Quelle est l'énergie d'activation de cette réaction (supposée constante) dans cet intervalle de température ?

- A : $-53 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- B : $504 \text{ J} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- C : $53 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- D : $23 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$;
- E : elle ne peut pas être déterminée car on ne connaît pas le mécanisme de la réaction.

19. Pour la dimérisation d'un composé I en son dimère J, on a mesuré à 40 °C en solution dans l'éthanol la cinétique suivante :



t (min).....	0	40	80	120	160	240	300	420
I (mmol · dm ⁻³).....	68,0	50,2	40,3	33,1	28,4	22,3	18,7	14,5

- A : la réaction est d'ordre 2 par rapport à I ;
 B : la réaction est d'ordre 1 par rapport à I ;
 C : la réaction n'a pas d'ordre par rapport à I ;
 D : la réaction est d'ordre 1 par rapport à J ;
 E : la réaction est d'ordre 2 par rapport à I et d'ordre - 1 par rapport à J .

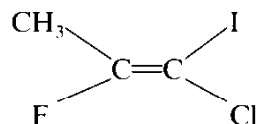
Chimie inorganique.

20. Les cristaux NaCl et MgO ont la même structure cristalline. Que peut-on prévoir pour les énergies réticulaires (définies positivement) ?
- A : $E(\text{NaCl}) = E(\text{MgO})$ car E ne dépend que de la structure cristalline ;
 B : $E(\text{NaCl}) > E(\text{MgO})$ car NaCl est plus ionique que MgO ;
 C : $E(\text{NaCl}) < E(\text{MgO})$ car les ions magnésium et oxygène sont divalents ;
 D : $E(\text{NaCl})$ et $E(\text{MgO})$ de l'ordre de $100 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$;
 E : $E(\text{NaCl})$ de l'ordre de $1\,000 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ mais $E(\text{MgO})$ de l'ordre de $100 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.
21. Les principales structures métalliques correspondent à des coordinances de :
- A : 6 (cubique à faces centrées), 8 (cubique centrée) ;
 B : les solides ont des structures non parfaites de coordinance moyenne fractionnaire ;
 C : 6 (cubique à faces centrées et hexagonale compacte), 8 (cubique centrée) ;
 D : 12 (cubique à faces centrées et hexagonale compacte), 8 (cubique centrée) ;
 E : 8 (cubique simple), 12 (hexagonale compacte, cubique centrée).
22. La non-stœchiométrie de FeO peut s'interpréter par l'existence de lacunes de fer ; la formule de FeO non stœchiométrique peut donc s'écrire avec $x < 0,01$:
- A : Fe_{1+x}O ;
 B : $\text{Fe}_{1-x}^{2+}\text{O}^{2-}$;
 C : $\text{Fe}_{1-x}^{2+}\text{Fe}_x^{3+}\text{O}^{2-}$;
 D : $\text{Fe}_{1-3x}^{2+}\text{Fe}_{2x}^{3+}(\text{lacune})_x\text{O}^{2-}$;
 E : $\text{Fe}^{2+}\text{O}_{1+x}^{2-}$.

Chimie organique.

23. A 25 °C, les proportions à l'équilibre entre les deux conformations les plus stables du méthylcyclohexane sont de 95 % et 5 %. Ces conformations sont :
- A : chaise 95 %, bateau 5 % ;
 B : configuration (R) 95 % ; configuration (S) 5 % ;
 C : chaise, méthyl équatorial 95 % ; chaise, méthyl axial 5 % ;
 D : méthyl syn, 95 % ; méthyl anti, 5 % ;
 E : bateau, méthyl axial 95 % ; bateau, méthyl équatorial, 95 % .

24. Le composé suivant est de configuration :



- A : cis ;
- B : E ;
- C : D ;
- D : trans ;
- E : érythro ;

25. Le stéréo-isomère (2S, 3S) du butane-2,3-diol est :

- A : chiral et optiquement actif ;
- B : non chiral et optiquement actif ;
- C : chiral et optiquement inactif ;
- D : non chiral et optiquement inactif ;
- E : achiral.

26. La réaction entre les composés suivants dans l'éther anhydre :



(en proportion de 1 mole pour 1 mole) conduit après hydrolyse à :

- A : PhH (0,5 mole) + CH₃OH (0,5 mole) + CH₃COPh (0,5 mole) ;
- B : CH₃COPh (1 mole) + CH₃OH (1 mole) ;
- C : PhH (1 mole) + CH₃COCH₂COOCH₃ (0,5 mole) + CH₃OH (0,5 mole) ;
- D : PhH (1 mole) + CH₃COOH (1 mole) + CH₃OH (1 mole) ;
- E : CH₃C(OH)(Ph)₂ (0,5 mole) + CH₃COOCH₃ (0,5 mole) + CH₃OH (0,5 mole).

27. Pour la réaction :



effectuée successivement dans les solvants suivants éthanol, éthanol/eau 50/50, eau pure, la vitesse :

- A : ne varie pas en fonction du solvant ;
- B : est la plus rapide dans le solvant le plus polaire, l'eau ;
- C : est plus rapide dans l'éthanol car il y a disparition de charge dans l'état de transition ;
- D : ne varie pas de manière prévisible ;
- E : passe par un maximum dans le mélange 50/50 ;

28. On effectue la nitration du tétrafluoroborate de phényltriméthylammonium (Me₃N⁺Ph, BF₄⁻) sans utiliser d'oléum. Le produit majoritaire obtenu est :

- A : trinité en ortho, para ;
- B : mononitré en para ;
- C : dinitré en ortho ;
- D : mononitré en méta ;
- E : n'est pas nitré sur le cycle aromatique mais sur une fonction méthyle.

Questions générales.

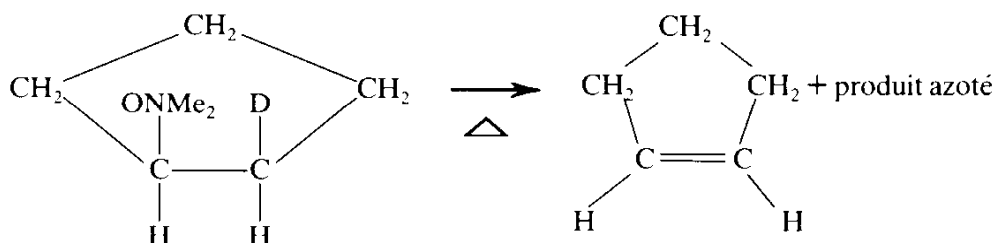
29. Les « pluies acides » sont dues principalement à la pollution par :
- A : les oxydes d'azote ;
 - B : les oxydes de soufre ;
 - C : l'acide chlorhydrique ;
 - D : l'acide phosphorique ;
 - E : l'accroissement de la concentration en dioxyde de carbone dans l'atmosphère.
30. Les « phosphates » sont polluants car :
- A : ils sont cancérogènes ;
 - B : ils provoquent l'eutrophisation des eaux ;
 - C : ils modifient le pH des eaux ;
 - D : ils provoquent la précipitation des ions carbonates ;
 - E : ils complexent les oligoéléments nécessaires à la vie.
31. Le « trou de la couche d'ozone » est dû aux fréons qui sont :
- A : une famille de polymères chlorés ;
 - B : une famille de dérivés du phénol ;
 - C : des analogues silylés des alcanes ;
 - D : des produits de décomposition des matières organiques d'origine pétrolière ;
 - E : une famille d'hydrocarbures volatils polyhalogénés (fluorés et chlorés principalement).
32. Les quasi-cristaux sont :
- A : des alliages métalliques dont la maille n'appartient pas aux réseaux de Bravais et n'assure pas un pavage de l'espace ;
 - B : des alliages mixtes entre composés organiques et métalliques ;
 - C : une autre terminologie pour les cristaux liquides ;
 - D : des alliages constitués de juxtaposition de mono-cristaux de petite taille ;
 - E : des alliages stables seulement à très basse température.
33. Les nouveaux supraconducteurs, ayant conduit à un prix Nobel récent, sont remarquables car :
- A : ils sont supraconducteurs à température ambiante ;
 - B : ce sont des composés organiques ;
 - C : ils sont supraconducteurs à la température de l'azote liquide et ont pour nom générique « YBaCuO » ;
 - D : ils sont supraconducteurs à la température de l'hélium liquide et produisent des champs magnétiques beaucoup plus intenses que ceux produits précédemment ;
 - E : ils sont encore moins résistants que les supraconducteurs connus précédemment.

PARTIE B

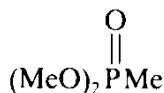
CHIMIE DE L'AZOTE ET CHIMIE DU PHOSPHORE

I. Liaisons formées par le carbone et l'azote dans les composés moléculaires ; conséquences sur la réactivité.

- I.1. I.1.a. Comparer la géométrie de la triméthylamine et de la triméthylphosphine.
 I.1.b. Discuter la basicité comparée de ces deux corps.
 I.1.c. La méthyléthylpropylamine peut-elle être dédoublée ?
 I.1.d. Même question pour la phosphine correspondante.
- I.2. I.2.a. Quel corps obtient-on en traitant la triméthylamine par l'iodure de méthyle ?
 I.2.b. Même question pour la triméthylphosphine.
 I.2.c. Des deux réactions précédentes laquelle est la plus rapide ? Pourquoi ? Donner un autre exemple d'évolution comparable de la réactivité.
- I.3. I.3.a. Les trihalogénures d'azote sont-ils stables ? Donner une préparation simple de NI_3 .
 I.3.b. Préciser la structure électronique des composés phosphorés (tels PCl_3) correspondants.
- I.4. I.4.a. Quel produit obtient-on en traitant PCl_3 par trois équivalents de méthanol dans la pyridine comme solvant ?
 I.4.b. Les produits azotés correspondants sont-ils connus ?
- I.5. I.5.a. Le sel K^+ , PF_6^- est un solide stable. Préciser la structure électronique de son anion.
 I.5.b. Peut-on envisager la même formule moléculaire avec l'azote NF_6^- ?
 I.5.c. Peut-on envisager de tenter la synthèse de l'anion NF_4^- ?
- I.6. I.6.a. Donner la structure électronique et la géométrie de l'oxyde de triméthylamine (Me_3NO) et de l'oxyde de triméthylphosphine (Me_3PO).
 I.6.b. Justifier les fréquences IR correspondantes ($\text{NO} : 950 \text{ cm}^{-1}$; $\text{PO} : 1300 \text{ cm}^{-1}$).
 I.6.c. Proposer un mécanisme pour la réaction suivante (réaction de Cope) :



- I.7. Le traitement du triméthylphosphite $(\text{MeO})_3\text{P}$ par une quantité catalytique d'iodure de méthyle conduit au méthyl phosphonate de méthyle $(\text{MeO})_2\text{POMe}$.



- I.7.a. Proposer pour cette réaction un mécanisme passant par l'intermédiaire d'un atome de phosphore tétravalent cationique.
- I.7.b. Que peut-on en conclure sur la stabilité relative des liaisons P—O et P=O ?
- I.8. Le traitement d'un alcool ROH dans le tétrachlorure de carbone en présence de triphénylphosphine conduit au chlorure RCl correspondant. La première étape de ce mécanisme consiste en la réaction de la phosphine sur le tétrachlorure de carbone pour donner une entité comportant un phosphore tétravalent cationique et l'anion $^-CCl_3$.
- I.8.a. Comparer la première étape de cette réaction avec la réaction vue en I.2.b. Quel facteur gouverne l'orientation de la réactivité selon l'une ou l'autre voie ?
- I.8.b. Proposer un mécanisme pour le passage de l'alcool au chlorure impliquant un phosphore pentavalent.
- I.8.c. Quels sont les sous-produits de cette réaction ?
- I.9. Donner la structure de Lewis (cette expression implique de mettre en évidence les paires liantes, non liantes, les lacunes et les électrons célibataires éventuels) des espèces suivantes :
- I.9.a. NO_3^- .
- I.9.b. NO_2^+ .
- I.9.c. NO_2^- .
- I.9.d. NO^+ .
- I.9.e. N_2 .
- I.9.f. N_2O .
- I.9.g. Montrer que la formule proposée pour l'ion NO_2^- permet de justifier l'existence du nitrométhane CH_3NO_2 et du nitrite de méthyle CH_3ONO .
- I.10. I.10.a. Donner les deux structures de Lewis de NO_2 , l'une comportant un électron célibataire localisé sur l'azote, l'autre un électron célibataire localisé sur l'oxygène.
- I.10.b. À partir des deux formes mésomères précédentes, proposer trois formules développées possibles pour le téroxyde de diazote (N_2O_4).
- I.11. Quelle géométrie la théorie « VSEPR » permet-elle de prévoir pour les trois composés suivants ?
- I.11.a. NO_2 .
- I.11.b. NO_2^+ .
- I.11.c. NO_2^- .
- I.12. Les phosphines ont la propriété d'arracher les atomes d'oxygène des groupements nitro pour conduire à des nitrènes :
- $$PhNO_2 + 2(Ph)_3P \longrightarrow PhN + 2(Ph)_3PO$$
- (le groupement nitrène est très actif, le composé obtenu PhN évolue ; cet aspect ne sera pas abordé ici).
- I.12.a. Donner la structure de Lewis du phénylnitrène.
- I.12.b. Justifier le nom de nitrène en comparant la structure ci-dessus à celle du carbène CH_2 .
- I.13. I.13.a. Quelle est la propriété géométrique remarquable du groupement amide ?
- I.13.b. Montrer que cette propriété permet d'expliquer la constatation expérimentale suivante : dans le N,N—diméthylformamide $(Me)_2NCHO$, les deux groupements méthyles apparaissent inéquivalents en RMN du proton.

- I.13.c. Écrire une forme mésomère qui permet de justifier cette propriété.
- I.13.d. Connaissez-vous des molécules biologiques pour lesquelles cette propriété a une influence fondamentale sur la conformation ?
- I.13.e. L'« hexaméthylphosphorotriamide » $((\text{Me})_2\text{N})_3\text{PO}$ est utilisé comme solvant en chimie. Quelle est sa propriété remarquable ? Donner un exemple de solvant qui ait des propriétés analogues.
- I.14. Discuter brièvement (une page maximum) les propriétés comparées de l'acide nitrique et de l'acide phosphorique.

II. Études mécanistiques de quelques réactions mettant en jeu l'azote et le phosphore en chimie organique.

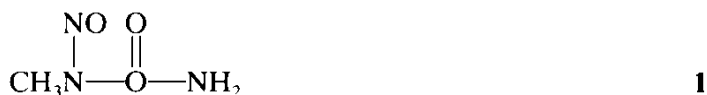
- II.1. On se propose d'écrire un mécanisme pour la réduction du nitrobenzène en aniline en présence d'un métal et d'un acide minéral protique. On admettra que les électrons sont transférés un par un et que l'on ne peut pas avoir dans les intermédiaires deux charges de même signe sur deux atomes adjacents.
- II.1.a. Combien d'électrons et de protons sont nécessaires pour réduire le nitrobenzène en aniline ?
- II.1.b. Proposer un mécanisme comprenant au moins autant d'étapes que le nombre total des protons et électrons échangés.
- II.1.c. Montrer que la réaction de certains des intermédiaires, entre eux ou avec des produits finaux, permet d'expliquer la formation de certains sous-produits [par exemple l'azobenzène ($\text{PhN}=\text{NPh}$)].
- II.2. La réaction de l'acétophénone (PhCOMe) avec l'hydroxylamine conduit à une oxime :
- II.2.a. Proposer un mécanisme pour cette réaction.
- II.2.b. Justifier que cette réaction présente la cinétique la plus rapide à un pH neutre.
- II.2.c. Combien d'isomères l'oxime obtenue présente-t-elle ? De quel type d'isomérisation s'agit-il ?
- II.2.d. Le phosphore conduit-il au même type de composés ?
- II.2.e. Connaissez-vous d'autres composés azotés susceptibles de réagir comme l'hydroxylamine avec une cétone ?
- II.3. Le traitement de l'oxime de la cyclohexanone en milieu acide sulfurique conduit à l' ϵ -caprolactame (transposition de Beckmann). La première étape de cette transposition consiste en la protonation du groupement OH, suivie de son départ sous forme d'une molécule d'eau neutre.
- II.3.a. Préciser la structure de Lewis de l'intermédiaire.
- II.3.b. Proposer un mécanisme pour cette réaction.
- II.3.c. À quoi peut servir le composé obtenu ?
- II.4. On traite la cyclohexanone par une amine secondaire, par exemple la diméthylamine, en milieu légèrement acide. Le produit obtenu, qui s'appelle une « énamine », a pour formule brute : $\text{C}_8\text{H}_{15}\text{N}$.
- II.4.a. Donner la formule développée de l'énamine précédente.
- II.4.b. Proposer un mécanisme pour sa formation. Le traitement de cette énamine par l'iodure de méthyle conduit après hydrolyse acide à la méthylcyclohexanone.
- II.4.c. Proposer un mécanisme réactionnel pour les deux phases de cette réaction (alkylation puis hydrolyse).
- II.4.d. Quel est l'avantage de ce mode opératoire en deux étapes par rapport à l'alkylation en milieu basique de la cyclohexanone ?
- II.5. Le traitement d'un ion cyanure par un électrophile (comme l'iodure de méthyle) peut conduire à deux types de composés suivant les conditions (la nature du cation en particulier) un nitrile CH_3CN ou un isonitrile CH_3NC .

- II.5.a. Donner une structure de Lewis pour CH_3CN .
 II.5.b. Donner une structure de Lewis pour CH_3NC .
 II.5.c. Donner les formules de Lewis permettant d'expliquer cette réactivité de l'ion cyanure.
 II.5.d. Connaissez-vous d'autres exemples d'une telle réactivité sur deux sites différents d'un nucléophile ?

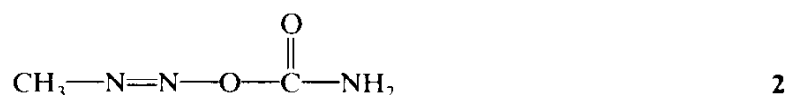
- II.6. Le « dicyclohexylcarbodiimide » **1** est souvent utilisé en synthèse organique comme agent d'activation doux lors de la synthèse de dérivés des acides carboxyliques. Ainsi le traitement du diméthylhydrogénophosphate $(\text{MeO})_2\text{POOH}$ par un équivalent de dicyclohexylcarbodiimide en présence de dodécane-1-ol ($\text{C}_{12}\text{H}_{26}\text{O}$) conduit au triester de l'acide phosphorique correspondant



- II.6.a. À quelle famille appartient le sous-produit azoté obtenu ?
 II.6.b. Écrire le bilan stœchiométrique de la réaction.
 II.6.c. Proposer un mécanisme réactionnel pour cette réaction.
 II.6.d. Donner d'autres exemples d'utilisation du « dicyclohexylcarbodiimide » **1** en synthèse organique.
- II.7. Le traitement de la N-nitroso-N-méthylurée **1** en milieu basique conduit au diazométhane CH_2N_2 diazométhane



- II.7.a. Proposer une formule de Lewis pour le diazométhane.
 II.7.b. Montrer que ce composé peut conduire au carbène CH_2 par perte d'azote N_2 .
 II.7.c. Le chlorure de l'acide benzoïque réagit avec un équivalent de diazométhane pour conduire à l' α -chloro acétophénone (PhCOCH_2Cl). Proposer un mécanisme pour cette réaction. Quel est le sous-produit obtenu ?
 II.7.d. La même réaction en présence de deux équivalents de diazométhane et d'un catalyseur (en général l'oxyde d'argent) conduit après hydrolyse à l'acide PhCH_2COOH (réaction de Arndt-Eistert). Sachant que la réaction passe par un intermédiaire carbénique, proposer un mécanisme pour cette réaction. Préciser les sous-produits obtenus.
 II.7.e. Sachant que la première étape de transformation de la N-nitroso-N-méthylurée **1** en diazométhane est une transposition conduisant au dérivé O-acétylé **2**



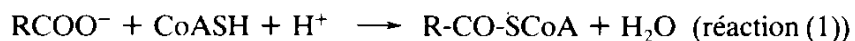
proposer un mécanisme pour cette réaction.

- II.8. Le traitement du chlorure de l'acide benzoïque par l'azoture de sodium (NaN_3) conduit à un composé de formule brute $\text{C}_7\text{H}_5\text{N}_3\text{O}$. Ce composé, par chauffage, perd de l'azote N_2 . Après hydrolyse on isole l'aniline.
- II.8.a. Donner la structure de Lewis de l'ion azoture.
 II.8.b. Écrire la formule développée du composé dont la formule brute est donnée.
 II.8.c. À quelle famille de dérivés azotés appartient l'intermédiaire ayant perdu N_2 ?
 II.8.d. Écrire un mécanisme pour l'étape de transposition (transposition de Curtius), puis pour l'étape d'hydrolyse conduisant à l'aniline.

- II.8.e. On peut également obtenir l'aniline en traitant la benzamide (PhCONH_2) par un équivalent de brome en milieu légèrement basique, suivi d'un traitement en milieu plus fortement basique. Sachant que la première étape conduit par oxydation du groupement NH_2 à un dérivé de formule ($\text{C}_7\text{H}_6\text{BrNO}$), proposer un mécanisme pour cette réaction (dégradation d'Hofmann).
- II.8.f. Montrer que la transposition de Curtius et la dégradation d'Hofmann ont un intermédiaire commun.
- II.9. Le traitement du tétrafluoroborate de tétraméthylphosphonium $(\text{Me})_4\text{P}^+$, BF_4^- par une base forte (telle que MeLi) dans un solvant aprotique (comme le benzène) conduit à une espèce neutre stable de formule brute $\text{C}_4\text{H}_{11}\text{P}$, avec précipitation du sel LiBF_4 et dégagement de méthane.
- II.9.a. Montrer que le composé obtenu (appelé « ylure ») peut être décrit sous deux formes mésomères, l'une ne faisant pas apparaître de charge, l'autre en faisant apparaître.
- II.9.b. Si on fait réagir cet ylure avec le benzaldéhyde en quantité stœchiométrique, on obtient le styrène ($\text{PhCH}=\text{CH}_2$). Quel est le sous-produit phosphoré obtenu ?
- II.9.c. Proposer un mécanisme pour cette réaction (réaction de Wittig).
- II.9.d. Si on essaie de faire la même réaction entre le tétrafluoroborate de tétraméthylammonium ($(\text{Me})_4\text{N}^+$, BF_4^-) et le méthyllithium, on n'isole pas un composé de type ylure mais la diméthyléthylamine. En admettant que l'on passe par un ylure ($\text{C}_4\text{H}_{11}\text{N}$) intermédiaire, proposer un mécanisme pour cette transposition (réarrangement de Stevens).
- II.9.g. Justifier la stabilité comparée des ylures d'azote et de phosphore.

III. Quelques propriétés du groupement phosphate et leurs conséquences en biologie.

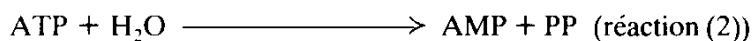
- III.1. On a l'habitude de dire que l'enchaînement P-O-P présent dans les pyrophosphates est « riche en énergie ».
- III.1.a. Que signifie cette expression ?
- III.1.b. Donnez un exemple de composé naturel présentant cet enchaînement.
- III.1.c. Quel est l'analogue en synthèse organique de ce type d'activation ?
- III.2. Lors de leur oxydation cellulaire, les acides gras sont activés par réaction avec le coenzyme A, qui porte un groupement thiol -SH et qui sera noté CoASH. La réaction est catalysée par une enzyme :



La constante d'équilibre est $K_1 = 3,4 \cdot 10^{-6}$. Cette valeur correspond aux conventions des biologistes pour le choix de l'état standard : $\text{pH} = 7$ et $T = 25^\circ\text{C}$; on notera ΔG^0 les enthalpies libres standard correspondant à cet état standard. Ces conditions de pH et de température seront supposées maintenues dans toutes les questions suivantes.

- III.2.a. Calculer la variation d'enthalpie libre standard ΔG^0 associée à la réaction (1).
- III.2.b. Cette réaction est-elle thermodynamiquement possible à $\text{pH} = 7,0$ dans les conditions standard biologiques ?

En fait la réaction précédente est couplée avec l'hydrolyse de l'adénosine-triphosphate (notée ATP) en adénosine-monophosphate (notée AMP) et pyrophosphate (noté PP) :



La variation d'enthalpie libre standard associée à cette hydrolyse est de $\Delta G^0 = -33,1 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

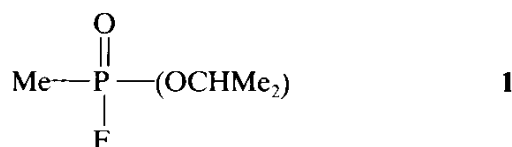
- III.2.c. Écrire la réaction globale (3) résultant des couplages des réactions (1) et (2).

- III.2.d. Cette réaction globale (3) est-elle thermodynamiquement possible dans les conditions standard biologiques ?
- III.2.e. Calculer la constante d'équilibre K_3 de la réaction (3).
- III.3. L'expérience montre que les ions fluorures, inhibiteurs de la réaction d'hydrolyse du pyrophosphate (noté P) [réaction (4)], inhibent également la formation de RCOSCoA. On peut donc envisager que l'hydrolyse du pyrophosphate écrite symboliquement :

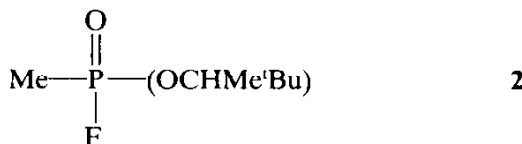


est couplée aux réactions (1) et (2). La variation d'enthalpie libre standard associée à (4) est $\Delta G_4^{\circ'} = -33,4 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$.

- III.3.a. Écrire la réaction résultante du couplage de (1), (2) et (4).
- III.3.b. Montrer que dans ces conditions la formation de R-CO-SCoA est quasiment totale.
- III.4. On se propose dans les questions suivantes d'étudier l'influence de la chiralité des groupements phosphates sur des réactions biochimiques.
- III.4.a. Justifier le fait que le monophosphate $\text{ROP}^{16}\text{O}^{17}\text{O}^{18}\text{O}^{2-}$ (où R représente un groupement alkyle) peut être dédoublé en deux énantiomères.
- III.4.b. Combien de stéréoisomère(s) présente le sarin **1** (qui est un gaz de combat) ?

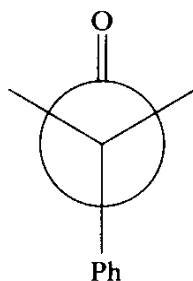


- III.4.c. Même question pour le somman **2** (un autre gaz de combat)

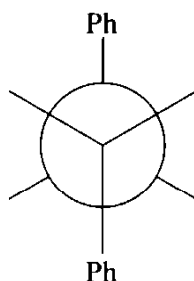


- III.4.d. Si ces composés présentent des stéréoisomères, ceux-ci ont-ils à priori des activités biologiques identiques ou différentes ?
- III.4.e. Connaissez-vous des exemples de composés dont les stéréoisomères ont des activités biologiques différentes ?
- III.5. À partir de l'acide mandélique ($\text{PhCHOHCO}_2\text{H}$) de configuration S on effectue la suite de réactions suivante :
- (on admettra que la fonction acide phosphorique $(\text{RO})_2\text{POOH}$ a la même réactivité que la fonction acide carboxylique RCOOH)
- étape 1 :** $\text{PhCH(OH)CO}_2\text{H} + 3\text{PhLi} \longrightarrow \text{PhCHOHCOPh}$
(après hydrolyse en milieu légèrement acide);
- étape 2 :** $\text{PhCH(OH)COPh} + \text{CH}_2(\text{OH})\text{CH}_2\text{OH} \longrightarrow \text{B} + \text{X}$
(en présence de traces d'acide paratoluènesulfonique; X est éliminé par entraînement azéotropique avec le benzène);
- étape 3 :** $\text{B} + \text{H}_2^{18}\text{O} \longrightarrow \text{C} + \text{CH}_2(\text{OH})\text{CH}_2\text{OH}$
(en présence de traces d'acide paratoluènesulfonique);
- étape 4 :** $\text{C} + \text{NaBH}_4 \longrightarrow \text{D}$
(après hydrolyse en milieu légèrement acide; la réaction est stéréospécifique; le composé obtenu est le composé érythro);
- étape 5 :** $\text{D} + \text{P}^{17}\text{OCl}_3 \longrightarrow \text{E} + 2\text{HCl}$
(en présence de pyridine);
- étape 6 :** $\text{E} + \text{ROH} \longrightarrow \text{F} + \text{HCl}$
(on obtient le composé où le groupement OR est cis par rapport aux deux phényles);
- étape 7 :** $\text{F} + \text{H}_2 \longrightarrow \text{PhCH}_2\text{CH}_2\text{Ph} + \text{ROP}^{16}\text{O}^{17}\text{O}^{18}\text{OH}_2$
(on admettra que la déprotection n'affecte pas les liaisons phosphore-oxygène).

Compléter la projection de Newmann présentée pour l'acide mandélique de configuration S.



- III.6. III.6.a. Aurait-on obtenu lors de la première étape les mêmes produits en utilisant le bromure de phényl magnésium au lieu du phényllithium ?
- III.6.b. Justifier le nombre d'équivalents de phényllithium nécessaire.
- III.6.c. Quel solvant peut-on utiliser pour réaliser cette transformation ?
- III.6.d. Connaissez-vous une autre méthode pour réaliser cette transformation ?
- III.7. III.7.a. Quel est le produit X formé lors de l'étape 2 ?
- III.7.b. Quel est le rôle de l'entraînement azéotropique par le benzène ? Expliquer succinctement son principe en utilisant un diagramme binaire.
- III.8. Proposer un mécanisme pour l'étape 3.
- III.9. III.9.a. Proposer une équation-bilan pour la destruction de NaBH_4 par l'eau en milieu légèrement acide.
- III.9.b. Proposer un solvant pour la réaction de réduction par le borohydure de sodium.
- III.9.c. Donner un autre réducteur susceptible d'effectuer cette transformation.
- III.9.d. Compléter la projection de Newmann présentée pour le composé érythro obtenu dans l'étape 4.



- III.10. III.10.a. Proposer une synthèse de $\text{P}^{17}\text{OCl}_3$ à partir de H_2^{17}O et de tout réactif minéral nécessaire.
- III.10.b. Donner la structure du produit E obtenu.
- III.10.c. Même question pour le produit F. On montrera clairement sa stéréochimie par un dessin en perspective cavalière.
- III.11. III.11.a. Montrer que le phosphate G obtenu dans l'étape 7 est chiral.
- III.11.b. On considère le tétraèdre formé par les quatre oxygènes du phosphore. On regarde dans la direction opposé à l'oxygène lié au groupement R. Quel est le sens de rotation des atomes ^{16}O , ^{17}O , ^{18}O du phosphate G obtenu ?
- III.11.c. En admettant que les règles pour désigner les composés R ou S sont les mêmes que dans le cas d'un centre chiral carboné, donner la configuration de l'atome de phosphore dans le composé obtenu.
- Avec ce type de phosphates chiraux on a pu montrer que certaines enzymes catalysent la réaction de transfert du groupement phosphate avec rétention de configuration, d'autres avec inversion.

IV. Un exemple de réaction oscillante.

On se propose d'étudier dans cette partie un exemple de réaction oscillante.

IV.1. On considère un système d'enthalpie libre initiale G_i évoluant spontanément à pression et température constantes vers un état final d'enthalpie libre G_f . Ce système est le siège d'une réaction chimique.

IV.1.a. Tracer sur un graphe un chemin représentant la variation de G en fonction du temps dans le cas où les concentrations varient de façon monotone.

IV.1.b. Tracer, sur un deuxième graphe, un chemin représentant une variation de l'enthalpie libre dans le cas d'une réaction présentant des oscillations.

IV.1.c. Toujours dans le cas d'une réaction présentant des oscillations, tracer une variation d'enthalpie libre interdite et expliquer pourquoi.

IV.2. Les produits de la réaction d'oxydation de l'hydroxylamine par le périodate de sodium (NaIO_4) en solution aqueuse dépendent des proportions des réactifs :

- dans des conditions approximativement stœchiométriques, les produits obtenus sont le monoxyde de diazote (N_2O) et l'ion iodure (réaction 1);
- en présence d'un large excès de périodate, les produits obtenus sont l'ion nitrate (NO_3^-) et l'ion iodate (IO_3^-) (réaction 2).

IV.2.a. Écrire les équations bilans de ces deux réactions.

IV.2.b. Préciser combien d'électrons sont échangés dans les deux cas.

IV.2.c. Donner la structure de Lewis de l'ion iodate et de l'ion périodate.

Les produits formés dans les réactions 1 et 2 peuvent réagir entre eux :

- l'iodate peut oxyder l'hydroxylamine; les produits obtenus sont l'ion nitrite et l'ion iodure (réaction 3);
- la réaction entre l'ion iodate et l'ion iodure conduit à la formation d'iode (réaction 4);
- l'ion iodure peut réagir avec l'ion nitrite; les produits obtenus sont le monoxyde d'azote et l'iode (réaction 5);
- l'ion nitrite peut réagir avec l'hydroxylamine; le produit obtenu est le monoxyde de diazote (N_2O) (réaction 6).

IV.2.d. Écrire les équations bilans de ces quatre réactions et préciser combien d'électrons sont échangés dans chaque cas.

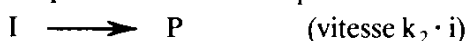
IV.3. Montrer qu'il faut rajouter des réactions pour expliquer l'équation-bilan de la transformation 1 à partir des étapes 2 à 6, sachant que toutes celles-ci se produisent. Proposer des exemples de telles réactions.

IV.4. On se propose d'étudier le schéma mécanistique suivant pour la transformation d'une substance S en produit P . I représente un intermédiaire réactionnel et D provient de la dégradation du produit. Pour simplifier les notations, on notera la concentration d'une espèce par la lettre minuscule correspondante.

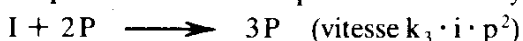
Étape 1 : formation de l'intermédiaire



Étape 2 : formation du produit non catalysée



Étape 3 : formation du produit auto-catalysée



Étape 4 : destruction du produit



IV.4.a. Connaissez-vous un exemple de réaction autocatalysée ?

IV.4.b. Exprimer ds/dt , di/dt et dp/dt .

Pour simplifier le traitement on admet que la concentration en substrat reste constante au cours du temps (valeur s_0)

- IV.5. On se propose dans un premier temps de déterminer les solutions dans le cas où l'hypothèse de l'état stationnaire peut s'appliquer à l'intermédiaire I et au produit P.
- IV.5.a. Déduire de la question précédente la concentration du produit (notée p_{st}) dans l'hypothèse de l'état stationnaire. Quelle est la relation entre p_{st} et s_0 ?
- IV.5.b. Calculer la concentration intermédiaire (notée i_{st}) dans l'hypothèse de l'état stationnaire.
- IV.5.c. Montrer que la concentration i_{st} passe un maximum en fonction de s_0 .
- IV.5.d. Calculer la concentration en substrat s_M correspondant au maximum de i_{st} , et la concentration maximale i_{stM} correspondante.
- IV.5.e. Tracer qualitativement i_{st} et p_{st} en fonction de s_0 .
- IV.5.f. Calculer la valeur en substrat, notée s_E , pour laquelle $i_{st} = p_{st}$; en déduire les valeurs de i_{stE} et p_{stE} .

- IV.6. On se propose d'étudier la stabilité des solutions précédentes vis-à-vis des fluctuations. On abandonne bien sûr l'hypothèse de l'état stationnaire.

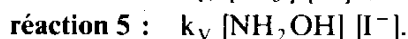
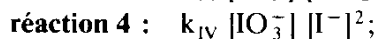
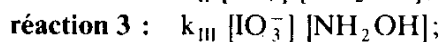
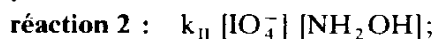
- IV.6.a. Justifier qualitativement que la solution précédente est stable si :

$$\frac{\partial}{\partial i} \left(\frac{di}{dt} \right) < 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{dn}{dt} \right) < 0.$$

On admettra que l'état stationnaire perd sa stabilité si la somme des deux dérivées précédentes devient positive; cette propriété est vérifiée dans un domaine de valeurs de s_0 . Ce domaine est délimité par les valeurs de s_0 qui annulent la somme des dérivées.

- IV.6.b. Donner l'expression de la somme des dérivées en fonction de i et p .
- IV.6.c. En admettant qu'aux bornes du domaine l'hypothèse de l'état stationnaire s'applique, donner l'expression de cette somme en fonction de s_0 .
- IV.6.d. Déterminer les bornes du domaine. Quelles hypothèses est-on amené à faire sur les constantes de vitesse ?
- IV.6.e. Montrer que les deux bornes du domaine sont proches de s_E et s_M déterminées précédemment (on supposera k_2 très inférieur à k_4).

- IV.7. On admet que les équations de vitesse pour la réaction d'oxydation pour l'hydroxylamine par le périodate sont de la forme :



- IV.7.a. On souhaite traiter ce système dans le cadre du modèle développé ci-dessus. Identifier pour ce système les composés qui jouent le rôle de S, I, P.
- IV.7.b. Quelles concentrations faut-il fixer pour que l'on puisse utiliser ce modèle ?

Remarque. — Le traitement cinétique ci-dessus est volontairement très simplifié; le système hydroxylamine-périodate ne présente pas d'oscillations périodiques dans un réacteur fermé; ce système est par contre oscillant dans un réacteur homogène à flux constant.

Option : **PHYSIQUE APPLIQUÉE**

Cette composition comprend deux problèmes totalement indépendants.

Ces deux problèmes sont obligatoires.

Les deux problèmes seront traités sur des copies différentes. Les candidats noteront de façon très visible, en haut de chaque feuille intercalaire, le numéro du problème abordé dans ledit intercalaire. Dans le cas où un(e) candidat(e) croit détecter une erreur dans l'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement dans sa copie, propose la correction, et poursuit en conséquence le problème.

Il (elle) prend bien entendu l'entière responsabilité de la correction proposée.

PREMIER PROBLÈME

1. Étude d'une machine à courant continu

Sur la plaque signalétique d'une machine électrique à courant continu on relève les indications suivantes :

• Tension nominale d'alimentation de l'induit.	$U_N = 220 \text{ V}$
• Courant nominal dans l'induit	$I_N = 50 \text{ A}$
• Fréquence de rotation nominale	$n_N = 25 \text{ tr} \cdot \text{s}^{-1}$
• Puissance utile nominale	$P_N = 9 \text{ kW}$

Dans tout le problème on considérera que la réaction magnétique d'induit est parfaitement compensée.

La résistance équivalente au circuit d'induit vaut $0,16 \Omega$.

Le relevé, en excitation séparée, pour la fréquence de rotation nominale, de la caractéristique à vide de la machine a donné :

E_v (V).....	50	100	150	175	212	220	230
j (A)	1	2	3	4	5	6	7
E_v : tension à vide aux bornes de l'induit. j : courant d'excitation.							

Sur cette machine on a effectué les essais suivants :

- la machine est excitée par une alimentation indépendante permettant de faire varier le courant d'excitation ;
- elle est entraînée, à la fréquence de rotation nominale $n_N = 25 \text{ tr} \cdot \text{s}^{-1}$, par un moteur taré ;
- elle est à vide.

On peut alors déterminer la puissance mécanique P_m qu'elle reçoit sur son arbre en fonction du courant d'excitation j . Cet essai a donné les résultats suivants :

$j(\text{A})$	0	1	2	3	4	5	6	7
P_m (kW).....	0,80	0,85	0,98	1,2	1,34	1,6	1,66	1,74

Dans cette partie du problème la machine fonctionne en moteur à excitation indépendante.

On notera :

- I la valeur de l'intensité du courant dans l'induit ;
- T_{em} le moment du couple électromagnétique ;
- T_u le moment du couple utile ;
- T_p le moment du couple correspondant aux pertes autres que par effet joule.

1.1. La machine fonctionne au point nominal.

- 1.1.1. Quelle est la valeur du courant d'excitation j_N ?
- 1.1.2. Que vaut le moment du couple électromagnétique ?
- 1.1.3. Que valent les pertes mécaniques ?
- 1.1.4. Que valent les pertes fer ?
- 1.1.5. Quelle est la valeur du rendement ? (Les pertes dans l'inducteur ne sont pas prises en compte.)

1.2. La machine tourne à la vitesse angulaire de rotation nominale Ω_N , son induit est alimenté sous $U_N = 220 \text{ V}$.

- 1.2.1. Le courant d'induit ne devant pas dépasser $1,5 I_N$, quelle est la valeur minimale correspondante du courant d'excitation j_m ?
- 1.2.2. On fera l'hypothèse que les pertes fer sont proportionnelles au carré du flux magnétique. Justifiez cette hypothèse.
- 1.2.3. En déduire l'expression de l'ensemble (pertes fer + pertes mécaniques) en fonction du courant induit I .
- 1.2.4. Donnez l'expression de la puissance électromagnétique en fonction de I .
- 1.2.5. En déduire la valeur du courant à vide.
- 1.2.6. Quelle est la valeur maximale j_M du courant d'excitation qui assure le fonctionnement en moteur.
- 1.2.7. En déduire la courbe $T_u(j)$ pour $j_m \leq j \leq j_M$.
- 1.2.8. En déduire la courbe $I(j)$ correspondante.
- 1.2.9. Tracez la courbe du rendement en fonction de la puissance utile P_u pour ce mode de fonctionnement.
- 1.2.10. La charge mécanique oppose un couple résistant de moment $T_R = 57,30 \text{ Nm}$; quelle devra être la valeur du courant d'excitation pour que la vitesse de rotation soit Ω_N ?

1.3. On maintient maintenant le couple résistant constant de moment $T_R = 57,30 \text{ Nm}$. On admettra que le moment du couple de perte T_p est proportionnel à la vitesse angulaire de rotation Ω . On pourra poser $T_p = f' \cdot \Omega$.

1.3.1. Calculez les valeurs de Ω correspondant aux valeurs de j suivantes :

$$j = \{ 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 5 \quad 5,4 \quad 6 \} \text{ A.}$$

1.3.2. Calculez les valeurs de I correspondantes.

1.3.3. Tracez la partie utile de la courbe $\Omega(j)$ pour un moment de couple résistant de $57,30 \text{ Nm}$, sachant que $I \leq 1,5 I_N$. Commentez cette courbe.

- 1.4. On étudie maintenant le fonctionnement à excitation constante $j = j_N$ et sous tension d'induit variable. La charge mécanique impose un couple dont le moment T_R est constant. On posera dans le cadre de l'hypothèse précédente :

$$T_p = f' \cdot \Omega .$$

1.4.1. Quelle est la valeur de f' ?

1.4.2. Montrez que T_u se met sous la forme $T_u = a \cdot U + b \cdot \Omega$ et donnez les valeurs numériques de a et b .

1.4.3. On donne $T_R = 57,30 \text{ Nm}$.

1.4.3.1. Exprimez Ω en fonction de U .

1.4.3.2. Tracez la courbe $\Omega(U)$. Comparez cette commande de vitesse avec celle obtenue par $\Omega(j)$.

1.4.4. On note J le moment d'inertie de la machine. On donne $T_R = T_{u_N}$ (moment du couple utile nominal); $U = U_N$.

1.4.4.1. Quelle est la vitesse angulaire de rotation du moteur ?

1.4.4.2. On décharge brutalement le moteur (on fait un échelon de couple); établissez la loi $\Omega(t)$ d'évolution de la vitesse angulaire de rotation.

1.4.4.3. La nouvelle vitesse angulaire étant atteinte, on coupe l'alimentation de l'induit; la vitesse angulaire de rotation vaut 37 % de sa valeur initiale au bout de 0,1 s. Quelle est la valeur du moment d'inertie J ?

2. Étude d'un hacheur série alimentant un moteur à courant continu

Le schéma est donné sur la figure 1.

L : bobine de lissage d'inductance L (résistance négligeable); L intègre l'inductance du bobinage induit du moteur.

E : f.e.m. du moteur.

r : résistance équivalente à l'induit.

D : diode idéale.

L'interrupteur électronique H est commandé par un signal carré de rapport cyclique α et de fréquence f . Cet interrupteur est supposé parfait; il est fermé pour $0 \leq t \leq \alpha T$ et ouvert pour $\alpha T \leq t \leq T$.

Notations :

$i(t)$: courant instantané dans le moteur.

I_{moy} : valeur moyenne de $i(t)$.

$u(t)$: tension instantanée aux bornes de l'induit du moteur.

U_{moy} : valeur moyenne de $u(t)$.

I_1 : valeur minimale de $i(t)$ sur une période.

I_2 : valeur maximale de $i(t)$ sur une période.

On donne $V_p = 220 \text{ V}$; $L = 100 \text{ mH}$; $r = 0,16 \text{ } \Omega$; $f = 5 \text{ kHz}$.

- 2.1. On supposera dans toute la suite que le courant $i(t)$ suit une loi linéaire; on supposera également que la valeur moyenne I_{moy} du courant est suffisamment grande pour que la conduction soit ininterrompue.
- 2.1.1. À quelle condition cette hypothèse est-elle valable? Cette condition est-elle vérifiée dans le cas présent?
- 2.1.2. Que peut-on dire des variations de la f.e.m. E du moteur sur une période de fonctionnement du hacheur?
- 2.1.3. Établissez la loi $i(t)$ d'évolution de l'intensité i du courant dans le moteur, sur une période $T = \frac{1}{f}$ de fonctionnement du hacheur.
- 2.1.4. En déduire une relation approchée entre E (f.e.m. du moteur) et V_p .
- 2.1.5. Exprimez l'ondulation $\delta I = (I_2 - I_1)$ en fonction de α , V_p , L et f . Donnez l'expression numérique de δI .
- 2.1.6. Quelle est la valeur maximale de l'ondulation δI ?
- 2.1.7. Exprimez I_{moy} en fonction de α , I_1 , I_2 , δI .
- 2.1.8. En déduire une relation entre I_1 , δI et I_{moy} et une relation entre I_2 , I_{moy} et δI .

- 2.2. Le moteur de la première partie, alimenté par ce hacheur, entraîne une charge qui lui oppose un couple résistant constant de moment $T_R = 57,30 \text{ Nm}$. L'excitation du moteur est indépendante et vaut $j = 5 \text{ A}$. On supposera que le moment du couple de pertes s'exprime par :

$$T_p = 0,065 \cdot \Omega .$$

- 2.2.1. Exprimez U_{moy} en fonction de α et V_p .
- 2.2.2. Donnez l'expression numérique de I_{moy} en fonction de Ω .
- 2.2.3. Donnez l'expression numérique de la vitesse angulaire de rotation Ω du moteur en fonction de α .
- 2.2.4. En déduire l'expression numérique de I_{moy} en fonction de α .
- 2.2.5. Exprimez la puissance absorbée par le moteur en fonction de α .
- 2.2.6. En déduire l'expression du rendement en fonction de α .
- 2.2.7. On donne $\alpha = \frac{1}{2}$.
- 2.2.7.1. Calculez Ω , I_{moy} , δI , I_1 , I_2 ainsi que le rendement.
- 2.2.7.2. Calculez les pertes par effet joule dans l'induit du moteur.
- 2.2.7.3. En déduire la valeur efficace du courant $i(t)$.

3. Étude de la commutation de l'interrupteur électronique

Cet interrupteur est un transistor de puissance. Les graphes des figures 2, 3, 4 donnent les allures :

- du courant de base $i_b(t)$;
- du courant de collecteur I_{CF} ;
- de la tension collecteur-émetteur $V_{CE}(t)$.

- 3.1. Commentez la courbe $I_{CF}(t)$. Donnez les définitions des différents temps t_r , t_f , t_s , t_2 définis sur la figure 3.
- 3.2. Exprimez la puissance dissipée dans le transistor pendant une période.
- 3.3. On donne $t_f + t_2 = 10 \mu\text{s}$; calculez cette puissance pour $\alpha = 1$ et $\alpha = \frac{1}{2}$, le hacheur alimentant le moteur précédent.
- 3.4. Comparez cette puissance aux pertes dans le moteur.
- 3.5. Quelle(s) solution(s) préconisez-vous pour limiter cette puissance?

4. Utilisation d'un hacheur réversible en courant

L'ensemble moteur + charge du 1. est, dans certaine phase de son fonctionnement, réversible : le moteur peut fonctionner en génératrice. Afin de récupérer la puissance délivrée par cette machine lors d'un tel fonctionnement, on l'alimente par le hacheur réversible en courant de la figure 5.

Les interrupteurs H_1 et H_2 sont parfaits, ils sont commandés par des signaux rectangulaires de période T et de rapport cyclique respectivement α_1 et α_2 , tels que $\alpha_1 + \alpha_2 \leq 1$.

H_1 est fermé pour $0 \leq t \leq \alpha_1 T$ et ouvert pour $\alpha_1 T \leq t \leq T$.

H_2 est ouvert pour $0 \leq t \leq (1 - \alpha_2)T$ et fermé pour $(1 - \alpha_2)T \leq t \leq T$.

On donne $L = 100 \text{ mH}$; $r = 0,16 \ \Omega$; $V_p = 220 \text{ V}$; $f = 5 \text{ kHz}$ ($= \frac{1}{T}$).

La charge du moteur oppose un couple de moment $T_R = g \cdot \Omega$.

La machine à courant continu est toujours à excitation indépendante avec un courant d'excitation d'intensité 5 A .

La valeur nominale du moment du couple électromagnétique du moteur est : $67,50 \text{ Nm}$ pour le courant nominal $I_N = 50 \text{ A}$. On négligera les pertes mécaniques. Le moment d'inertie des pièces tournantes est $J = 1,14 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

4.1. On peut obtenir les trois allures de courant de la figure 6. Dans chacun des cas (1) et (3) précisez :

4.1.1. Le mode de fonctionnement de la machine à courant continu ;

4.1.2. Les éléments qui assurent la conduction du courant.

4.1.3. En déduire la relation qui doit exister entre α_1 et α_2 pour que le cas (2) de la figure 6 puisse se produire.

4.2. La relation entre α_1 et α_2 est vérifiée dans toute la suite du problème.

On fait un échelon du rapport cyclique α_1 , sa valeur passant de 1 à $\alpha_1 = \alpha$. Les constantes de temps qui vont intervenir sont très supérieures à T , période du hacheur ; on pourra donc considérer que les variations significatives du courant $i(t)$, suite à cet échelon de tension, ne se produisent qu'au bout d'un nombre très important de période T ; on raisonnera donc sur la variation de la valeur moyenne I du courant dans la machine à courant continu.

4.2.1. Lorsque α_1 passe de 1 à la valeur notée α ($\alpha < 1$), écrire les équations différentielles de :

4.2.1.1. $I(t)$: courant moyen ;

4.2.1.2. $\Omega(t)$: vitesse du groupe.

4.2.2. Donnez les expressions de $I(t)$ et $\Omega(t)$ en fonction de α .

4.2.3. Montrez que le courant I passe par un minimum pour une valeur t_M de t , indépendante de α , valeur t_M que l'on calculera.

4.2.4. Donnez l'expression I_{\min} de ce minimum en fonction de α .

4.2.5. En déduire une condition sur α pour que le courant I s'inverse.

4.2.6. En déduire une autre condition sur α pour que $I_{\min} > -50 \text{ A}$.

- 4.3. Le groupe tournant à sa vitesse nominale de $25 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$, on veut l'arrêter en utilisant un freinage avec récupération ; pour cela on fait d'abord un échelon de α_1 de 1 à $\alpha = 0$. Calculez :
- 4.3.1. L'instant t_0 où le courant I s'inverse ;
 - 4.3.2. L'instant t_1 où le courant vaut -50 A ;
 - 4.3.3. La vitesse du groupe à l'instant t_1 .
- 4.4. À partir de l'instant t_1 on désire fonctionner à couple constant.
- 4.4.1. En déduire la relation qu'il doit y avoir entre α_1 et Ω .
 - 4.4.2. Quelle est la valeur de la vitesse quand $\alpha_1 = 0$?
 - 4.4.3. Donnez la loi $\Omega(t)$ durant cette phase et calculez la durée t_2 de cette phase.
 - 4.4.4. Compte tenu des approximations faites, on supposera que l'arrêt est atteint quand $\alpha_1 = 0$. Quelle est la durée totale pour obtenir l'arrêt du groupe ?
 - 4.4.5. Dans un plan $I(\Omega)$ représentez le parcours du point de fonctionnement du groupe lors de ce freinage.
- 4.5. Calculez l'énergie fournie au réseau d'alimentation V_p , pendant la phase de freinage à couple constant.
- 4.6. Comparez cette énergie à l'énergie cinétique emmagasinée au début de cette phase.

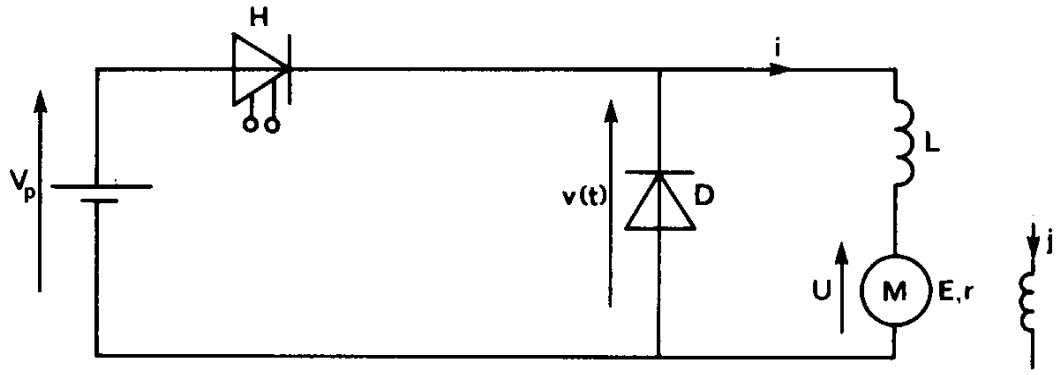


Figure 1

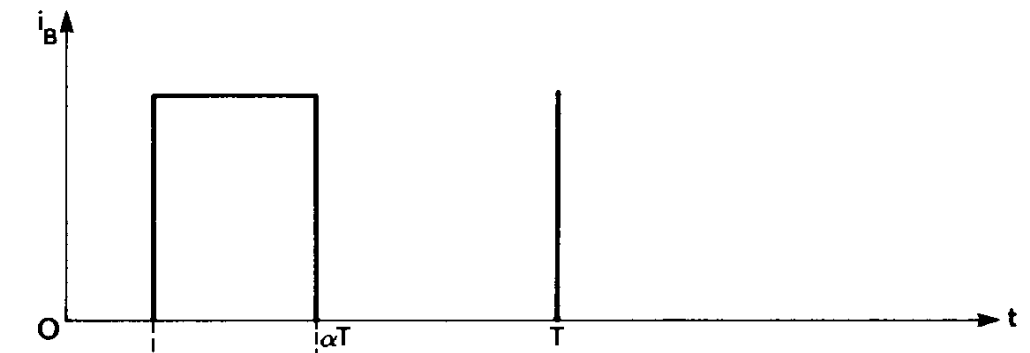


Figure 2

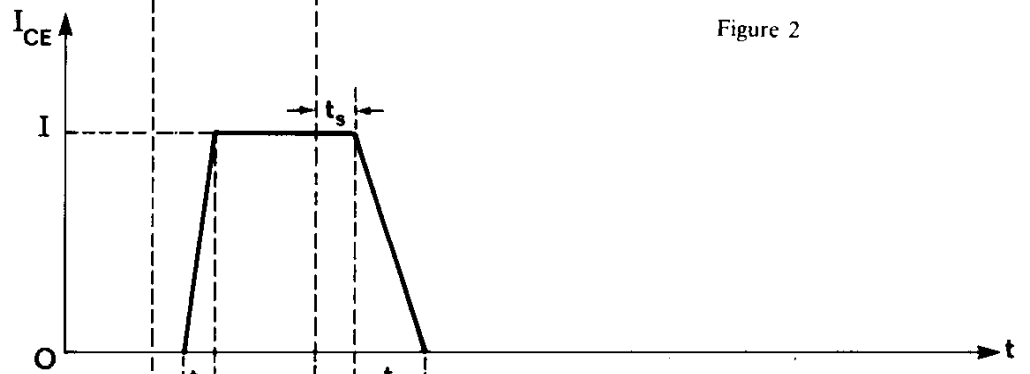


Figure 3

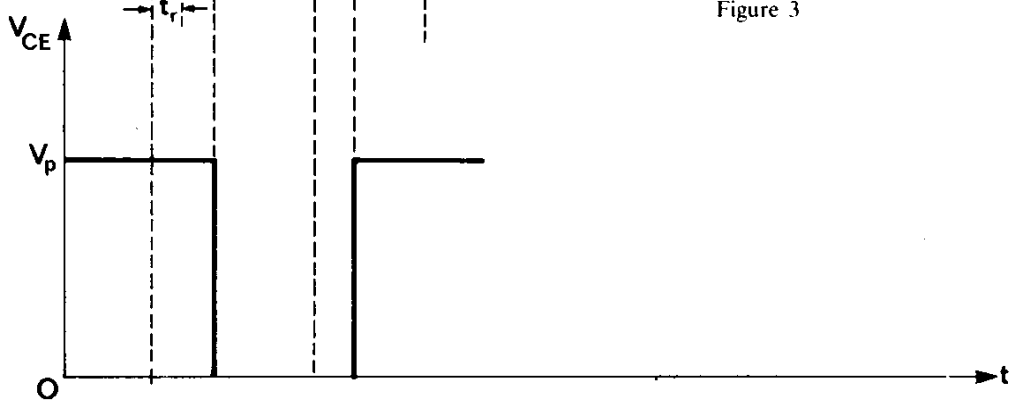


Figure 4

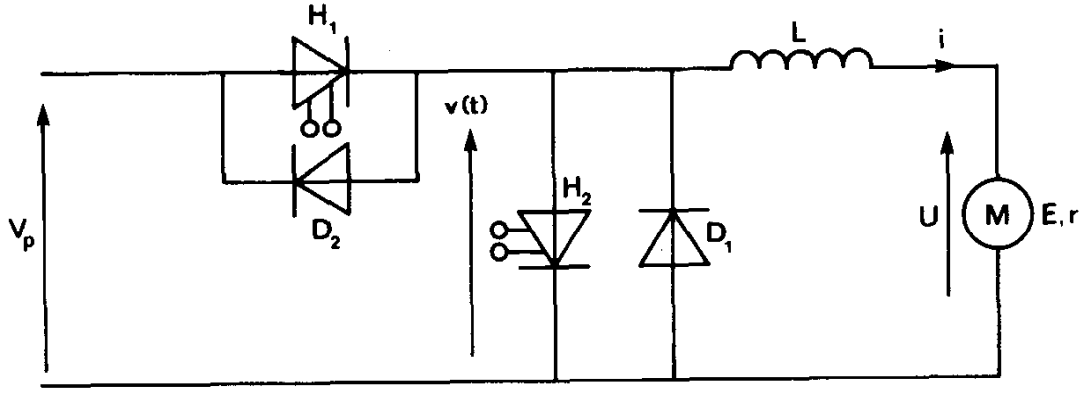


Figure 5

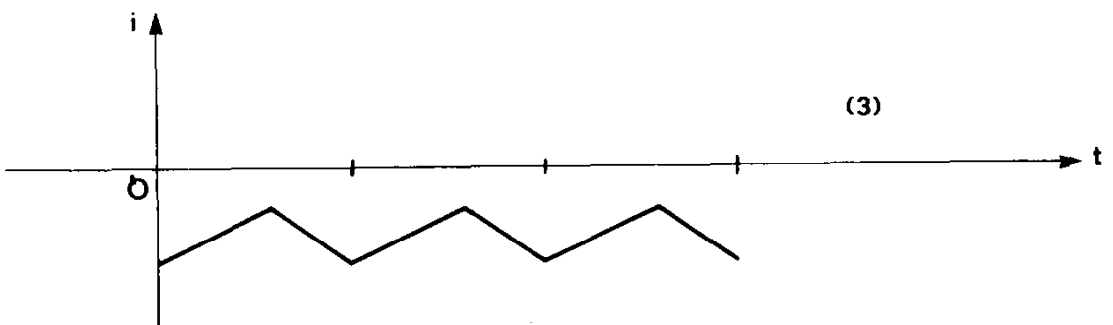
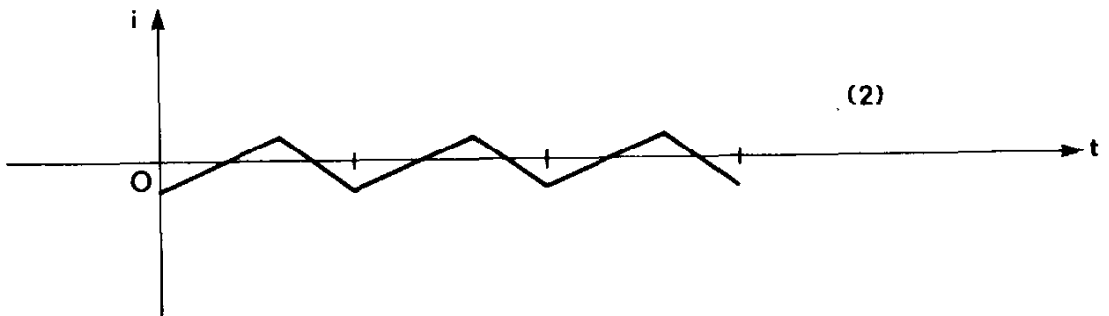
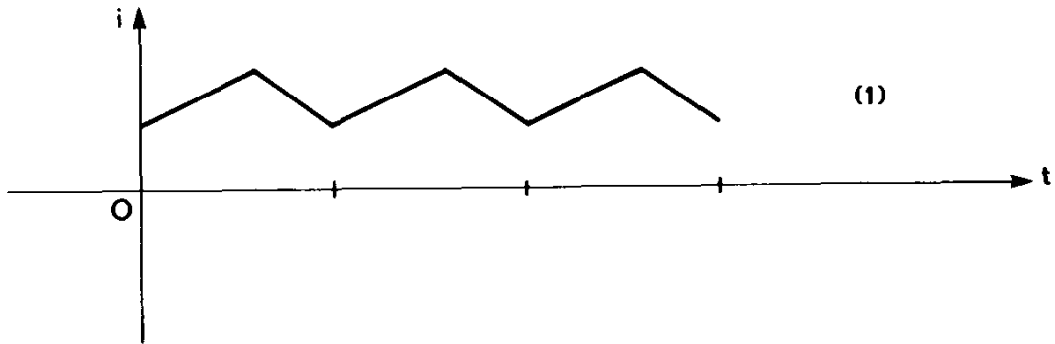


Figure 6

DEUXIÈME PROBLÈME

On propose l'étude d'un circuit intégré réalisant la fonction amplificateur opérationnel. On s'intéresse dans la première partie à la polarisation des différents composants alors que la deuxième partie est consacrée au calcul de l'amplification en boucle ouverte. On aborde dans la troisième partie les problèmes liés à la compensation en fréquence du circuit intégré.

Les trois parties sont largement indépendantes.

Les figures 1 et 2 représentent le schéma d'un circuit intégré amplificateur opérationnel de type bipolaire auquel on a apporté quelques simplifications et modifications pour en faciliter l'étude. La numérotation des composants correspond à celle du constructeur (certains composants n'apparaissent plus à cause des simplifications).

Modèles de transistors

Le candidat est laissé libre de l'orientation des courants (sens physique ou sens conventionnel). Les relations suivantes correspondent à un transistor NPN. Le candidat les adaptera au transistor PNP en précisant les conventions retenues.

1. *Modèle statique.*

On emploiera :

$$I_C = \beta I_B = I_s e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$$

lorsque l'on peut négliger l'influence de V_{CE} ;

$$I_C = \beta I_B \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right) = I_s e^{\frac{V_{BE}}{V_T}} \left(1 + \frac{V_{CE}}{V_A} \right)$$

lorsque l'on doit tenir compte de V_{CE} .

2. *Modèle dynamique* (voir fig. 3).

On utilise la notation $v = \Delta V$ (où v est la variation de V).

3. *Applications numériques.*

On utilisera les valeurs suivantes :

$$I_s = 10^{-14} \text{ A}$$

$$\beta = 250 \text{ (pour NPN et PNP)}$$

$$V_A: V_A = V_{AN} = 130 \text{ V pour un transistor NPN}$$

$$V_A = V_{AP} = -52 \text{ V pour un transistor PNP}$$

$$|V_T| = 26 \text{ mV à la température ambiante.}$$

On rappelle que $V_{CC} = 15 \text{ V}$.

Ces modèles et ces valeurs numériques permettront d'obtenir des ordres de grandeur des caractéristiques électriques effectivement mesurées sur le circuit intégré.

I. Étude de la polarisation

I.1. Miroirs de courant. Sources de courant.

I.1.1. Miroir de courant élémentaire.

On considère le schéma de la figure 4.

On suppose les transistors parfaitement appariés et à la même température. On néglige l'influence de V_{CE} .

I.1.1.1. Montrer que $I_B = I'_B$.

I.1.1.2. Exprimer I' en fonction de I .

I.1.1.3. À quelle condition peut-on écrire que $I' = I$? Justifier le nom du dispositif.

I.1.1.4. Montrer que, dans ces conditions, l'ensemble T/T' est équivalent au schéma de la figure 5 avec $I = I'$.

I.1.1.5. Quel est le générateur équivalent au dipôle $\{V', I'\}$?

I.1.2. Miroir de courant avec résistance d'émetteur.

On considère le schéma de la figure 6.

On utilise pour T et T' la relation $I_C = I_s e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$.

On précise que $\beta \gg 1$.

I.1.2.1. Justifier que l'on peut écrire $I = I_s e^{\frac{V_{BE}}{V_T}}$.

I.1.2.2. Exprimer la relation entre V_{BE} et V'_{BE} .

I.1.2.3. En déduire la relation non linéaire entre I et I' .

I.1.2.4. On considère le schéma de la figure 7.

I.1.2.4.1. Déterminer R pour que $I = 1 \text{ mA}$.

I.1.2.4.2. Déterminer R' pour que $I' = 10 \mu\text{A}$.

I.1.2.4.3. Pourquoi préfère-t-on, dans un circuit intégré, cette solution technologique, à celle qui consisterait à augmenter R pour obtenir $I' = 10 \mu\text{A}$ avec le miroir de courant élémentaire?

I.2. Polarisation du circuit intégré.

On se référera aux schémas des figures 2 et 1. Dans certains cas, on pourra utiliser $|V_{BE}| \approx 0,65 \text{ V}$ (éventuellement en justifiant *a posteriori* l'approximation). Pour toute cette étude, on néglige l'influence de V_{CE} et on suppose que $\beta \gg 1$. On suppose les miroirs de courant parfaits et on rappelle que $V_{CC} = 15 \text{ V}$.

I.2.1. Déterminer le courant dans la résistance R_1 .

I.2.2. En déduire $I_{C_{13}}$.

I.2.3. On se propose de déterminer $I_{C_{10}}$. Pour cela, on se réfère à la relation établie en I.1.2.3.

I.2.3.1. Montrer que l'on peut écrire

$$I_{C_{10}} = I_{C_{11}} e^{\left(-\frac{I_{C_{10}}}{I_{C_{11}}}\right)}$$

I.2.3.2. Représenter l'allure de $y = I_{C_{11}} e^{\left(-\frac{I_{C_{10}}}{I_{C_{11}}}\right)}$.

I.2.3.3. En déduire une valeur approchée de $I_{C_{10}}$ par une méthode d'approximations successives.

- I.2.4. En déduire I_{C_8} .
- I.2.5. Soit $V_{e+} = V_{e-}$. On suppose les transistors T_1 et T_2 , T_3 et T_4 , T_5 et T_6 respectivement appariés. En déduire I_{C_1} , I_{C_2} , I_{C_3} , I_{C_4} , I_{C_5} et I_{C_6} .
- I.2.6. Déterminer les courants de polarisation I_{B_1} et I_{B_2} .
- I.2.7. On suppose $V_s = 0$ et sortie « en l'air ». Déterminer $I_{C_{17}}$.
- I.2.8. Déterminer $I_{C_{16}}$, $I_{B_{16}}$ et $V_{BE_{16}}$.
- I.2.9. Déterminer V_{CE} de T_6 .

II. Étude de l'amplification en petits signaux

On utilise pour cette étude le modèle dynamique de la figure 3 et on considère les variations $v = \Delta V$.

1. Étude de l'amplificateur différentiel.

II.1.1. Amplificateur différentiel équivalent.

On se propose de montrer que la paire différentielle constituée de T_1 , T_2 , T_3 et T_4 (fig. 1) est équivalente à une paire différentielle constituée de 2 transistors T'_1 et T'_2 (fig. 8). On néglige pour cela l'influence des tensions V_{CE} . On définit $v_e = \Delta(V_{e+} - V_{e-})$.

II.1.1.1. Exprimer v_e en fonction de i_{B_1} et i_{B_2} .

II.1.1.2. Exprimer $i_{C_3} - i_{C_4}$ en fonction de v_e .

II.1.1.3. En déduire que tout se passe (on remarquera que les courants d'entrée ont été inversés par rapport au schéma initial et que l'on a permuté V_{e+} et V_{e-}) comme si on utilisait la paire différentielle T'_1 , T'_2 (fig. 8) où les transistors (de gain en courant β) sont caractérisés par les paramètres r^* et g^* .

II.1.1.4. Quelle est la relation entre r^* et r , g^* et g ?

II.1.2. Quadripôle équivalent.

On se réfère à l'amplificateur différentiel équivalent de la figure 8. On admettra que l'on peut négliger l'influence de V_{CE} pour T'_1 et T'_2 .

L'ensemble D_5/T_6 constitue un miroir de courant dont le schéma équivalent correspond à la figure 9.

On se propose de déterminer le quadripôle équivalent à l'amplificateur différentiel (fig. 10).

II.1.2.1. Montrer que $R_s = R_{0_6}$. Que représente i ?

II.1.2.2. Exprimer la relation entre v_{s_1} , i_{s_1} et v_e .

II.1.2.3. En déduire α_1 et R_{s_1} .

II.1.2.4. On définit $I'_{B_1} = I'_{B_0} + i_e$, $I'_{B_2} = I'_{B_0} - i_e$ et $v_e = R_{e_1} i_e$. Déterminer R_{e_1} .

II.1.2.5. Application numérique.

II.1.2.5.1. Déterminer r^* , g^* et R_{0_6} .

II.1.2.5.2. En déduire R_{e_1} , α_1 et R_{s_1} .

II.1.2.5.3. Quelle est la valeur de la résistance de charge du transistor T'_2 ? Pourquoi a-t-on remplacé dans le circuit intégré les traditionnelles résistances de charge par un miroir de courant ?

II.2. Étude de l'étage intermédiaire.

Cet étage intermédiaire est composé de T_{16} et T_{17} . On néglige l'influence de V_{CE} .

II.2.1. Étude de T_{17} (voir fig. 11).

II.2.1.1. Exprimer v_{e17} en fonction de i_{B17} et en déduire la résistance d'entrée R_{e17} .

II.2.1.2. Exprimer i_{C17} en fonction de v_{e17} .

II.2.2. Étude de T_{16} (voir fig. 12).

II.2.2.1. Exprimer v_{s16} en fonction de v_{e16} compte tenu de R_{e17} .

II.2.2.2. Exprimer la résistance d'entrée R_{e16} .

II.2.3. Quadripôle équivalent.

On se propose de montrer que l'étage intermédiaire est équivalent au quadripôle de la figure 13 ($v_{e2} = v_{e16}$; $i_{e2} = i_{B16}$; $v_{s2} = v_{s17}$; i_{s2} est défini fig. 14).

T_{17} est chargé par le générateur de courant ($I_0' = 0,73$ mA, de résistance interne $R_s' = R_{013}$) constitué par T_{13} .

On suppose que D_{19} et D_{18} sont équivalentes à une f.e.m. totale de valeur 1,4 V.

II.2.3.1. Déterminer α_2 .

II.2.3.2. Déterminer R_{s2} .

II.2.3.3. Déterminer R_{e2} .

II.2.3.4. Application numérique.

II.2.3.4.1. Calculer R_{013} .

II.2.3.4.2. Calculer r_{17} et r_{16} .

II.2.3.4.3. En déduire α_2 , R_{s2} et R_{e2} .

II.3. Étage de sortie.

On désire déterminer le quadripôle équivalent à l'étage de sortie (fig. 15). On néglige l'influence de V_{CE} .

II.3.1. Quelle est la structure de l'étage de sortie ?

II.3.2. Quel est le rôle joué par les diodes D_{18} et D_{19} ?

II.3.3. Montrer que la détermination du quadripôle peut être effectuée à partir du schéma équivalent de la figure 16, indifféremment à $v_s > 0$ ou $v_s < 0$.

II.3.4. Déterminer v_{s03} .

II.3.5. Déterminer R_{s3} .

II.3.6. Application numérique.

On suppose que $r_{14} = r_{20} = 3$ k Ω . Déterminer R_{s3} .

II.4. Amplificateur opérationnel.

On se propose de déterminer le quadripôle équivalent au circuit intégré (fig. 17). Pour cela, on associe les quadripôles précédents.

II.4.1. En déduire G .

II.4.2. En déduire R_s .

II.4.3. En déduire R_e .

II.4.4. Application numérique.

Calculer G , R_s et R_e .

III. Réponse en fréquence et vitesse de balayage

III.1. Condensateur de compensation.

Un condensateur C de compensation en fréquence est connecté entre la base de T_{16} et le collecteur de T_{17} . On se propose de déterminer l'influence de ce condensateur à partir des schémas équivalents (simplifiés) établis dans la 2^e partie (voir fig. 18).

Pour les applications numériques, on utilisera les valeurs arrondies suivantes (qui ne correspondent pas obligatoirement aux valeurs numériques de la 2^e partie) :

$$\alpha_1 = 1/(5,5 \text{ k}\Omega); \quad G_2 = -355; \quad R_{e1} = 14 \text{ M}\Omega; \quad R_{e2} = 4 \text{ M}\Omega.$$

III.1.1. Déterminer l'impédance équivalente \underline{Z}_M (due à C) « vue » par v_{e2} à l'entrée de l'étage intermédiaire.

III.1.2. En déduire que \underline{Z}_M est constituée d'un condensateur C_M que l'on déterminera. Quel est le nom habituellement donné à ce phénomène ?

III.1.3. Déterminer $\frac{V_{e2}}{V_e}$.

III.1.4. On définit $\underline{H}_0(jF) = \frac{V_{e2}}{V_e}$.

$$\text{Montrer que } \underline{H}_0 = \frac{G}{1 + \frac{jF}{F_{c2}}}$$

Déterminer G et F_{c2} .

III.1.5. Soit $F_{c2} = 150 \text{ Hz}$. Quelle est alors la valeur de C ?

III.2. Comportement en boucle fermée.

L'étage différentiel intervient dans la réponse en fréquence par une fréquence de coupure supplémentaire $F_{c1} = 4 \text{ MHz}$.

$$\text{Soit } \underline{H}_0 = \frac{G}{\left(1 + \frac{jF}{F_{c1}}\right) \left(1 + \frac{jF}{F_{c2}}\right)}$$

avec $F_{c2} = 150 \text{ Hz}$ et $G = 200\,000$.

On suppose par ailleurs que $R_c = \infty$ et $R_s = 0$.

L'amplificateur opérationnel est à présent inclus dans une boucle de contre-réaction (voir fig. 19).

$$\text{On définit } \underline{H}_{BF}(jF) = \frac{V_s}{V_i}$$

III.2.1. Montrer que ce dispositif est équivalent au système bouclé de la figure 20. Exprimer \underline{H}_d et β .

III.2.2. Exprimer \underline{H}_{BF} .

III.2.3. Montrer que \underline{H}_{BF} correspond à la transmittance d'un système du 2^e ordre, d'amplification statique G_F , caractérisé par son coefficient d'amortissement m et sa fréquence propre F_0 :

$$\underline{H}_{BF} = \frac{G_F}{1 + 2m \frac{jF}{F_0} - \left(\frac{F}{F_0}\right)^2}$$

Exprimer G_F , m et F_0 .

- III.2.4. On définit $\underline{H}_{BF} = \{\rho, \theta\}$ (ρ : module ; θ : argument). Exprimer ρ .
- III.2.5. Montrer que ρ présente une résonance pour $\beta > \beta_R$. On déterminera la valeur de β_R .
- III.2.6. Exprimer F_R et ρ_R à la résonance.
- III.2.7. On définit $\rho_{R_{rel}} = \rho_R / G_F$.
Quelles sont les valeurs de $\rho_{R_{rel}}$ et F_R lorsque $R_2 = R_1$?
- III.2.8. Ce fonctionnement est-il acceptable compte tenu des fréquences de coupure négligées ?
Conclusion ?
- III.2.9. En pratique, le constructeur impose $C = 30$ pF.
Quelles sont alors les valeurs de F_{c_2} et de m pour $R_2 = R_1$?
- III.2.10. Montrer que dans ces conditions, \underline{H}_0 peut être raisonnablement approché par un système du premier ordre pour $F < F_u$ (F_u est la fréquence telle que $|\underline{H}_0(jF_u)| = 1$).
Déterminer F_u .
- III.2.11. Montrer que F_u représente le produit « gain » * bande passante du montage de la figure 19.
- III.2.12. Quelle est dans ces conditions la bande passante lorsque $R_2 = \bar{R}_1$?

III.3. *Vitesse de balayage.*

On étudie le comportement en grands signaux du circuit intégré à l'aide du schéma simplifié de la figure 21.

- III.3.1. Soit $V_{c+} \ll V_{c-}$.
- III.3.1.1. Déterminer l'état de T'_1 et T'_2 .
- III.3.1.2. En déduire I'_{c_1} , I'_{c_2} et I_{s_1} .
- III.3.1.3. Comment évolue $v_s(t)$?
- III.3.2. Soit $V_{c+} \gg V_{c-}$.
Mêmes questions.
- III.3.3. Montrer que $v_s(t) = \pm \Gamma t + v_s(0)$.
Exprimer Γ (vitesse de balayage).
- III.3.4. Quelle est la valeur de Γ sachant que $I_0 = 19 \mu A$ et $C = 30$ pF ?

III.4. *Vitesse de balayage et bande passante.*

III.4.1. *Vitesse de balayage et réponse en fréquence grands signaux.*

Le signal v_c est sinusoïdal de fréquence F .

- III.4.1.1. Quelle est en première approximation l'excursion maximale de $v_s(t)$?
- III.4.1.2. Exprimer $v_s(t)$ en excursion maximale pour F suffisamment faible.
- III.4.1.3. À partir de quelle valeur de F , soit $F_{c_{ba1}}$, $v_s(t)$ subit-il une distorsion ?

III.4.2. Vitesse de balayage et réponse en fréquence petits signaux.

- III.4.2.1. Montrer que pour $F_{c_2} \ll F < F_u$, le comportement en fréquence du circuit intégré peut être décrit par le schéma équivalent de la figure 22.
- III.4.2.2. Exprimer la relation entre α_1 et F_u .
- III.4.2.3. Exprimer la relation entre Γ et F_u .
- III.4.2.4. F_u est pratiquement imposée à environ 1 MHz avec la technologie bipolaire. Pour quelle raison ?
- III.4.2.5. Peut-on alors augmenter la vitesse de balayage ?

III.5. Amélioration de la vitesse de balayage.

Les amplificateurs opérationnels de type biFET comportent un étage différentiel à transistors FET chargé par un miroir de courant bipolaire (voir fig. 23). Le reste du schéma est sensiblement équivalent à celui des figures 1 et 2.

Dans la zone de saturation directe, on utilisera le modèle suivant :

$$I_{DS} = -I_{DSS} \left(\frac{V_{GS}}{V_P} - 1 \right)^2 \quad \text{avec } I_{DSS} > 0 ;$$

$V_P = 2V$ avec un transistor FET à canal P.

On utilisera pour modèle dynamique la relation :

$$\dot{i}_{DS} = g v_{GS} .$$

La résistance d'entrée et la résistance de sortie sont supposées infinies. En régime variable, on utilisera le modèle de la figure 9 pour le miroir de courant T_5/T_6 .

- III.5.1. Exprimer i_{i_1} en fonction de $v_e = \Delta (V_{e+} - V_{e-})$.
- III.5.2. En déduire le schéma équivalent à l'amplificateur différentiel.
- III.5.3. Représenter l'allure de $I_{DS} = f(V_{GS})$.
- III.5.4. Exprimer g .
- III.5.5. On définit $\alpha = \frac{I_{DS}}{g}$. Exprimer α en fonction de V_P , I_{DS} et I_{DSS} .
- III.5.6. Pour quelle valeur de I_{DS} , α est-il maximum ? (On suppose que $\alpha = \alpha_{\max}$ par la suite.)
- III.5.7. En se référant au schéma de la figure 21, exprimer Γ_{FET} .
- III.5.8. En se référant au schéma de la figure 22, exprimer la relation entre Γ_{FET} , F_u et α .
- III.5.9. En supposant que les 2 circuits intégrés (bipolaire et FET) possèdent la même valeur F_u , exprimer la relation entre Γ_{FET} et $\Gamma_{bipolaire}$.
- III.5.10. Sachant que $V_P = 2V$, quelle est la valeur de Γ_{FET} ?
Conclusion ?

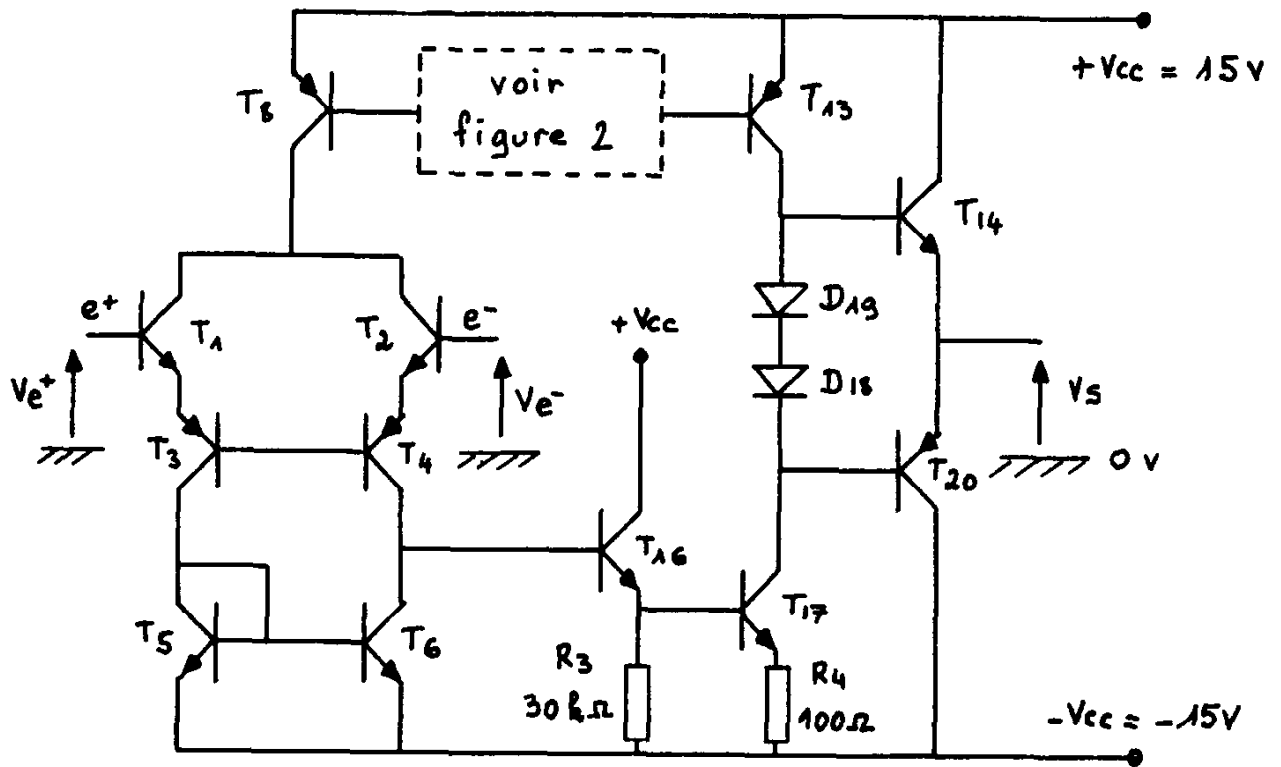


Figure n° 1

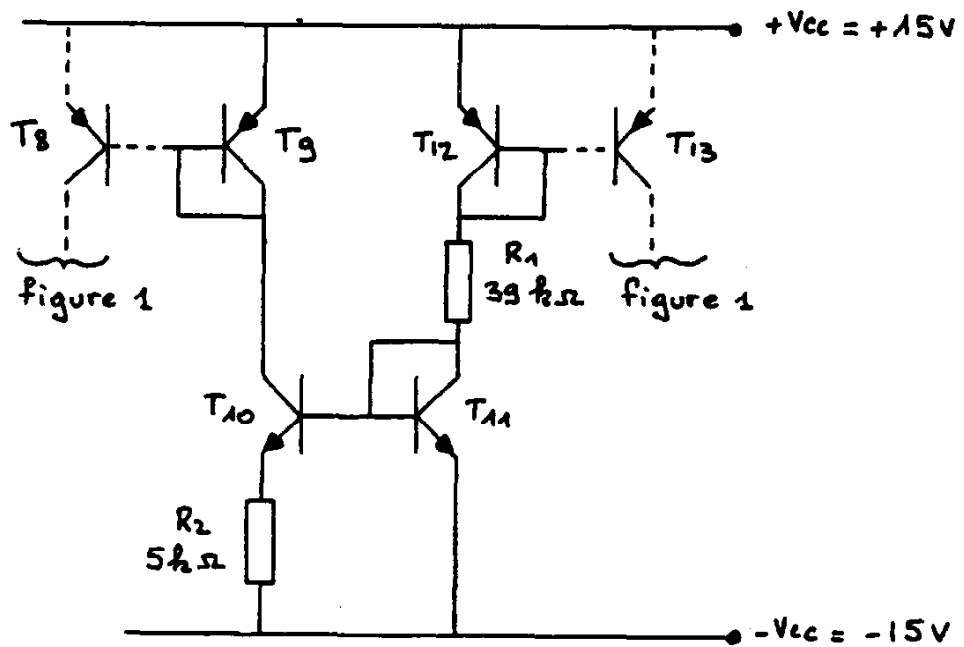


Figure n° 2

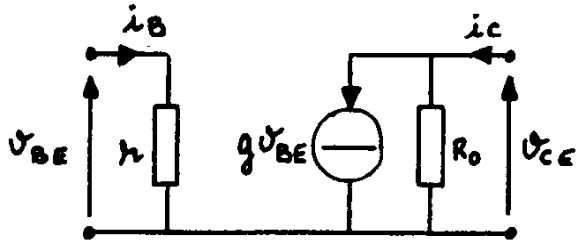


Figure n° 3

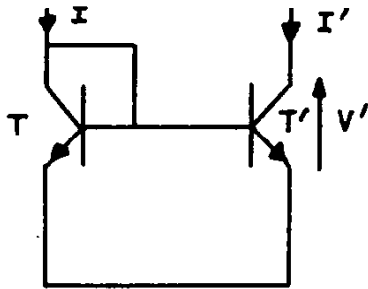


Figure n° 4

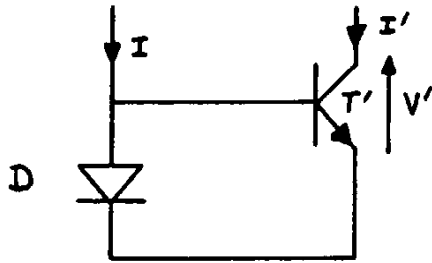


Figure n° 5

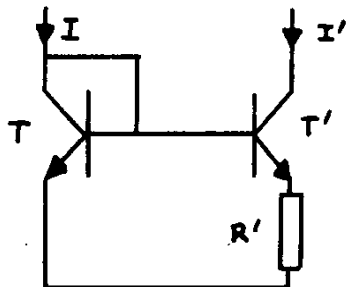


Figure n° 6

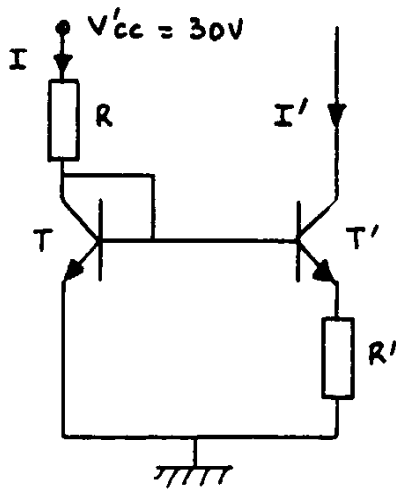


Figure n° 7

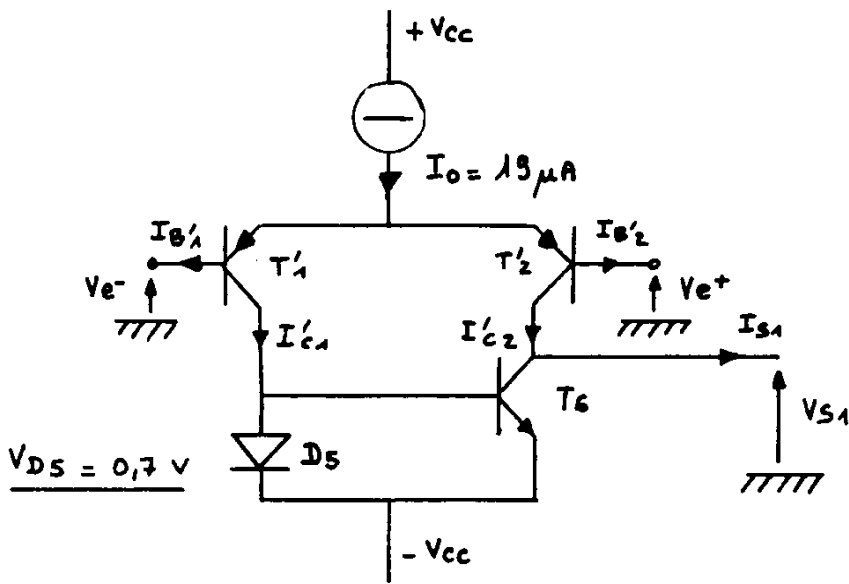


Figure n° 8

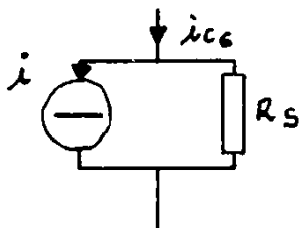


Figure n° 9

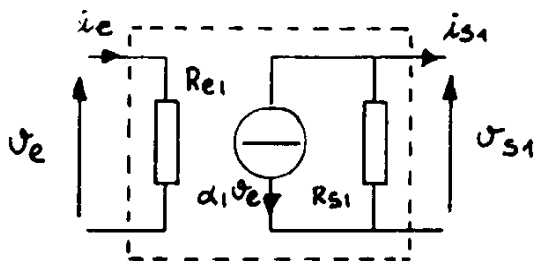


Figure n° 10

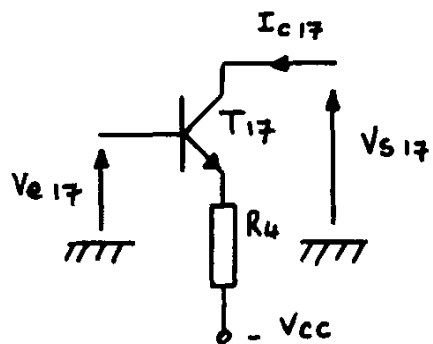


Figure n° 11

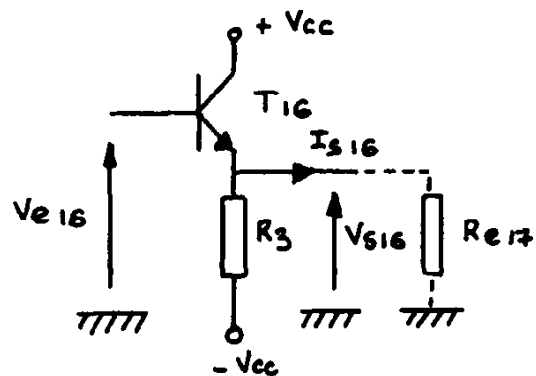


Figure n° 12

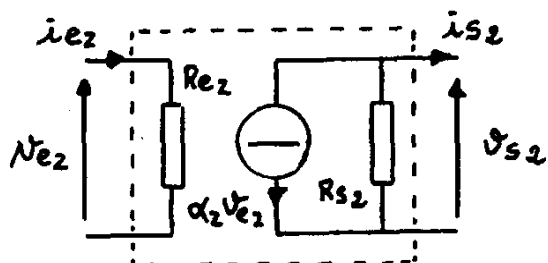


Figure n° 13

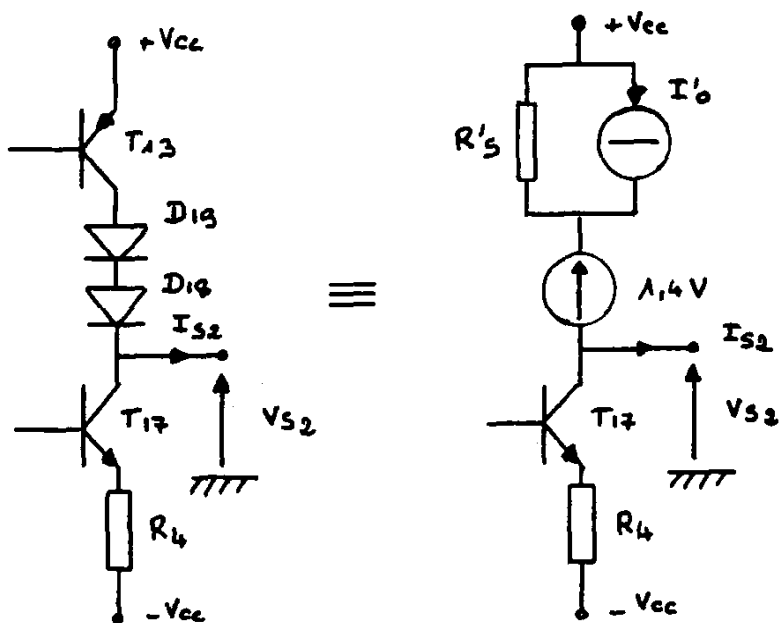


Figure n° 14

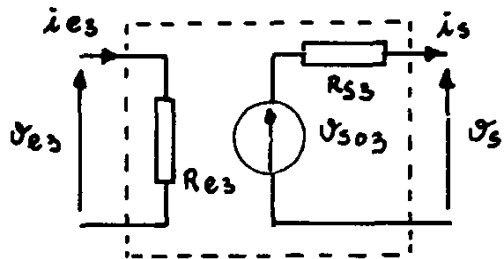


Figure n° 15

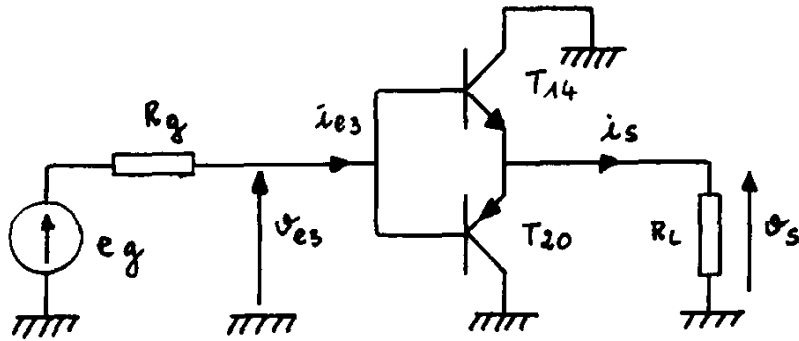


Figure n° 16

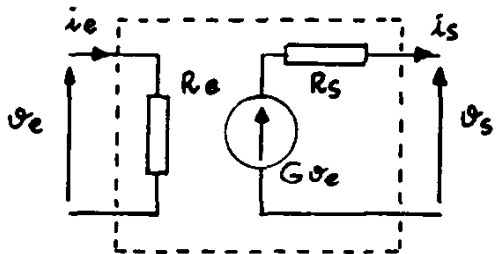


Figure n° 17

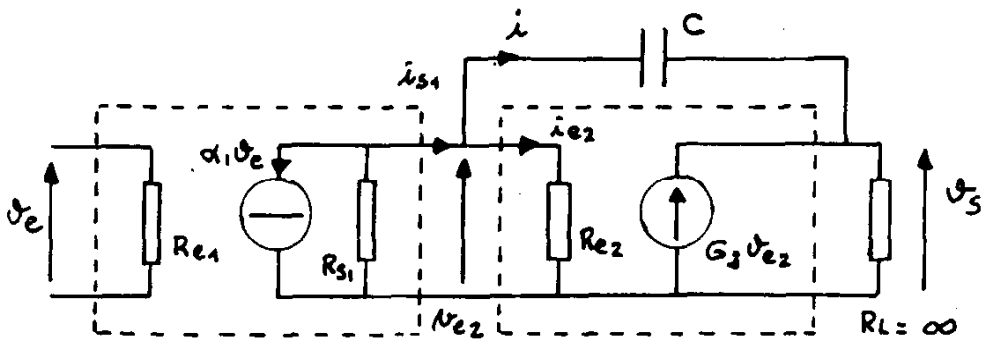


Figure n° 18

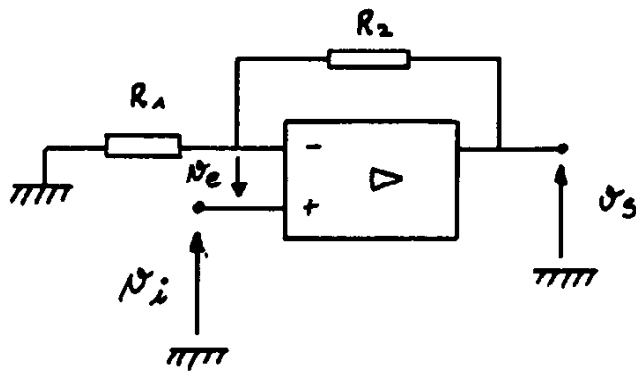


Figure n° 19

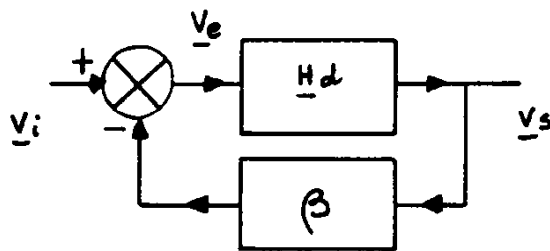


Figure n° 20

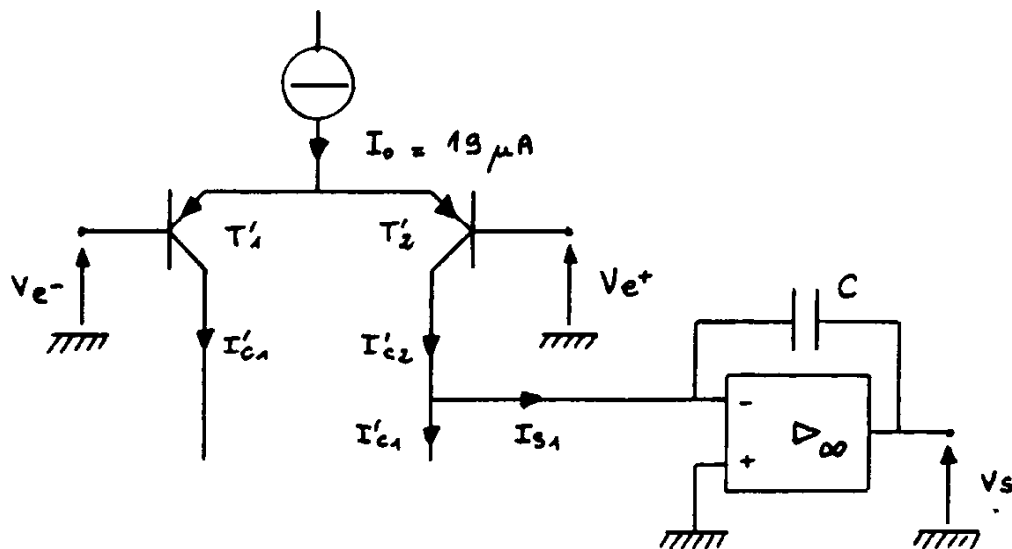


Figure n° 21

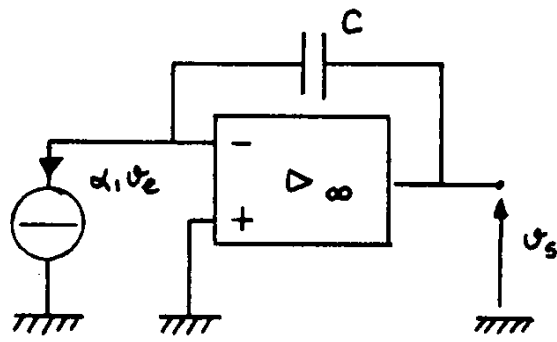


Figure n° 22

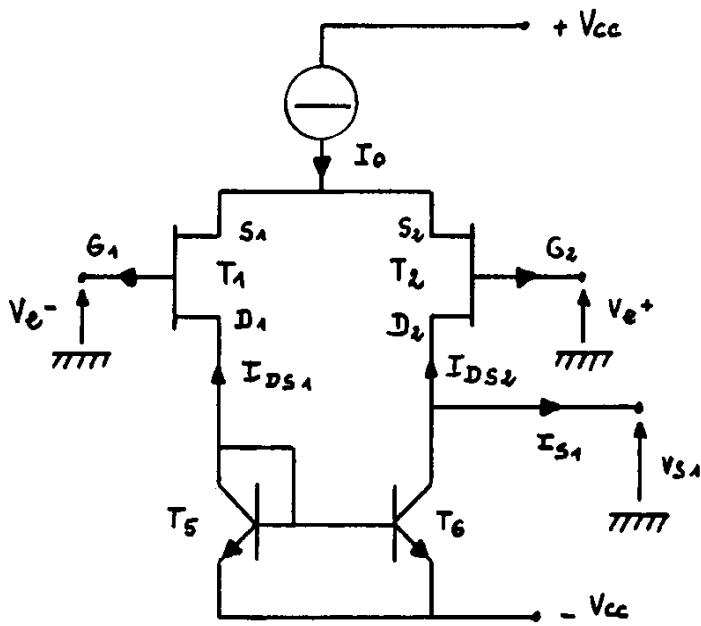


Figure n° 23